wmptm 1897

czony na str. 79 powinien być uproszczony. Na str. 190 omyłkowo napisano $\sin x = o(x)$. Na str. 233 recenzent chętnie widziałby ćwiczenie: sinus jest funkcją nieograniczoną w C. Na str. 320 w ćwiczeniu 20,12 autor stwierdza, że funkcja wypukła na przedziale domkniętym musi być ciągła, co nie jest prawdą.

Pomimo tego, że w książce brakuje różnych konkretnych obliczeń i omówienia niektórych tematów (co nawet mogłoby prowadzić do stwierdzenia, że książka nie jest podręcznikiem analizy, lecz jedynie ciekawym opowiadaniem o przedmiocie), recenzent musi stwierdzić, że jest to książka pożyteczna i warta przeczytania. Pozwala sobie też żywić nadzieję, że przed ewentualnymi następnymi wydaniami autor nieco książkę rozbuduje, przez co stałaby się ona jeszcze użyteczniejsza.

Michał Krych

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Agnieszka Plucińska, Edmund Pluciński, *Elementy probabilistyki*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1979, str. 309, cena zł 52. —

Recenzowana pozycja ukazała się w serii „Matematyka dla politechnik", ma więc zdecydowanie określonego adresata. Poświęcona jest elementom rachunku prawdopodobieństwa, statystyki matematycznej i procesów stochastycznych. Jest z założenia traktowana jako pierwsza lektura — z tego zakresu — dla studentów politechnik.

Rosnące zastosowania metod stochastycznych w naukach technicznych (wpływ fizyki statystycznej i mechaniki kwantowej) spowodowały konieczność umieszczenia w programie studiów politechnicznych przedmiotu *rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*. Programy tego przedmiotu różnią się w zależności i od uczelni, i od wydziałów. Niemniej świadomość, że na politechnikach należy uczyć metod stochastycznych, jest chyba powszechna.

W obowiązującym w Polsce programie szkoły średniej, rachunek prawdopodobieństwa jest uwzględniony, ale tylko w zakresie dotyczącym zbiorów skończonych. Na kierunkach matematycznych uniwersytetów czy politechnik wykłada się probabilistykę opartą na teorii miary. Natomiast na kierunkach inżynierskich takie ujęcie, korzystające z pojęcia miary i całki względem miary, wykracza poza obowiązujące programy. Powstaje więc problem, jak ten przedmiot wykładać.

Autorzy recenzowanej książki znaleźli pewien kompromis. Zastosowali następującą metodę: wszystkie pojęcia i definicje w rozdziałach I–V podają oni bez użycia pojęcia całki względem miary, oddzielnie rozpatrując zmienne losowe typu skokowego i ciągłego. Korzysta się więc z teorii szeregów lub całki Riemanna. Natomiast na końcu niektórych paragrafów, w specjalnie oznaczonym tekście, podaje się jednolite podejście z użyciem całki względem miary.

Książka składa się z 6 rozdziałów, dodatku oraz załączonych 7 tablic różnych rozkładów prawdopodobieństwa. Rozdział I *Zdarzenia i prawdopodobieństwo zdarzeń* poświęcony jest wprowadzeniu przestrzeni probabilistycznej, rozkładu prawdopodobieństwa oraz prawdopodobieństwa warunkowego. Pojęcia te (w odróżnieniu od szkolnego programu) omawia się w przypadku ogólnym, bez założenia przeliczalności przestrzeni zdarzeń elementarnych. Dlatego szkoda, że nie podkreślono tu potrzeby takiego ogólnego ujęcia. Niezbyt udany przykład 1.4 (bo dlaczego spadanie punktu materialnego pod wpływem siły ciężkości ma charakter losowy?) służy jedynie do wy-

jaśnienia zdarzenia przeciwnego. Rozdział kończy wzór na prawdopodobieństwo całkowite oraz wzór Bayesa.

