czenia i twierdzenia z zakresu przestrzeni liniowych topologicznych lokalnie wypukłych (twierdzenie Hahna–Banacha, twierdzenie Banacha–Steinhausa).

Rozdział I jest poświęcony elementom teorii dystrybucji. Są w nim przedstawione główne definicje teorii dystrybucji i ich własności oraz działania (różniczkowanie, mnożenie, iloczyn tensorowy i splot).

Rozdział II obejmuje zarys teorii przekształcenia Fouriera w przestrzeni funkcji szybko malejących w nieskończoności i następnie rozszerzenie tej teorii na przestrzeń dystrybucji temperowanych.

Rozdział III zawiera ogólne wiadomości z teorii równań cząstkowych liniowych. W szczególności jest w nim omówione pojęcie równania transponowanego, rozwiązania podstawowego oraz metoda zstępowania. Ponadto ukazany jest związek między równaniami cząstkowymi o stałych współczynnikach a równaniami różniczkowymi zwyczajnymi z parametrem oraz omówiony jest problem początkowy o danych dystrybucyjnych.

Rozdział IV stanowi zastosowanie twierdzeń przedstawionych w poprzednich rozdziałach do rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania falowego. Przedstawione są tu badania istnienia i jednoznaczności w klasach dystrybucji zagadnienia początkowego dla równania falowego jednorodnego oraz rozwiązanie podstawowe. Następnie omówiona jest kwestia rozwiązalności zagadnienia początkowego dla równania falowego niejednorodnego. Ponadto podane są dla ilustracji rozwiązania podstawowe i rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania membrany i struny.

Rozdział V zawiera, podobnie jak poprzedni, badanie istnienia i jednoznaczności rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania przewodnictwa cieplnego i równania Schrödingera, przy czym podkreślone są istotne różnice jakościowe między własnościami rozwiązań równania falowego a równania przewodnictwa cieplnego i równania Schrödingera.

Rozdział VI jest poświęcony równaniu Laplace'a i równaniu Poissona. W rozdziale tym jest omówiona kwestia jednoznaczności i istnienia rozwiązań tych równań w ujęciu klasycznym i dystrybucyjnym.

Książka jest napisana przejrzyście i z dużą dozą ścisłości, mimo ogromnej ilości oznaczeń i definicji, które są związane z teorią dystrybucji i równaniami cząstkowymi w sposób nierozłączny. Każdy z rozdziałów jest zaopatrzony w liczne przykłady i ćwiczenia tematycznie związane z odpowiednimi paragrafami. Bibliografia jest bardzo obszerna, liczy 45 pozycji. To właśnie uatrakcyjnia bardzo recenzowaną książkę i stanowi jej poważną zaletę.

Przy lekturze nie zauważyłem żadnych istotnych omyłek, poza drobnymi usterkami w sformułowaniach, np. na str. 14 po ostatnim wzorze można bez szkody pominąć część zdania zaczynającą się „P jest ...". W rozdziale IV należałoby wyrazić w sformułowaniu twierdzenia 4 rozwiązanie podstawowe za pomocą delty Diraca, jest to bardzo pożyteczne w zastosowaniach i w zapisach.

Reasumując, recenzowana książka jest bardzo pożyteczną pozycją w naszym piśmiennictwie matematycznym związanym z współczesnymi metodami w teorii równań cząstkowych.

Adam Piskorek

Ryszard Bittner, *Rachunek operatorów w przestrzeniach liniowych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1974, str. 287, cena zł 36.—

Na początek podam kilka uwag ogólnych, aby łatwiej można było określić miejsce tej książki w literaturze dotyczącej rachunku operatorowego.

Elementy metody, którą dziś nazywamy rachunkiem operatorów, można znaleźć już w pracach G. Leibniza i G. Boole'a. Współczesny rachunek operatorów pochodzi od O. Heaviside'a i służy inżynierom do rozwiązywania równań i układów równań różniczkowych z zadanymi warunkami początkowymi. Metoda przedstawiona przez O. Heaviside'a miała charakter praktyczny, brak

jej było teoretycznego uzasadnienia, ale ponieważ stosowanie jej w konkretnych przypadkach dawało poprawne wyniki, więc szybko zjednała sobie zwolenników wśród inżynierów. Z biegiem czasu ukazały się jej różne uzasadnienia. Jedno z nich oparte jest na teorii transformacji Laplace'a (Bromwich). Zupełnie inne podejście do rachunku operatorów przedstawił J. Mikusiński, prostsze i ogólniejsze.

