W książce wiele uwagi poświęca się liczbie klas ideałów. Już w VII rozdziale podano kilka interesujących faktów. Tematyka ta jest trudna i mało zbadana. Leży ona obecnie w centrum zainteresowań badaczy teorii liczb. Autor poświęca jej w całości rozdział VIII, w którym dowodzi zasadniczego twierdzenia Siegela–Brauera dla rozszerzeń abelowych (Theorem 8.2) Niestety, nie zwrócono uwagi czytelnikowi, że dowód jest nieefektywny. Jest to bardzo ważne, zwłaszcza w kontekście dalszych rozważań o wyznaczaniu wszystkich ciał kwadratowych urojonych z liczbą klas równą 1.

W tym samym rozdziale bardzo szczegółowo omówiono ciała kwadratowe. Udowodniono wzór Dirichleta dla liczby klas ideałów (Theorem 8.4). Pokazano, że istnieje nieskończony ciąg ciał kwadratowych rzeczywistych $Q(\sqrt{d})$ o liczbie klas $> d^{1/2-\varepsilon}$ (Theorem 8.5). Przedstawiono niemal całą teorię rozdzajów Gaussa. W rozdziale tym znajduje się także szereg drobnych, lecz ciekawych twierdzeń o podzielności liczby klas (np. Theorems 8.7, 8.8).

W książce obszernie opisano związki między dyferentą a rozgałęzieniem oraz wyróżnikiem i bazą całkowitą (Corollary 3, s. 359; Corollary, s. 361; Theorem 5.13). Wskazano związek dyferenty z abstrakcyjnym różniczkowaniem w pierścieniach przemiennych (Theorem 4.7).

Ostatni rozdział poświęcony jest głównie ilościowym wynikom dotyczącym jednoznaczności rozkładu w ciałach o liczbie klas > 1. Większość wyników jest oryginalna. W twierdzeniu 9.7 autor udowodnił wzór asymptotyczny dla liczby liczb naturalnych $\leqslant x$ rozkładających się jednoznacznie w pewnych rozszerzeniach cyklicznych (np. w ciałach kwadratowych). Proposition 9.4 mówi, że prawie wszystkie liczby ciała o liczbie klas > 1 nie rozkładają się jednoznacznie na czynniki nierozkładalne w tym ciele. Niedawno autor udowodnił całkiem ogólne twierdzenie na ten temat, dające pewien wzór asymptotyczny dla liczby liczb całkowitych danego ciała rozkładających się jednoznacznie na czynniki nierozkładalne w tym ciele. Niestety, twierdzenie to nie jest już zamieszczone w tej książce.

Książka prof. Narkiewicza jest pierwszą nieelementarną monografią z teorii liczb, napisaną przez polskiego autora. Zapewne wywrze ona duży wpływ i wyrobi właściwy pogląd na teorię liczb wśród młodych matematyków w Polsce.

Henryk Iwaniec

Ryszard Zieliński, *Wybrane zagadnienia optymalizacji statystycznej*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1974, str. 143, cena zł 22.—

Książka jest pierwszą pracą w języku polskim napisaną przez polskiego autora (a drugą wydrukowaną w języku polskim) o zagadnieniach optymalizacji statystycznej. Zgodnie z podtytułami obejmuje problematykę analizy powierzchni odpowiedzi (response surfaces) i planowanie doświadczeń ekstremalnych.

Tematyka jest nowa, odpowiednia teoria powstała w ostatnich dwudziestu pięciu latach. Książka traktuje o ważnych zagadnieniach teoretycznych i aplikacyjnych wyznaczania ekstremum funkcji przy znajomości tylko jej wartości w pewnej skończonej liczbie punktów.

Autor ogranicza się do przedstawienia niektórych zagadnień, pomijając przy tym teorię aproksymacji statystycznej. Najobszerniej omówione są metody planowania doświadczeń, jakkolwiek również nie wyczerpująco.

Zagadnienia są rozpatrywane przy założeniach: 1) normalności zmiennych losowych ze wspólną wariancją, 2) niezależności tych zmiennych przy każdym wyborze niekoniecznie różnych punktów i 3) lokalnej aproksymacji funkcji regresji wielomianami.

Oto treść książki. Wstęp, stanowiący pierwszy rozdział, zawiera raczej pełny przegląd zagadnień dotyczących optymalizacji statystycznej. Liczne odsyłacze do bibliografii obejmującej czterdzieści pozycji dobrze informują o problematyce.