Rozdział II *Zmienne losowe jednowymiarowe* omawia zmienne losowe typu skokowego i ciągłego, rozkład dwumianowy, rozkład Poissona, rozkład jednostajny, rozkład wykładniczy, rozkład gamma i rozkład normalny.

W rozdziale III *Zmienne losowe wielowymiarowe* wprowadza się takie zmienne, w szczególności zmienne losowe zespolone. Omawia się rozkłady brzegowe, wielowymiarowy rozkład normalny oraz ważne z praktycznego punktu widzenia pojęcie regresji zmiennej losowej. Twierdzenie 3.1 ze str. 100 jest niezgrabnie sformułowane. Chodzi o to, że jeśli zmienne losowe $X_1, \ldots, X_N$ są niezależne i $g_1, \ldots, g_N$ są funkcjami borelowskimi, to zmienne losowe $Y_1, \ldots$ $\ldots, Y_N$ są też niezależne, gdzie $Y_i = g_i(X_i)$, $i = 1, \ldots, N$. Dowód tego twierdzenia (mimo że mieści się w dwóch linijkach) został pominięty, a korzysta się z tego twierdzenia choćby w twierdzeniu 3.17.

Krótki rozdział IV *Ciągi zmiennych losowych* słusznie został wydzielony. Omawia się w nim różne rodzaje zbieżności zmiennych losowych, prawa wielkich liczb oraz centralne twierdzenie graniczne.

66-stronicowy rozdział V *Elementy statystyki matematycznej* wykorzystuje materiał z wcześniejszych rozdziałów. Autorzy ograniczają się do estymacji parametrów cechy elementów populacji oraz do weryfikacji hipotez statystycznych. Wprowadza się w tym kontekście rozkład chi-kwadrat, rozkład t-Studenta oraz rozkład F-Snedecora. Dowodzi się, podstawowej w teorii estymacji, nierówności Rao–Craméra. W drugiej części rozdziału omawia się szczegółowo test chi-kwadrat Pearsona, test Kołmogorowa–Smirnowa oraz test Wilcoxona.

Ostatni rozdział *Elementy procesów stochastycznych* jest wprowadzeniem w problematykę procesów stochastycznych z czasem ciągłym. Omawia się elementy analizy losowej: ciągłość, różniczkowalność i całkę stochastyczną w sensie zbieżności średnio-kwadratowej. Wprowadza się proces Poissona, proces Wienera, procesy o przyrostach niezależnych, procesy Markowa, w szczególności procesy dyfuzyjne, oraz procesy stacjonarne. Autorzy ograniczają się do przedstawienia elementarnych własności i przykładów raczej służących do formalnego opanowania materiału niż do ilustracji możliwości zastosowań procesów stochastycznych. Na str. 228 wprowadza się założenie: „każdy rozważany proces jest procesem ośrodkowym". Jak wiadomo z twierdzenia Dooba, dla każdego procesu stochastycznego istnieje modyfikacja ośrodkowa. Autorzy wyjaśniają to następująco: „Przyjmowanie tego założenia jest bardzo słabym ograniczeniem rozważanej rodziny procesów, na ogół wszystkie występujące w praktyce procesy są procesami ośrodkowymi". Moim zdaniem pojęcie ośrodkowości procesu wykracza poza ramy tej książki i nie powinno być w niej dyskutowane.

Z uwag krytycznych wymienię brak zadań. Co prawda autorzy proponują (we wstępie) wykorzystanie zbioru zadań: A. Plucińska, E. Pluciński, *Zadania z rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej dla studentów politechnik*, PWN, Warszawa 1975, ale uważam, że to ich nie tłumaczy. Przecież recenzowana książka jest pomyślana jako podręcznik dla studentów.

W moim przekonaniu tekst zawiera zbyt dużą ilość wydzielonych twierdzeń (np. na str. 263 czytelnik znajduje 5 twierdzeń). Wiele z nich to proste własności, które łatwo się sprawdza. Sporo dowodów jest pomijanych bez żadnych komentarzy, czasem z uwagą „dowód można znaleźć w [5]" — bez podania dokładnej strony.

