Wyniki Sikorskiego z teorii miary weszły na stałe do literatury. Tak na przykład w znanej książce J. C. Oxtoby'ego *Measure and category* znalazło się miejsce na omówienie prac [2] i [14]. Nieduża ta książka zawiera tylko najładniejsze, a zarazem ciekawe dla szerokiego kręgu matematyków rezultaty dotyczące analogii między miarą a kategorią Baire'a.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Piotr Antosik (Katowice)

Prace Romana Sikorskiego z teorii dystrybucji

Prof. R. Sikorski był w latach pięćdziesiątych jednym z tych matematyków, którzy odczuwali potrzebę oparcia teorii dystrybucji na prostszych pojęciach niż to zrobili S. L. Sobolew i L. Schwartz. Punktem wyjścia definicji dystrybucji podanej w jego pracy [38] jest pojęcie pary uporządkowanej (p, f), gdzie p jest nieujemną liczbą całkowitą, a f jest funkcją ciągłą w zbiorze otwartym Q. Dwie takie pary (p, f) i (q, g) są *równoważne*, gdy $p \geqslant q$, pochodna $f^{(p-q)}$ jest ciągła i różnica $f^{(p-q)} - g$ jest wielomianem stopnia mniejszego od q lub $q \geqslant p$ i różnica $g^{(q-p)} - f$ jest wielomianem stopnia mniejszego od p. *Dystrybucją rzędu skończonego* w Q jest klasa par równoważnych w Q. Rozwinięcie tej teorii jest podane w książce *Funkcje rzeczywiste* [60], str. 425.

Zaletą metody algebraiczno-różniczkowej wprowadzenia dystrybucji przez prof. Sikorskiego jest jej bezpośredniość i elementarność. Język tej metody jest bliższy języka analizy klasycznej niż język oryginalnej teorii Schwartza. Dalsza jednolitość języka i metod analizy i teorii dystrybucji występuje w ciągowej teorii dystrybucji, która została przedstawiona w pracach [55] i [82] napisanych wspólnie z prof. Janem Mikusińskim. W pracach tych dystrybucjami są klasy równoważności podstawowych ciągów funkcji.

W przypadku dystrybucji rzędu skończonego jednej zmiennej określonej na całej prostej wystarczy przyjąć, że ciąg funkcji gładkich f_n, tj. funkcji mających pochodne dowolnego rzędu, jest *podstawowy*, jeśli istnieją funkcje F_n i rząd k ($k = 0, 1, \ldots$), takie że $F_n^{(k)} = f_n$ i ciąg F_n jest niemal jednostajnie zbieżny na prostej. Dwa ciągi f_n i g_n są *równoważne*, gdy ciąg przeplatany $f_1, g_1, f_2, g_2, \ldots$ jest podstawowy. Klasy ciągów równoważnych są nazywane *dystrybucjami*. Sposób wprowadze-

nia dystrybucji jest analogiczny do metody Cantora wyprowadzenia liczb rzeczywistych. Takie ujęcie dystrybucji jest zgodne z intuicją aproksymacji dystrybucji przez funkcje ciągłe. Teoria jest oparta na dwóch prostych do stwierdzenia faktach mówiących, że dystrybucje są lokalnie pochodnymi z funkcji ciągłych i że dystrybucje są dystrybucyjnymi granicami funkcji gładkich.

Obie prace zostały przetłumaczone z języka angielskiego na języki: rosyjski, francuski i polski. Pierwsza z nich była również przetłumaczona na język chiński. Zostały one włączone do książki *Theory of distributions. The sequential approach* [118], przetłumaczonej następnie na język rosyjski i wydanej przez wydawnictwo „Mir" w roku 1976.

Prof. R. Sikorski w pracy [77] podaje definicje splotu i transformaty Fouriera w podobny sposób jak w klasycznej analizie. Wprowadza pojęcie całki oznaczonej z „ciągłej części dystrybucji", całki niewłaściwej z dystrybucji i następnie określa splot i transformatę Fouriera stosując te same wzory co w analizie klasycznej.

