ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XX (1976)

wmptm 1897

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

JERZY ZABCZYK (Warszawa)

Semestr „Teoria Sterowania"

Drugi z kolei semestr Centrum Banacha był poświęcony Teorii Sterowania i trwał od 19 września 1973 do 15 stycznia 1974. Pracami jego kierował Komitet Organizacyjny z Profesorami G. I. Gamkrelidze i C. Olechem na czele. Zgromadził on 108 uczestników, w tym 50 spoza Polski.

Teoria sterowania to młody, liczący niespełna 20 lat dział matematyki. Językiem jej są równania różniczkowe zwyczajne, o pochodnych cząstkowych (paraboliczne i hiperboliczne), stochastyczne oraz ich dyskretne wersje: równania różnicowe. Przez *system* lub *układ* rozumie się rodzinę równań indeksowaną elementami zbioru *parametrów sterujących*. Rozwiązanie każdego oddzielnego równania opisuje ewolucję systemu, odpowiadającą *sterowaniu stałemu*. W teorii sterowania deterministycznego, a więc takiego, w którym układ jest rodziną równań niestochastycznych, przez *strategię* rozumie się funkcję czasu o wartościach będących parametrami sterującymi. Strategia wskazuje, jakim równaniem w danej chwili ma być system opisywany. Wynikiem zastosowania strategii będzie funkcja przyjmująca wartości w przestrzeni stanów i spełniająca w każdym momencie to równanie, które jest wskazane przez strategię. Zasadniczym celem teorii jest znalezienie *strategii optymalnej*, która maksymalizowałaby (minimalizowałaby) funkcję celu, określoną na zbiorze par (strategia, rezultat jej zastosowania). Funkcją celu może być na przykład czas potrzebny do przeprowadzenia układu z jednego zadanego stanu do innego — otrzymujemy wtedy tak zwane zagadnienie optymalno-czasowe. Często funkcja celu jest nieliniowym funkcjonałem całkowym. Tradycyjne metody rozwiązywania tego typu problemów wariacyjnych okazały się niewystarczające. Pojawiły się więc nowe, z których zasada maksimum Pontriagina należy do najczęściej stosowanych. Zasada ta, mówiąc nieprecyzyjnie, to nieskończenie wymiarowa wersja mnożników Lagrange'a. Dla celów teorii sterowania pogłębione zostały wyniki analizy wypukłej, teorii selektorów, równań różniczkowych z wielowartościową prawą stroną. Dużą rolę odegrały tutaj rezultaty matematyków polskich.

W przypadku stochastycznym pojawiają się kłopoty już przy samej definicji strategii. Jeżeli przyjąć taką, jak dla układów deterministycznych, to okazuje się ona zbyt ograniczająca. Z punktu widzenia zastosowań bardziej przydatne są strategie

adaptacyjne, biorące pod uwagę aktualną informację o sterowanym układzie. Jasne jest, że proces praktycznego sterowania rakietą można znacznie polepszyć, jeżeli jej ruch będzie korygowany zależnie od napływających informacji o jej stanie: położeniu, temperaturze, zapasach paliwa. Stan rakiety podlega przecież nie dającym się przewidzieć losowym zmianom. Dlatego w sterowaniu stochastycznym strategia, to rodzina odwzorowań ze zbioru dostępnych informacji do zbioru parametrów sterujących, indeksowana czasem. Najczęściej informacje o systemie są tylko częściowe, na przykład wtedy, gdy kieruje się procesem stygnięcia tafli szklanej i obserwuje się jej temperaturę w kilku wybranych punktach (a nie we wszystkich). Poza tym informacje zawierają często *przekłamania*, wynikające z niedokładności pomiarów i szumów towarzyszących jej przekazywaniu. Z tych to względów podstawowym działem sterowania stochastycznego jest teoria filtracji podająca sposoby odfiltrowywania zakłóceń. Okazało się, że jest ona ściśle związana z niezależnie rozwijającą się teorią martyngałów i postawiła przed nią nowe interesujące zagadnienie reprezentacji całkowych. Jedyną, jak na razie, metodą znajdowania optymalnych sterowań systemami stochastycznymi jest *zasada optymalności Bellmana*. Dzięki niej wiele zagadnień sprowadzonych zostało do badania nieliniowych równań z pochodnymi cząstkowymi.

Poza wspomnianymi dwoma działami teorii sterowania: sterowaniem deterministycznym i stochastycznym istnieje jeszcze trzeci: teoria gier różniczkowych. W dziale tym analizuje się matematyczne modele ingerencji w sytuacje stworzone przez przeciwnika.

Te trzy działy wyznaczyły zasadnicze płaszczyny, w których rozgrywała się akcja semestru. Każdemu z nich poświęcone było oddzielne seminarium i każdy z nich reprezentowany był przez najwybitniejszych specjalistów. Przedmiotem dyskusji były wszystkie ważniejsze kierunki teorii: od geometrycznych interpretacji zasady *bang-bang* do równań programowania dynamicznego. Działalność semestru nie ograniczała się oczywiście jedynie do trzech seminariów. Z inicjatywy uczestników powstawały nowe „prywatne" seminaria. Odbywały się wykłady mające charakter szkoleniowy. Najważniejsze były jednak osobiste kontakty między uczestnikami i spotkania w mniejszych gronach. Na wykładach poznawało się „wizytówki" konkretnych matematyków i konkretnych dyscyplin. W bezpośrednich rozmowach następowało poznanie prawdziwe. Zawiązały się przyjaźnie, które przetrwały próbę czasu.

Na zakończenie Semestru odbyła się 7-dniowa Konferencja Naukowa w Zakopanem, której materiały stanowić będą treść pierwszego tomu Publikacji Centrum Banacha. Publikacje Centrum Banacha, które ukazywać się będą przeciętnie dwa razy do roku jako podsumowanie prac poszczególnych semestrów, to duże osiągnięcie organizacyjne Instytutu Matematycznego PAN.

Wymierne rezultaty Semestru to 20 przygotowanych i powielonych cykli wykładów oraz 17 przygotowanych podczas semestru prac naukowych.

Dla autora niniejszego komunikatu omawiany semestr był okresem wzmożonej pracy naukowej o trwałych konsekwencjach. Z jednej strony do jego obowiązków

należało prowadzenie seminarium Sterowanie Stochastyczne oraz cyklu wykładów ze sterowania układami różnicowymi. Równocześnie sprzyjająca atmosfera i osobiste kontakty z A. Szirjajewem z ZSRR i M. Davisem z Wielkiej Brytanii umożliwiły mu napisanie dwóch prac.

Na zakończenie warto wspomnieć o pracy M. Davisa *Disorder problem for Poisson process* przygotowanej w czasie semestru i wskazującej, jak stymulujący charakter miał semestr. Problemy w niej omawiane były badane dotychczas jedynie w ZSRR. Davis dowiedział się o nich podczas semestru. Innymi metodami uzyskał wyniki silniejsze od znanych dotychczas. Na ostateczny zaś kształt jego pracy wpływ miały dyskusje prowadzone z uczestnikami semestru.