wmptm 1897

b) Na stronie 147[1] autor pisze:

„4.1.5. Test istotności dla różnicy dwóch wariancji. Jeśli dwie próby o liczebnościach n_1 i n_2 są pobrane z populacji o rozkładach normalnych $N(m_1, \sigma_1)$ i $N(m_2, \sigma_2)$ o nieznanych wartościach średnich i nieznanych wariancjach, to dla zweryfikowania hipotezy, że wariancje tych prób $\hat{S}_1^2$ i $\hat{S}_2^2$ nie różnią się istotnie, czyli hipotezy H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, posługujemy się statystyką

$$F = \frac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2}, \tag{4.1.15}$$

która ma rozkład F Snedecora o $r_1 = n_1 - 1$ i $r_2 = n_2 - 1$ stopniach swobody.

Statystykę F konstruujemy w ten sposób, by jej wartość

$$F_0 = \frac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2}$$

była większa od jedności".

Otóż po pierwsze, owa statystyka F ma rozkład F Snedecora ze wspomnianymi stopniami swobody wtedy i tylko wtedy, gdy hipoteza H_0 jest prawdziwa. Tego rodzaju niedopowiedzenie powtarza się przy opisie wszystkich innych testów w książce, co ogromnie utrudnia czytelnikowi zrozumienie, na czym polega testowanie hipotez.

Po drugie, utożsamienie hipotezy H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ze sformułowaniem: „wariancje prób nie różnią się istotnie" jest żargonem statystycznym, który nie powinien być propagowany w podręczniku. Trzecia uwaga ma mniejszy ciężar gatunkowy: chodzi o pułapkę, w jaką wpada autor, każąc obliczyć wartość statystyki F tak, aby „była większa od jedności". Autor ma na myśli to, że weryfikując testem F hipotezę H_0 wobec hipotezy alternatywnej: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, mamy do czynienia z obszarem krytycznym złożonym z tych prób, dla których $\max\left(\frac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2}, \frac{\hat{S}_2^2}{\hat{S}_1^2}\right)$ przekracza odpowiednio wybraną krytyczną wielkość; aby jednak o tym wiedzieć, trzeba uprzednio nauczyć się statystyki z innego źródła.

c) Na stronie 157 autor wprowadza wzorem (4.3.1.) pewną statystykę, o której pisze (w. 16 od góry), że „ma rozkład o $r = k - s - 1$ stopniach swobody, gdzie s jest liczbą parametrów rozkładu hipotetycznego oszacowanych z próby metodą największej wiarygodności ([1]), a k jest liczbą składników sumy w wyrażeniu (4.3.1.)". Odnośnik ([1]) brzmi następująco: „Omówienie metody największej wiarygodności znajdzie Czytelnik np. w książce M. Fisza [11]".

Ten sposób rozwiązania przez autora kłopotu z definiowaniem metody największej wiarygodności jest nie do przyjęcia w podręczniku. Nota bene autor zapomniał w tym miejscu, że poprzednio definiował już w pewien szczególny sposób metodę największej wiarygodności: omawiając na str. 20 szacowanie liczebności populacji, stwierdził, że „Liczba obliczona ze wzoru (1.2.7.) nazywa się najbardziej prawdopodobną liczebnością zbioru, a taka metoda szacowania liczebności zbioru nosi nazwę metody największej wiarygodności. Dokładny opis tej metody można znaleźć w podręczniku T. Czechowskiego [5]".

Myślę, że ta przydługa recenzja skłania do następującego wniosku: książka powinna być uznana przez PWN za sygnał do przemyślenia polityki wydawniczej w zakresie zastosowań statystycznych.

Elżbieta Pleszczyńska

Stefan Kulczycki, *Z dziejów matematyki greckiej*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1973, str. 330, cena zł 50.—

Państwowe Wydawnictwo Naukowe wydało w 1960 r. w Bibliotece Problemów *Krótki zarys historii matematyki do końca XIX w.* D. J. Struika; w przedmowie do książki zapowiedziało stopniowe wydanie szeregu dzieł, zarówno przekładów, jak opracowań oryginalnych, obejmujących

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

w szerszym zakresie historię matematyki. W recenzji tej książki zmarły niedawno prof. Zdzisław Opial pisał, że inicjatywa Państwowego Wydawnictwa Naukowego „pozwoli na stopniową likwidację paradoksalnej sytuacji, że w kraju, gdzie wysoki poziom badań matematycznych nie ulega najmniejszej wątpliwości, nie sięgano nigdy do tak mocnego środka popularyzacji matematyki, jakim jest jej historia".