Brak jest w książce uwag historycznych. Czytelnik nie dowiaduje się nawet, że pojęcie systemu probabilistycz-

nego pochodzi od Kołmogorowa. Jedynie na str. 20 można przeczytać zdanie: „Wzór $P(A) = n/N$ podany przez Laplace'a był przyjmowany dawniej jako definicja prawdopodobieństwa."

Sądzę, że książka jako pierwsza lektura z probabilistyki znajdzie wielu czytelników. Konkurencyjną pozycją będzie niewątpliwie, wydana rok później, książka Dobiesława Bobrowskiego *Probabilistyka w zastosowaniach technicznych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1980, str. 514.

Aleksander Weron

Krystyna Dobrowolska, Wacław Dyczka, Helena Januszenkow i Jan Maciulewicz, *Matematyka dla studiów technicznych dla pracujących*, tom 1, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1980, str. 502, cena zł 68. —

Książka jest podręcznikiem akademickim, pracą zbiorową pod redakcją Krystyny Dobrowolskiej. Zawiera następujących osiem rozdziałów: I. Wiadomości wstępne, II. Ciągi i szeregi liczbowe, III. Rachunek różniczkowy funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej, IV. Całka nieoznaczona, V. Całka oznaczona, VI. Ciągi i szeregi funkcyjne, VII. Rachunek macierzowy i układy równań liniowych, VIII. Geometria analityczna w przestrzeni. Na końcowych stronach podręcznika znajduje się tablica całek nieoznaczonych, skorowidz nazw i spis rzeczy.

Rozdział I zaczyna się od elementów logiki matematycznej i algebry zbiorów. Następnie omówione są pojęcia iloczynu kartezjańskiego, mocy zbioru, kresu dolnego i kresu górnego zbioru oraz wartości bezwzględnej. Po zbiorze liczb rzeczywistych i jego podzbiorach następuje paragraf 3 poświęcony liczbom zespolonym. W paragrafie 4 omówione są podstawowe wiadomości o odwzorowaniach. Funkcje rzeczywiste i funkcje zespolone określa się jako odpowiednie odwzorowania. Paragraf 5 dotyczy własności funkcji rzeczywistej jednej zmiennej rzeczywistej, a ostatni 6 paragraf tego rozdziału prostej i krzywych stożkowych.

Rozdział II zawiera dwa paragrafy poświęcone odpowiednio ciągom liczbowym i szeregom liczbowym.

Rozdział III składa się z dziesięciu paragrafów, w których kolejno omawia się granicę funkcji, ciągłość funkcji, pochodną i różniczkę oraz tradycyjne zagadnienia związane z badaniem funkcji.

Rozdział IV składa się z pięciu paragrafów. W pierwszym z nich wprowadzone jest pojęcie funkcji pierwotnej i całki nieoznaczonej. Następne paragrafy tego rozdziału poświęcone są różnym metodom całkowania.

Rozdział V poświęcony całce oznaczonej (w sensie Riemanna) zawiera też całki niewłaściwe omówione w paragrafie 3. Następne dwa paragrafy tego rozdziału dotyczą zastosowań geometrycznych i zastosowań w fizyce.

Rozdział VI zawiera cztery paragrafy, z których dwa pierwsze poświęcone są teorii ciągów i szeregów funkcyjnych. W paragrafie 3 omówione są szeregi potęgowe, w tym rozwinięcia funkcji w szereg Taylora i Maclaurina, a w paragrafie 4 — szeregi Fouriera.

Rozdział VII dotyczy algebry. W pierwszych trzech paragrafach omówione są macierze, wyznaczniki, różne metody wyznaczania macierzy odwrotnej i rząd macierzy. Czwarty i ostatni paragraf tego rozdziału poświęcony jest układowi równań liniowych; omówiona jest tam metoda eliminacji Gaussa.

Rozdział VIII zawiera pięć paragrafów, z których cztery pierwsze poświęcone są liniowej geometrii analitycznej w przestrzeni. W ostatnim