Rozdział drugi obejmuje wyniki teorii estymacji parametrów w regresji wielokrotnej i teorii

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

weryfikacji hipotez. Autor wyznacza estymatory w sposób naturalny, postulując z góry ich nieobciążoność i efektywność. Korzystając z twierdzenia Cochrana, dowodzi, że pewne formy kwadratowe, występujące w analizie regresji, mają niezależne rozkłady chi-kwadrat. Przedstawia również testy Studenta i Snedecora dla weryfikacji hipotez o współczynnikach regresji. Przykład liczbowy zamyka rozdział.

W rozdziale trzecim omawia zagadnienie czy badany obszar, w którym regresję (funkcję F) opisuje równaniem drugiego stopnia względem k zmiennych zawiera punkt, w którym funkcja osiąga maksimum. Jeżeli zawiera punkt maksymalny, to oszacowuje się go, w przeciwnym razie poszukuje się punktów o wartościach funkcji F większych od dotąd uzyskanych. Przekształca się równanie badanej powierzchni regresji na równanie w postaci kanonicznej. Postać ta podlega analizie i interpretacji. Załączony przykład liczbowy ilustruje metodę.

Rozdział czwarty jest poświęcony zagadnieniu adekwatności opisu powierzchni regresji za pomocą wielomianu dostatecznie wysokiego stopnia. Głównie chodzi o zredukowanie tego stopnia, co wiąże się z weryfikacją hipotezy o adekwatności, że w danym obszarze da się opisać wystarczająco funkcję wielomianem pierwszego lub drugiego stopnia. Autor prezentuje estymatory współczynników w modelach nieadekwatnych. W rozdziale tym podano szereg dobrze dobranych przykładów liczbowych.

W rozdziale piątym traktującym o planowaniu doświadczeń wskazano, że ten sam problem można rozwiązać przy użyciu różnych planów eksperymentalnych. Wybór planu jest uwarunkowany kryterium optymalności. Autor przedstawia różne metody konstrukcji planów dla estymacji gradientu funkcji regresji lub estymacji współczynników regresji drugiego stopnia. Podkreśla znaczenie doświadczeń czynnikowych i przedstawia konstrukcję planów sympleksowych oraz problem powtarzania eksperymentów sympleksowych, jak również metodę porównywania doświadczeń.

W paragrafie o estymacji powierzchni regresji drugiego stopnia referuje cechy trzech typów planów: 1) o symetrii obrotowej, w tym plany jednostajnie dokładne (uniform rotatable designs), 2) ortogonale i 3) ortogonalne o symetrii obrotowej. Podaje zalety przejścia od planów pierwszego do drugiego stopnia. Przedstawia zarówno prostą konstrukcję planu ortogonalnego drugiego stopnia, jak i metody konstrukcji planów o symetrii obrotowej stopnia drugiego dla $k \geqslant 2$ zmiennych. Zamieszcza tablice przykładowych planów o symetrii obrotowej i ortogonalnych planów o symetrii obrotowej.

W rozdziale szóstym podaje przedział ufności t Studenta dla wartości oczekiwanej oraz elipsoidę ufności dla wektora wartości oczekiwanych k skorelowanych zmiennych losowych o rozkładzie normalnym. Uwagi tego zbyt krótkiego, bo trzystronicowego rozdziału są zakończone stwierdzeniem o otwartości problemu oceny dokładności oszacowania ekstremum funkcji.

W ostatnim, tj. siódmym rozdziale, autor opracowuje szczegółowo przykład liczbowy odpowiadający problematyce przedstawionej poprzednio. Jak z omówienia recenzowanej pracy wynika, w książce znajdujemy wiele interesujących metod z zakresu optymalizacji statystycznej, użytecznych w planowaniu, opracowywaniu i analizie eksperymentów ekstremalnych metodami statystyki matematycznej. Zainteresuje ona niewątpliwie szerokie grono badaczy naukowych różnych specjalności. Jest bowiem napisana elementarnie, zwięźle i jasno.

W trakcie czytania książki nasunęły mi się następujące uwagi krytyczne, które zestawiam w pięciu punktach.

1° Pominięto zupełnie plany częściowe (plany z replikacją częściową).

2° Brak skorowidza daje się silnie odczuwać z uwagi na nową tematykę prezentowaną w pracy.

3° Dostrzega się niekonsekwencję w notacji (por. § 2.3 i dalsze). Można było systematycznie używać notacji macierzowej, co skróciłoby znacznie zapis niektórych relacji i dowodów. Dobrze by było zarezerwować np. litery małe dla wektorów, a duże — dla macierzy.

4° Nie załączono erraty, mimo bardzo wielu błędów szczegółowych. Przykładowo podaję: 34^5 — Zaznaczoną macierz należy pomnożyć przez σ^2. $43^{10,11,12}$ Macierz należy pomnożyć przez σ^{-2}.