Przy tej sposobności przypomnieć wypada, że Zdzisław Opial był u nas jednym z nielicznych matematyków, pracujących twórczo w różnych dziedzinach matematyki „czystej", którzy nie tylko doceniają znaczenie historii matematyki, lecz także czynnie ją uprawiają. Zawdzięczamy mu m. in. wnikliwe recenzje z tej dziedziny, doskonałą rozprawę o pracach Jana Brożka w zakresie teorii liczb, o pracach matematycznych Torricellego, znakomity referat o stanie i potrzebach badań historyczno-matematycznych w Polsce (na wrocławskiej sesji naukowej, poświęconej historii matematyki). Pod jego kierunkiem przygotowany został przekład dużego dzieła A. P. Juszkiewicza *Historia matematyki w wiekach średnich*. Niemały był wreszcie wkład jego pracy w wydanie omawianej tu książki Kulczyckiego.

Stefan Kulczycki prowadził w latach 1956–1960 na Uniwersytecie Warszawskim wykłady historii matematyki, w których wiele miejsca zajęła historia matematyki starożytnej. Z wykładów tych pozostały po jego śmierci obszerne notatki. Z inicjatywy Polskiego Towarzystwa Matematycznego Państwowe Wydawnictwo Naukowe podjęło się rekonstrukcji wykładu na podstawie tych notatek; trudnej tej pracy dokonały starannie panie Maria Majewska i Janina Solarska, a następnie prof. Zdzisław Opial opracował książkę pod względem merytorycznym.

Postawę badawczą autora najlepiej określa jego wypowiedź na str. 94: „Splatanie ze sobą *Wahrheit und Dichtung* cechuje nie tylko książkę van der Waerdena [Science Awakening, Groningen 1954], ale — w rozmaitym stopniu — wiele innych prac. Nie będę przytaczał dalszych przykładów, może wspomnę o nich w przyszłości, sam zaś starać się będę odgrodzić wiadomości jako tako pewne od hipotetycznych, i dlatego niejeden raz będę kładł główny nacisk na to, jakie twierdzenia były przez Greków odkryte, a mniejsze na wskazanie ich autora. Będę się starał unikać ponętnej beletrystyki". Uzbrojony w oręż, jaki dały mu głębokie i gruntowne studia nad literaturą przedmiotu, znakomita znajomość tej literatury, lektura źródeł z pierwszej ręki oraz wrodzony sobie wyostrzony zmysł krytyczny, autor wykazuje na licznych przykładach, jak słabo uzasadnione były sądy historyków matematyki (van der Waerden, Neugebauer, Dijksterhuis, Coolidge i in.) o niektórych niecałkiem wyjaśnionych problemach matematyki greckiej, i proponuje własną, przekonywającą interpretację faktów.

Książka podzielona jest na cztery rozdziały, obejmujące 20 większych paragrafów. Oto ich tytuły:

I. Czasy najdawniejsze. 1. Geometria starożytnego Egiptu. 2. Matematyka babilońska. 3. Kultura grecka w VI wieku p. n. e. 4. Źródła do historii geometrii greckiej przed Euklidesem. 5. Matematyka okresu przedeuklidesowego w oczach historyków matematyki. Księga X Elementów Euklidesa.

II. Tales i Pitagoras. 6. Wiadomości matematyczne Greków VI wieku. Tales. 7. Pitagoras i pitagorejczycy. 8. Geometryczna algebra babilońska a geometryczna algebra grecka. 9. Matematyka grecka w drugiej połowie V wieku. Hippokrates z Chios. 10. Matematyka grecka w pierwszej połowie IV wieku. Archytas z Tarentu. 11. Sofiści.

III. Platon i Arystoteles. 12. Platon. 13. Akademia platońska. Eudoksos. 14. Arystoteles o podstawach matematyki. 15. Geometryczno-astronomiczne rozprawy Autolikosa.

IV. Euklides. 16. Euklides. 17. Elementy Euklidesa. 18. Definicje Elementów. 19. Aksjomaty Elementów. 20. Pojęcie kąta w Elementach.

