wmptm 1897

W rozdziale VI podane są zastosowania ciał p-adycznych do badania ciał liczbowych. Opisany jest rozkład ideału pierwszego przy rozszerzeniu ciała (a także pojęcia z tym związane, jak grupa rozkładu, grupa bezwładu itd.), związek między differentą lokalną a globalną i podobny związek dla wyróżników. Podany jest też dowód globalnego twierdzenia Kroneckera–Webera przeprowadzony metodami lokalnymi, a pochodzący od Szafarewicza. Następny paragraf tego rozdziału zawiera informacje o idelach i adelach, o topologii w grupie ideli aż do dowodu zwartości grupy ilorazowej grupy ideli jednostkowych względem podgrupy ideli głównych. Podany jest dowód silnego twierdzenia o aproksymacji przy użyciu miary Haara. Wreszcie podane jest pochodzące od Fröhlicha uogólnienie wyróżnika (jest to nie ideał, lecz idel). Rozdział kończą rozważania o równaniach funkcyjnych dla ζ-funkcji grupy ideli. Są to wyniki Tate'a.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Rozdział VII dotyczy funkcji analitycznych stosowanych przy badaniu ciał liczbowych. Są to różne ζ-funkcje i szeregi Dirichleta. Za pomocą tych funkcji uzyskuje się informacje o asymptotycznym rozmieszczeniu liczb pierwszych i ideałów pierwszych. W szczególności podany jest dowód twierdzenia gęstościowego Czebotarewa i zastosowania tego twierdzenia m. in. do badania ciał Bauera, reszt potęgowych i grupy klas ideałów.

Rozdział VIII poświęcony jest badaniu liczby $h(K)$ klas ideałów ciała K metodami analitycznymi. Wyprowadzony jest klasyczny wzór na liczbę klas ideałów ciał abelowych i udowodniony jest wzór Siegela–Brauera dla takich ciał uzależniający liczbę klas od regulatora i wyróżnika ciała. W szczególności podane są wyczerpujące informacje o liczbie klas ciał kwadratowych: wyraźne wzory na $h(K)$, oszacowania z góry i z dołu liczby $h(K)$ dla ciał rzeczywistych K. Badana jest podzielność liczby klas ideałów przez daną liczbę naturalną. Rozdział kończą obszerne uwagi historyczne zawierające m. in. wzmiankę o interesujących wynikach Iwasawy dotyczących liczby klas ideałów ciał tworzących tzw. Γ-rozszerzenie.

Wreszcie rozdział IX zawiera informacje o badaniach funkcji liczbowych metodami analitycznymi. Podane są wzory asymptotyczne na liczbę liczb całkowitych ciała liczbowego K o ograniczonej normie, które mają rozkłady zadanej postaci na iloczyn elementów nierozkładalnych. W szczególności — wzór na liczbę liczb naturalnych $\leqslant x$, które mają jednoznaczny rozkład na iloczyn czynników nierozkładalnych w pewnych ciałach K (np. cyklotomicznych, kwadratowych).

Dodatki zawierają informacje o grupach lokalnie zwartych i szeregach Dirichleta używane w książce. Na zakończenie podany jest spis 35 otwartych problemów.

3. Wrażenia odniesione przy przeglądaniu książki. Książka jest rezultatem ogromnej pracy. Autor musiał przejrzeć i przemyśleć setki prac związanych z tematyką książki, prac pisanych w różnych epokach i przez autorów posługujących się różnymi metodami. Wyniki takich prac, które wydają się trwałe, weszły do książki.

Wpłynęło to na pewną niejednolitość i nagromadzenie wielu różnych rzeczy, które nie są tematycznie ze sobą związane. Z konieczności też o wielu faktach podane są tylko wzmianki, a dowody są pobieżnie szkicowane. Lektura książki wymaga więc od czytelnika dużej samodzielności.

Ogólne wrażenie odniesione po przejrzeniu tej książki jest następujące: jest to znakomity przewodnik po literaturze z zakresu algebraicznej teorii liczb, zawierający wykład podstawowych teorii z nią związanych i przegląd wartościowych wyników uzyskanych do roku 1970. Przy tym nacisk położony jest na metody elementarne i analityczne z pominięciem bardziej zaawansowanych metod algebraicznych (np. algebry homologicznej).

Jerzy Browkin

Na początku pragnę zaznaczyć, że nie będzie to recenzja, lecz zbiór nie tworzący zwartej całości uwag i refleksji doznanych podczas lektury książki. Zawartość książki jest omówiona w recenzji doc. J. Browkina. Ja ograniczę się do wskazania kilku tendencyjnie wybranych twierdzeń, aby zilustrować podane uwagi.

Książka nie ma sprecyzowanego adresata. Z jednej strony jest dostępna dla czytelnika mającego podstawową wiedzę z zakresu algebry, wybranych zagadnień teorii Galois i teorii funkcji

analitycznych, a z drugiej zawiera wiele nowości z ostatnich lat, w tym także wyniki autora, które zainteresują bardziej wtajemniczonych.