Punktem wyjścia koncepcji Mikusińskiego jest pierścień C funkcji ciągłych określonych na dodatniej półosi $t \geqslant 0$ ze zwykłym dodawaniem i splotem

$$(f*g)(t) = \int_0^t f(t-\tau)\, g(\tau)d\tau$$

jako mnożeniem. C jest pierścieniem przemiennym, a z twierdzenia Titchmarsha wynika, że nie ma on dzielników zera. Rozszerzenie tego pierścienia do ciała ułamków nosi w literaturze nazwę ciała operatorów Mikusińskiego. Niech l oznacza funkcję, która przyjmuje wartość 1 w każdym punkcie dodatniej półosi, wtedy $(l*f)(t) = \int_0^t f(\tau)d\tau$. Ostatnia równość usprawiedliwia nazwanie funkcji l operatorem całkowym. Operator $s = 1/l$ gra taką samą rolę, jak wprowadzony przez Heaviside'a operator różniczkowy p. Operator s nie może być identyfikowany z żadnym elementem pierścienia C.

Fakt, że zbiór operatorów tworzy ciało, jest bardzo ważny dla teorii równań różniczkowych.

Rachunek operatorów ma już wiele uogólnień. Jeden typ uogólnień polega na zastępowaniu pierścienia C innym liniowym pierścieniem funkcyjnym z odpowiednio określonym splotem, a funkcji l transformacją liniową L spełniającą warunek

$$(*) \qquad (La)*b = a*(Lb) = L(a*b).$$

W przypadku, gdy splot można tak określić, by pierścień nie miał dzielników zera, transformację L można utożsamiać z pewnym elementem ciała ilorazowego. B. Ditkin i A. Prudnikow skonstruowali pierścień całkowity i operator całkowy spełniający warunek (*) i taki, że odwrotność tego operatora można identyfikować z operatorem Bessela $\frac{d}{dt}t\frac{d}{dt}$. Znane są również konstrukcje tego typu dla ogólnej postaci operatora Bessela (I. Dimovski).

Autor w recenzowanej książce wprowadził dalsze uogólnienia rachunku operatorowego tak, że obejmują również takie sytuacje, w których nie można wprowadzić pierścienia bez dzielników zera i operatora L spełniającego warunek (*). Każdy rachunek operatorów w sensie autora tej książki jest określony przez zadanie dwóch przestrzeni liniowych L^0 i L^1, zwykle $L^1 \subset L^0$, nad dowolnym ciałem przemiennym (w praktyce nad ciałem liczb rzeczywistych lub zespolonych) i trzech transformacji liniowych S, T_q i s_q spełniających pewne aksjomaty. Podstawowym obiektem teorii jest pojęcie wyniku. Z grubsza mówiąc, wynikiem nazywa się ułamek postaci f/U, gdzie f należy do L^0, a U jest injekcyjnym endomorfizmem tej przestrzeni. Zbiór wyników tworzy przestrzeń liniową. Operatorem $\mu := A/U$ w przestrzeni wyników nazywa autor transformację liniową określoną w następujący sposób: $\mu\frac{f}{V} := \frac{Af}{UV}$, gdzie U jest również pewnym endomorfizmem injekcyjnym.

Książka składa się z dwóch części. Pierwsza część zawiera trzy rozdziały: I. Rachunek operatorów, II. Operatory, III. Abstrakcyjna teoria równań różniczkowych zwyczajnych. Ta część ma charakter czysto algebraiczny. Na część drugą składają się również trzy rozdziały: IV. Przestrzenie liniowe z normą, V. Rozwiązywanie równań różniczkowych metodami analitycznymi, VI. Całkowanie po warunkach brzegowych. Głównym przedmiotem rozważań drugiej części są przestrzenie częściowo uporządkowane, które tu zostały nazwane przestrzeniami Mikusińskiego. Ostatni rozdział tej książki jest poświęcony abstrakcyjnej całce Riemanna.