Z części książki, które wydały mi się szczególnie interesujące, wymienię: w rozdziale I analizę X księgi Elementów, najobszerniejszej i najtrudniejszej z trzynastu, poświęconej badaniu wielkości, które dziś nazywamy niewymiernościami algebraicznymi; w rozdziale II gruntowne omówienie arcyciekawego problemu algebraicznego kwadrowalności księżyców Hippokratesa; w rozdziale III przedstawienie wpływu Platona na rozwój matematyki greckiej i poglądów Arystote-

lesa na podstawy matematyki; wreszcie w rozdziale IV omówienie dorobku naukowego Euklidesa, oczywiście przede wszystkim Elementów, ze szczególnym uwzględnieniem definicji i aksjomatów.

Oryginalnym pomysłem autora jest używanie — a właściwie reaktywowanie używanych przez Greków — terminów: parabola, elipsa i hiperbola pól, dla oznaczenia konstrukcji, które w literaturze nazywa się powszechnie przykładaniem pól (Flächenanlegung, application of areas, applicazione di aree, application des aires, przyłożenije płoszczadiej). Chodziło w „paraboli pól" (przykładaniu zwykłym) o zbudowanie na danym odcinku $2p$ prostokąta równoważnego prostokątowi o danym polu c^2: $2px = c^2$. „Elipsa pól" (przykładanie z niedomiarem; po grecku elleipsis = niedomiar) to zbudowanie takiego prostokąta o podstawie mniejszej od a i danym polu c^2, by $x+y = a$ i $xy = c^2$. Wreszcie „hiperbola pól" (przykładanie z nadmiarem; po grecku hyperbole = nadmiar), to zbudowanie takiego prostokąta o podstawie większej od a i danym polu c^2 tak, by $x-y = a$ i $xy = c^2$. Nazwy tych konstrukcji: parabola, elipsa i hiperbola, ściśle związanych z własnościami stożkowych, przyjęte zostały później, w III w. p. n. e., dla oznaczania samych krzywych.

Innym przykładem, ilustrującym bieg myśli autora, jest następujący (str. 57): znając długość łuku koła $a = 60$ i cięciwy $b = 50$, Babilończycy obliczali pole odcinka kołowego według wzoru:

$$F = (a-b)b-\tfrac{1}{2}(a-b)^2,$$

przy czym „linię dzielącą" (strzałkę) odcinka uważali — oczywiście błędnie — za równą $a-b$. Kilkustronicowy komentarz do tekstu tego zadania Neugebauer (Vorgriechische Mathematik, str. 171) kończy wnioskiem: „Ponieważ niepodobna w ogóle zorientować się, jak można było dojść do wzoru o tej budowie na pole odcinka, niepodobna rozstrzygnąć między rozmaitymi możliwościami. Rozstrzygnięcie przynieść może dopiero odkrycie nowego materiału tekstowego". Natomiast Kulczycki uważa genezę wzoru za prostą, rozumuje bowiem tak: jeśli łukiem jest półokrąg o promieniu r, to długość łuku $a = 3r$ (w matematyce babilońskiej było $\pi = 3$), a cięciwa $b = 2r$, zatem linia dzieląca (strzałka) $= r = a-b$. Wzór ten rachmistrz babiloński przeniósł bez wahania na dowolne odcinki, „jakby to zrobił nasz sztubak". Dalej, pole półkola $= 1{,}5r^2 = r\cdot 2r - 0{,}5r^2 =$ pole prostokąta — połowa kwadratu linii dzielącej $= (a-b)b-\frac{1}{2}(a-b)^2$. I ten wzór Babilończyk zastosował do każdego odcinka kołowego.

Pod względem typograficznym książka prezentuje się bardzo dobrze. Druk i ilustracje są wyraźne i czytelne, wykonała je Drukarnia Uniwersytetu im. A. Mickiewicza w Poznaniu. Niektóre z ilustracji są jednak, moim zdaniem, źle dobrane. Na obwolucie książki o matematyce greckiej bardziej na miejscu, niż tabliczka starobabilońska VAT 12593, byłby jakiś ornament grecki. Na okładce rysunek może się podobać, ale pochodzi też z tabliczki babilońskiej BM 15285. Na str. 25 do opisu ornamentu warto było dołączyć jego reprodukcję (z książki Speisera o teorii grup). Wreszcie na str. 97, na początku rozdziału o Talesie i Pitagorasie, mamy znów reprodukcję rysunku z tabliczki starobabilońskiej BM 85194, a więc co najmniej o 1000 lat wcześniejszej od Talesa!