Książka jest podzielona tematycznie na rozdziały w sposób powszechnie przyjęty w tej teorii. Niektóre rozdziały można porównać z odpowiednimi w innych książkach, natomiast całości nie.

W przedmowie autor pisze o różnych sposobach i najnowszych tendencjach wykładania przedmiotu. W moim odczuciu autor zastosował najbardziej interesujący. Dla przykładu twierdzenie Dirichleta o jednościach (Theorem 3.6) i twierdzenie Minkowskiego o liczbie klas ideałów (Theorem 3.4) udowodniono metodami globalnymi, w sposób klasyczny, opierając się na twierdzeniu Minkowskiego z geometrii liczb. Niektóre twierdzenia są udowodnione w dwóch wersjach, globalnej i lokalnej. Umożliwia to porównanie sytuacji globalnej i lokalnej.

Szczególnie wymowny jest przykład twierdzenia Dedekinda (Theorem 4.10, Proposition 6.1) pokazujący między innymi to, że w sytuacji lokalnej ideały rozgałęzione sprawiają mniej kłopotów niż w sytuacji globalnej. Wykład z pierścieni Dedekinda nie jest przesadnie obszerny. Autor we właściwym miejscu przechodzi do przypadku pierścieni liczb całkowitych ciał liczbowych.

W książce nie ma zadań, za to jest dużo rozmaitych drobnych twierdzeń pożytecznych szczególnie dla początkującego czytelnika, potrzebującego intuicji i techniki rachunkowej. Dla przykładu wyliczono 9 wyróżników ciał kwadratowych urojonych o liczbie klas 1 (Proposition 4.15); udowodniono, że $Q(\zeta_m)$ ma również liczbę klas 1, jeśli $3 \leqslant m \leqslant 8$ (Proposition 4.16); wyznaczono bazę całkowitą dla rozszerzeń kubicznych czystych (Theorem 2.7); podano przykład nietrywialnego rozszerzenia nierozgałęzionego (str. 157).

W moim odczuciu w książce nie operuje się swobodnie arytmetyką ideałów, głównie dlatego, że pewne relacje zapisywane są zbyt algebraicznie. Na przykład bardziej teorio-liczbowo byłoby zapisywać operację największego wspólnego dzielnika ideałów $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$ w postaci $(\mathfrak{a}, \mathfrak{b})$ zamiast $\mathfrak{a}+\mathfrak{b}$, podzielność ideałów $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$ w postaci $\mathfrak{a}|\mathfrak{b}$ zamiast $\mathfrak{b} \subset \mathfrak{a}$, a relację „$\mathfrak{P}$ leży nad $\mathfrak{p}$" zastąpić przez „$\mathfrak{P}$ dzieli $\mathfrak{p}$".

W książce nie używa się diagramów. W niektórych miejscach byłoby lepiej wprowadzić więcej utożsamień, chociaż nie wszędzie. Adaptacja wyników z teorii lokalnej do globalnej jest przeprowadzona bardzo starannie.

Druga część książki ma charakter analityczny. W rozdziale VII udowodniono klasyczne własności funkcji $\zeta(s, \chi)$ (χ jest charakterem Heckego); równanie funkcyjne (Theorem 7.3): nieznikanie $\zeta(s, \chi)$ w półpłaszczyźnie $\operatorname{Re} s \leqslant 1$ (Theorem 7.5). Dalej następują wzory asymptotyczne, z których najważniejszy dotyczy funkcji $\pi_X(x)$ = liczba ideałów pierwszych z danej klasy X o normie $\leqslant x$. Wzór ten udowodniono dwukrotnie, raz bez błędu ostatniego wyrazu, opierając się na twierdzeniu Tauberowskim Delange'a–Ikehary (Corollary 4, s. 326) i drugi raz z błędem ostatniego wyrazu typu Hadamarda i de La Vallée Poussina (Corollary, s. 334). Również w ostatnim rozdziale książki jest dużo cennych wzorów asymptotycznych z uwzględnieniem błędu ostatniego wyrazu dotyczących różnych funkcji addytywnych określonych na półgrupie ideałów (Theorem 9.3: Corollary, s. 420: Theorem 9.1). Umieszczenie tak dużej liczby oszacowań w jednej książce ułatwi ich cytowanie i zapewne wpłynie na jej popularność.

Druga część rozdziału VII poświęcona jest twierdzeniu Czebotarewa i wnioskom z niego. Jest to trudne twierdzenie o dużym znaczeniu dla algebraicznej teorii liczb. Na ogół w podręcznikach nie obejmujących teorii ciał klas (co ma miejsce w tym przypadku) w miejsce twierdzenia Czebotarewa podaje się znacznie łatwiejsze w dowodzie twierdzenie Frobeniusa. W dowodzie twierdzenia Czebotarewa autor uwzględnił najnowsze uproszczenia (np. sprowadzenie do rozszerzeń cyklicznych dokonane przez McCluera, Acta Arith. 15 (1968)). Autor udowodnił słabą wersję twierdzenia Czebotarewa, a potem w oparciu o prawo wzajemności Artina (należące do teorii ciał klas) wersję silną (Theorems 7.10, 7.10*). Podano wiele rozmaitych zastosowań twierdzenia Czebotarewa. Jednym z nich jest wniosek, że rozszerzenia normalne są Bauerowskie.