W pokazaniu metody wprowadzenia tych pojęć ograniczymy się, dla uproszczenia, do przypadku dystrybucji dwóch zmiennych $f(u, t)$ określonej na całej płaszczyźnie. Symbol $\int_{\omega}^{v} f(u, t)\,dt$ oznacza dystrybucję trzech zmiennych $g(u, \omega, v)$ taką, że

$$\frac{\partial}{\partial v} g(u, \omega, v) = f(u, \omega) \quad \text{oraz} \quad g(u, \omega, v) = -g(u, v, \omega).$$

Warunki te wyznaczają jednoznacznie dystrybucję g. Dystrybucję $f(u, t)$ nazywa się *ciągłą względem zmiennej* t, jeśli istnieją: funkcja ciągła $F(u, t)$ i rząd k takie, że

$$\frac{\partial^k}{\partial u^k} F(u, t) = f(u, t).$$

Ważną własnością dystrybucji ciągłej względem t jest to, że zmienną t można ustalać. Ponadto, jeśli $f(u, t)$ jest dystrybucją ciągłą względem t, to również całka $\int_{\omega}^{v} f(u, t)\,dt$ jest dystrybucją ciągłą względem v i ω. Ma więc sens wyrażenie $\int_{a}^{b} f(u, t)\,dt$, które odpowiada całce oznaczonej z parametrem. W pracy podane są uogólnienia tej całki na całkę po zbiorze i powierzchni oraz na funkcje lokalnie całkowalne względem t.

Analogicznie do wartości dystrybucji w punkcie w sensie Łojasiewicza, granicę

$$\lim_{b \to \infty} f(u, v+b)$$

prof. Sikorski nazywa wartością dystrybucji $f(u, t)$ w nieskończoności względem t i oznacza ją $f(u, \infty)$. Podobnie określa się $f(u, -\infty)$. Zrozumiałe jest obecnie znaczenie symbolu $\int_{-\infty}^{\infty} f(u, t)dt$, które odpowiada całce niewłaściwej względem t. Gdy pojęcie całki niewłaściwej jest zdefiniowane, definicje splotu dystrybucji i transformaty Fouriera są pod względem formalnym takie same jak w klasycznej analizie, tj.

$$(f*g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x-t)g(t)dt, \qquad Ff(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-2\pi ixt)dt.$$

Wprowadzone pojęcie całki z „ciągłej części dystrybucji" jest proste i wystarcza do wyprowadzenia ciekawego wzoru na podstawianie do wielowymiarowej delty Diraca. Wynik ten jest zawarty w pracy [74].

W przedmowie do tłumaczenia na język rosyjski książki [117] (pióra E. Sołomencewa), czytamy że *zasługi i osiągnięcia polskiej szkoły teorii dystrybucji są dobrze znane. Rozwijana w pracach jej przedstawicieli ciągowa metoda uzasadnienia i budowy tej teorii przyciąga swoją poglądowością i związkiem z intuicyjnymi fizycznymi wyobrażeniami.*

Głównym dorobkiem polskiej szkoły dystrybucji są prace prof. J. Mikusińskiego z ciągowej teorii dystrybucji, prace prof. S. Łojasiewicza z funkcjonałowej teorii dystrybucji i prace prof. R. Sikorskiego z algebraiczno-różniczkowej teorii dystrybucji. Niezależnie od swojej własnej koncepcji teorii dystrybucji prof. R. Sikorski ma duży wkład w rozwój ciągowej teorii dystrybucji.

A. Pełczyński (Warszawa)

O Romanie Sikorskim w analizie funkcjonalnej i trochę poza nią

Gdy pisałem zamówiony u mnie przez redakcję artykuł o pracach Romana Sikorskiego z analizy funkcjonalnej, stale na myśl przychodziły wspomnienia naszych z nim kontaktów. Od wspomnień więc zacznę.

Roman Sikorski należy do pokolenia, które poniosło największe straty w II Wojnie Światowej. Brak dostatecznej liczby przedstawicieli tego