W książce znalazłem kilka błędów rzeczowych, które chcę tu sprostować. Na str. 15 mowa jest o fachowcach, którzy w Egipcie starożytnym wykonywali pomiary. Nazywano ich po grecku: harpedonaptai, a nie jak podano: harpenodaptai (zob. np. Słownik grecko-polski t. I, Warszawa 1958, PWN, str. 333). Rzecz ciekawa, że ten sam błąd popełnili van der Waerden i H. Wussing (*Mathematik in der Antike*, Leipzig 1962). Na str. 48 wymieniona jest tabliczka AO 8863; powinno być 8862 (jest to słynna tabliczka z Luwru, której reprodukcję podaje np. van der Waerden, str. 64), a skrót AO oznacza nie Alter-Orient (Lipsk), jak podano, lecz Antiquités Orientales, tabliczka należy bowiem do tej kolekcji w paryskim Luwrze. Na str. 78 zamiast Bernarda powinno być Bertranda Russella, na str. 103 zamiast Cortone powinno być Crotone. Na str. 119 zamiast geometria algebraiczna powinno być algebra geometryczna. Na str. 303 zamiast lambenamena powinno być lambanomena. Na str. 325 wymieniony jest jako autor Elementów Euklides z Megary. Jest to błąd, z którym walczył już Cantor w swych *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*: Euklides, autor Elementów — to całkiem inna osoba niż filozof Euklides z Megary, który żył około 100 lat wcześniej, współcześnie z Platonem (około 450–380 p. n. e.). Na str. 326

w skorowidzu nazwisk mylnie wymieniony jest Luis de Leon, około 1527–1591. Jest to całkiem inna osoba niż Leon (IV w. p. n. e.), domniemany autor zaginionych Elementów.

Sporo jest wreszcie w książce błędów drukarskich, zwłaszcza w pisowni obcych słów i nazwisk.

Książka Stefana Kulczyckiego stanowi bardzo cenny nabytek polskiej literatury historyczno-matematycznej, ciągle jeszcze tak ubogiej. Lektura jej niewątpliwie przyczyni się do popularyzacji znajomości matematyki greckiej. Wielka to, niepowetowana szkoda, że autor nie zdążył już napisać jej dalszego ciągu, omawiającego najwyższe osiągnięcia naukowe złotego wieku matematyki greckiej (Archimedes, Apolloniusz).

Trawestując przytoczone na początku słowa prof. Opiala, zakończę pytaniem: kiedy skończy się kompromitująca sytuacja, że w kraju, gdzie wysoki poziom badań matematycznych nie ulega najmniejszej wątpliwości ,nie zdobyto się od roku 1807 na wydanie przekładu Elementów Euklidesa? Nowoczesne przekłady mają obecnie prawie wszystkie narody cywilizowane, nawet najmniejsze (o ile dobrze pamiętam, kilkanaście lat temu ukazał się przekład w języku armeńskim).

Stanisław Dobrzycki

Książki nadesłane

Stanisław Gołąb, *Tensor calculus*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam–London–New York, PWN — Polish Scientific Publishers, Warszawa 1974, str. 371. Z polskiego przetłumaczył Eugene Lepa.

Part I. 1. Introductory concepts. 2. Geometric objects. 3. Tensors and tensor algebra. 4. A supplement to tensor algebra. Part II. 5. Parallel displacement. 6. Curvature and torsion tensors. 7. The metric of Riemannian space. 8. Some special spaces. 9. Differential operators and integral theorems. Part III. 10. The applications of tensor calculus to geometry. 11. Other applications.

Andrzej Grzegorczyk, *An outline of mathematical logic*, Fundamental results and notions explained with all details, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht — Holland/Boston — USA, PWN — Polish Scientific Publishers, Warszawa 1974, str. 596.

Introduction to the problems of the foundations of mathematics. I. The classical logical calculus. II. Models of axiomatic theories. III. Logical hierarchy of concepts.

Jerzy Antoniewicz, *Podręczne tablice matematyczne pięciocyfrowe*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1974, str. 192, cena zł 25.—

Wacław Sierpiński, *Oeuvres choisies*, tome I, Bibliographie, théorie des nombres et analyse mathématique. Publié par les soins de Stanisław Hartman et Andrzej Schinzel, PWN — Éditions Scientifiques de Pologne, Warszawa 1974, str. 300.

Wacław Sierpiński, *Oeuvres choisies*, tome II, Théorie des ensembles et ses applications. Travaux des années 1908–1929. Publié par les soins de Stanisław Hartman, Kazimierz Kuratowski, Edward Marczewski et Andrzej Schinzel, PWN — Éditions Scientifiques de Pologne, Warszawa 1975, str. 780.