W rozdziale VII zrobiono jeszcze jeden bardzo ważny użytek z teorii charakterów Heckego. Pokazano mianowicie wzór asymptotyczny dla liczby ideałów pierwszych ciała kwadratowego urojonego generowanego przez liczby leżące w ustalonych sektorach (Theorem 7.8).

W książce wiele uwagi poświęca się liczbie klas ideałów. Już w VII rozdziale podano kilka interesujących faktów. Tematyka ta jest trudna i mało zbadana. Leży ona obecnie w centrum zainteresowań badaczy teorii liczb. Autor poświęca jej w całości rozdział VIII, w którym dowodzi zasadniczego twierdzenia Siegela–Brauera dla rozszerzeń abelowych (Theorem 8.2) Niestety, nie zwrócono uwagi czytelnikowi, że dowód jest nieefektywny. Jest to bardzo ważne, zwłaszcza w kontekście dalszych rozważań o wyznaczaniu wszystkich ciał kwadratowych urojonych z liczbą klas równą 1.

W tym samym rozdziale bardzo szczegółowo omówiono ciała kwadratowe. Udowodniono wzór Dirichleta dla liczby klas ideałów (Theorem 8.4). Pokazano, że istnieje nieskończony ciąg ciał kwadratowych rzeczywistych $Q(\sqrt{d})$ o liczbie klas $> d^{1/2-\varepsilon}$ (Theorem 8.5). Przedstawiono niemal całą teorię rozdzajów Gaussa. W rozdziale tym znajduje się także szereg drobnych, lecz ciekawych twierdzeń o podzielności liczby klas (np. Theorems 8.7, 8.8).

W książce obszernie opisano związki między dyferentą a rozgałęzieniem oraz wyróżnikiem i bazą całkowitą (Corollary 3, s. 359; Corollary, s. 361; Theorem 5.13). Wskazano związek dyferenty z abstrakcyjnym różniczkowaniem w pierścieniach przemiennych (Theorem 4.7).

Ostatni rozdział poświęcony jest głównie ilościowym wynikom dotyczącym jednoznaczności rozkładu w ciałach o liczbie klas > 1. Większość wyników jest oryginalna. W twierdzeniu 9.7 autor udowodnił wzór asymptotyczny dla liczby liczb naturalnych $\leqslant x$ rozkładających się jednoznacznie w pewnych rozszerzeniach cyklicznych (np. w ciałach kwadratowych). Proposition 9.4 mówi, że prawie wszystkie liczby ciała o liczbie klas > 1 nie rozkładają się jednoznacznie na czynniki nierozkładalne w tym ciele. Niedawno autor udowodnił całkiem ogólne twierdzenie na ten temat, dające pewien wzór asymptotyczny dla liczby liczb całkowitych danego ciała rozkładających się jednoznacznie na czynniki nierozkładalne w tym ciele. Niestety, twierdzenie to nie jest już zamieszczone w tej książce.

Książka prof. Narkiewicza jest pierwszą nieelementarną monografią z teorii liczb, napisaną przez polskiego autora. Zapewne wywrze ona duży wpływ i wyrobi właściwy pogląd na teorię liczb wśród młodych matematyków w Polsce.

Henryk Iwaniec

Ryszard Zieliński, *Wybrane zagadnienia optymalizacji statystycznej*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1974, str. 143, cena zł 22.—

Książka jest pierwszą pracą w języku polskim napisaną przez polskiego autora (a drugą wydrukowaną w języku polskim) o zagadnieniach optymalizacji statystycznej. Zgodnie z podtytułami obejmuje problematykę analizy powierzchni odpowiedzi (response surfaces) i planowanie doświadczeń ekstremalnych.

Tematyka jest nowa, odpowiednia teoria powstała w ostatnich dwudziestu pięciu latach. Książka traktuje o ważnych zagadnieniach teoretycznych i aplikacyjnych wyznaczania ekstremum funkcji przy znajomości tylko jej wartości w pewnej skończonej liczbie punktów.

Autor ogranicza się do przedstawienia niektórych zagadnień, pomijając przy tym teorię aproksymacji statystycznej. Najobszerniej omówione są metody planowania doświadczeń, jakkolwiek również nie wyczerpująco.

Zagadnienia są rozpatrywane przy założeniach: 1) normalności zmiennych losowych ze wspólną wariancją, 2) niezależności tych zmiennych przy każdym wyborze niekoniecznie różnych punktów i 3) lokalnej aproksymacji funkcji regresji wielomianami.

Oto treść książki. Wstęp, stanowiący pierwszy rozdział, zawiera raczej pełny przegląd zagadnień dotyczących optymalizacji statystycznej. Liczne odsyłacze do bibliografii obejmującej czterdzieści pozycji dobrze informują o problematyce.

Rozdział drugi obejmuje wyniki teorii estymacji parametrów w regresji wielokrotnej i teorii