Książka zawiera wiele elementów oryginalnych. Przedstawione tu podejście do rachunku operatorów jest bardzo ogólne. Pod ten schemat podpada wiele metod stosowanych w teorii równań różniczkowych. Taka ogólna metoda ma wiele zalet, ponieważ uwypukla wspólne cechy różnych metod, ale ma również pewne cechy ujemne. Uogólnienie kilku teorii nie zawiera bardzo często najgłębszych twierdzeń tych teorii i wydaje mi się, że również tak jest w tym przypadku. Twierdzenie Titchmarsha musiało być zastąpione pewnymi założeniami. Przy tego typu założeniach twierdzenia nie mają większego znaczenia praktycznego, np. twierdzenie 25 ze str. 110.

Mimo pewnych zastrzeżeń dotyczących takiej ogólnej koncepcji rachunku operatorów uważam, że książka jest bardzo pożyteczna; zawiera wiele interesującego materiału. Ścisłe formalne potraktowanie teorii równań różniczkowych ma dużą wartość dydaktyczną. Wielką zaletą książki jest zamieszczenie sporej ilości przykładów i ćwiczeń; w dużej mierze ułatwia to korzystanie z książki, która zawiera zbyt wiele pojęć i oznaczeń. Używanie języka technicznego i przykłady z różnych dziedzin techniki mogą spowodować popularność książki wśród inżynierów.

Na zakończenie podam kilka usterek zauważonych podczas czytania.

Str. 16^{8} — jest ... pojęciem modułu, powinno być ... pojęciem pierścienia.

Str. 23_{11} — jest ... $x_1-x_2 \in \operatorname{Ker} S1$, powinno być .... $x_1-x_2 \in \operatorname{Ker} S$.

Str. 46_{12} — jest ... $\bar{a}_{11}U+\ldots$, powinno być ... $= \bar{a}_{11}U_{\xi\xi}+\ldots$

Str. 55 — brak konsekwencji w oznaczaniu argumentu funkcji u, w równości 3.84 używa się dużej litery P, a w następnych wierszach małej litery p.

Str. 212_{12} — równość $e^{ixp}c = \dfrac{c}{p_x-ixp}$ nie ma sensu.

Str. 235_{1-4} używa się dwóch różnych liter na oznaczenie tej samej metryki.

Władysław Kierat

F. R. Gantmacher, *Wykłady z mechaniki analitycznej*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1972, str. 240, cena zł 26.— Z rosyjskiego tłumaczył Ryszard Gagla.

Treść recenzowanej książki raczej nie odpowiada pewnemu działowi matematyki, lecz (w zgodzie z figurującym w tytule określeniem „wykłady") programowi wykładów autora (brak jest np. tak ważnego działu mechaniki analitycznej, jak teoria ruchu ciała sztywnego, omawia się natomiast szeroko nie należące w ogóle do mechaniki teorie: stabilności i „małych" drgań).

Rozdział I omawia podstawy teorii układów anholonomicznych (z tym, że omawia się wyłącznie układy anholonomiczne liniowe). Z rozważań pierwszych paragrafów (ani dalszych) nie wynika, co przyjmuje się jako postulaty teorii, a co jest wzięte skądinąd. Nie precyzuje się pojęcia realizacji więzów, ani nie wprowadza pojęcia równoważności więzów. Przyjęta na str. 9 definicja układu reonomicznego (jako układu nie skleronomicznego) oczywiście nie daje się w dalszym ciągu stosować konsekwentnie.

Wbrew opinii autora, prościej jest liczyć siły Lagrange'a wprost z definicji, a nie za pośrednictwem stosowania zasady prac przygotowanych (wprawdzie wielu ludzi woli — a raczej wolało — tak robić, ale nie z powodu racjonalnych przesłanek, a tylko z powodu złych przyzwyczajeń, sięgających swymi korzeniami do XVIII w.). Można by się jednak pogodzić z szerokim omawianiem i stosowaniem w książce zasady prac przygotowanych, gdyby autor nie traktował tradycyjnie przemieszczeń wirtualnych jako należących do rozpatrywanej przestrzeni fazowej, a uważał je za elementy liniowej przestrzeni stycznej.

Tradycyjne ujęcie pociąga za sobą i dalsze kłopoty. Na przykład na str. 52 stwierdza się, że wielkości π_s mogą nie istnieć. Natomiast na następnej stronie nazywa się je pseudowspółrzędnymi i uważa się, że istnieją zawsze. Tymczasem w dalszym ciągu rozważań autor w ogóle nie wykorzystuje tych (na ogół nieistniejących) wielkości, a stosuje tylko elementy styczne $\delta\pi_s$ oraz $\dot{\pi}_s$ (gdzie