5° Należy powtórnie przerachować przykład liczbowy z rozdziału siódmego z uwagi na liczne błędy rachunkowe.

Wymienione usterki są łatwe do usunięcia i należy sądzić, że wraz z błędami drukarskimi będą poprawione w drugim wydaniu tej dobrej i pożytecznej pracy.

Wiktor Oktaba

Michał Kolupa, *Elementarny wykład algebry liniowej dla ekonomistów*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1973, str. 174, cena zł 26.—

Wiele miejsca w księgarniach zajmują pozycje typu: *Matematyka dla rolników*, *Rachunek prawdopodobieństwa dla chirurgów* i tym podobne. Wspólną cechą tych książek jest przedmiot: matematyka lub niektóre jej działy oraz fakt precyzyjnego, często zbyt precyzyjnego, wyspecyfikowania kręgu odbiorców. Matematyka jest jedna: ta sama dla rolników i dla chirurgów; a więc określeniu odbiorcy w tytule odpowiadać może specjalny dobór materiału, polegający na szczególnym uwzględnieniu problematyki danemu odbiorcy bardziej potrzebnej, a pominięciu innej. Często jednak przeznaczenie podręcznika np. „dla ekonomistów" nie ma nawet takiego pokrycia w treści, a rzecz ogranicza się tylko do specyficznego wyboru przykładów.

Powyższe słowa stosują się w pełni do *Elementarnego wykładu algebry liniowej dla ekonomistów* Michała Kolupy. Jeśliby usunąć z tej książki wszystkie przykłady, spis literatury i wstęp, to pozostałby dosyć zwarty wykład elementów algebry liniowej i trudno by poznać, czy to wykład dla ekonomistów, czy nie (chyba że za wskazówkę przyjąć brak dowodów). Zobaczmy więc, co obejmuje ten wykład. W czterech pierwszych rozdziałach mamy omówienie podstawowych pojęć elementarnej algebry liniowej: macierzy, wyznacznika, macierzy odwrotnej i układu równań liniowych. W rozdziale piątym opisane są krótko metody numeryczne rozwiązywania układów równań liniowych, a w szóstym — elementy teorii przestrzeni liniowych z uwzględnieniem szczególnego przypadku programowania liniowego. I wreszcie rozdział siódmy poświęcony jest przekształceniom liniowym i formom kwadratowym. Materiał objęty powyższym wyliczeniem omówiony jest dosyć starannie, wydaje się też, że został zgrabnie wybrany. Oczywiście są to zagadnienia bardzo elementarne, ale przecież taki był właśnie zamysł autora. Nie brak tu wprawdzie pewnych potknięć (np. opis algorytmu na str. 96 został nazwany twierdzeniem, wielkość $\max \sum a_{ij}$ została na str. 32 nazwana normą macierzy (a_{ij}) itd.), ale dotyczą one spraw drobnych i są możliwe do usunięcia. Czasem też autor umieszcza zbyt wiele twierdzeń banalnych (np. w paragrafie o liniowej zależności wektorów), czasem zaś wywody nie są dość jasne (np. przy wprowadzeniu pojęcia normy lub przy rozważaniach dotyczących różniczkowania na s. 34). Jeśli jednak przymknąć oczy na te usterki, to zawarty w książce wykład algebry liniowej będzie można zaliczyć do udanych.

Dużą zaletą książki jest fakt, że wątek wykładu algebry liniowej przewija się w niej dosyć często — trzeba bowiem wyjaśnić, że nie jest to wątek jedyny. Zdarza się często, że wykład algebry jest gwałtownie przerywany dużymi wstawkami dotyczącymi teorii modeli ekonometrycznych, w szczególności modelu Leontiewa, zagadnień związanych z prognozowaniem. Wstawki te, nazywane przykładami, na ogół nie mają wiele wspólnego z tekstem zasadniczym. Wydaje się, że stanowią one coś w rodzaju niezależnego, choć niezbyt usystematyzowanego wykładu pewnych zagadnień ekonometrycznych, i to w dużej mierze tych, które wiążą się z własnymi pracami autora książki (jego prace stanowią około 1/4 literatury cytowanej). Na przykład na str. 47 autor w 7 linijkach stwierdza, że zachodzi wzór:

$$\det[a^1,\ldots,a_1^k+a_2^k,\ldots,a^n]=\det[a^1,\ldots,a_1^k,\ldots,a^n]+\det[a^1,\ldots,a_2^k,\ldots,a^n],$$

potem zaś ilustruje ten fakt na trzech stronach „przykładem" dotyczącym szacowania funkcji popytu w warunkach niedostatecznej podaży (literatura cytowana: Kolupa i Pawłowski). Wyznacz-