paragrafie tego rozdziału omówione są powierzchnie stopnia drugiego.

Podręcznik jest przeznaczony przede wszystkim dla studiujących systemem wieczorowym lub zaocznym na uczelniach technicznych i dlatego dobrze się stało, że Autorzy podają w tekście dużą ilość przykładów. Ponadto na końcu każdego paragrafu umieszczone są dobrze dobrane pytania kontrolne i ćwiczenia, przeznaczone do samodzielnego rozwiązania przez studiujących. Każdy paragraf kończy się odpowiedziami do wspomnianych ćwiczeń. Wydaje mi się, że ze względów dydaktycznych wszystkie odpowiedzi powinny być umieszczone na końcu podręcznika.

Nasunęły mi się następujące uwagi szczegółowe i techniczne:

1. Na siedemnaście twierdzeń dotyczących ciągów liczbowych tylko jedno twierdzenie zostało podane z dowodem, przy czym twierdzenie o ciągu monotonicznym i ograniczonym (w sposób istotny zwiększające wiadomości studentów o ciągach w porównaniu z wiadomościami ze szkoły średniej) nie zostało udowodnione.

2. Dowód rozbieżności szeregu harmonicznego budzi zastrzeżenie. Co oznacza nierówność między szeregami rozbieżnymi, występująca na str. 96?

3. W paragrafie 2 rozdziału III określa się funkcję ciągłą w punkcie i funkcję ciągłą w przedziale. Może warto byłoby posługiwać się pojęciem „funkcji ciągłej" jako funkcji ciągłej w każdym punkcie jej dziedziny?

4. Dowód twierdzenia o pochodnej funkcji złożonej można znacznie skrócić.

5. W twierdzeniu 6.1 mówi się o „ekstremum", w twierdzeniu 6.1′ (które jest transpozycją twierdzenia 6.1) o „ekstremum lokalnym".

6. Nazwy twierdzeń (np. str. 207–208): „o istnieniu nieskończenie wielu funkcji pierwotnych danej funkcji", „o jednakowej postaci wszystkich funkcji pierwotnych danej funkcji" budzą zastrzeżenie; czy student ma się ich uczyć i czy ma rozpoznawać twierdzenia po tych nazwach?

7. Na str. 91 i str. 340 należy poprawnie zdefiniować szereg liczbowy i odpowiednio szereg funkcyjny.

8. Na str. 349 znajduje się zdanie „W dalszych rozważaniach zajmować się będziemy szeregami potęgowymi w przypadku, gdy $x_0 = 0$. Brakuje mi tu uwagi, że inne przypadki do tego rozpatrywanego się sprawdzają.

9. Na str. 388 znajduje się definicja wyznacznika poprzez rozwinięcie według elementów pierwszego wiersza (bez żadnej wzmianki, że jest to postępowanie indukcyjne).

Powyższe uwagi nie mają wpływu na moją bardzo pozytywną opinię o pracy. Na pewno okaże się potrzebną pozycją na rynku podręcznikowym.

Wacław Leksiński

Maciej Bryński, Ludomir Włodarski, *Konstrukcje geometryczne*, Biblioteczka „Delty", tom I, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1979, str. 60, cena zł. 17.—

Omawianym tomikiem Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne oraz Redakcja miesięcznika *Delta* rozpoczynają serię książeczek *Biblioteczki Delty*, przeznaczoną przede wszystkim dla młodzieży szkół średnich. Tomik składa się z dwóch części o równych objętościach, uzupełniających się do całości. Autorem pierwszej części *Konstrukcje klasyczne* jest Maciej Bryński, autorem drugiej *Konstrukcje nie tylko klasyczne* — Ludomir Włodarski. Część pierwsza zawiera siedem rozdziałków: 1. O konstrukcjach i zadaniach konstrukcyj-

nych, 2. Ciała liczbowe, liczby algebraiczne, 3. Opis algebraiczny konstrukcji geometrycznych, 4. Niewykonalność pewnych konstrukcji klasycznych, 5. Konstrukcje pewnych trójkątów, 6. Konstrukcje wielokątów foremnych, 7. Konstrukcje przy użyciu pewnych krzywych wykreślonych na płaszczyźnie. Część druga: 1. Wstęp, 2. Konstrukcje Mohra–Mascheroniego, 3. Konstrukcje wykonywane linijką przy ograniczonym użyciu cyrkla, 4. Konstrukcje nieklasyczne, 5. Konstrukcje przybliżone.

Tematyka tomiku wybrana jest — jak mi się wydaje — bardzo trafnie. Jest ciekawa, może zafascynować ucznia. Bliska programowi szkolnemu, jest jednocześnie — w ujęciu Autorów — potraktowana z dużą ogólnością, w aspekcie wielkiej teorii, leżącej swoimi podstawami w algebrze.

Trafność wyboru tematu jest uwarunkowana innymi jeszcze przyczynami. Rzadko które zagadnienia matematyczne dostępne szerszemu nieco ogółowi odbiorców budzą tyle nieporozumień, niewłaściwych — wręcz błędnych — interpretacji, zupełnie opacznego ich pojmowania, jak właśnie omawiane w tomiku. Chodzi tu o kwestie konstruowalności za pomocą cyrkla i linijki. Że tak jest, może i trudno się dziwić. Tu po raz pierwszy na ogół, a zwykle i po raz ostatni, osoby nie zajmujące się zawodowo matematyką mają możność zetknięcia się z problemami matematycznej niemożliwości, na które składają się między innymi kwestie niekonstruowalności, nierozwiązalności, niedowodliwości, nierozstrzygalności.

Jest dla wielu nie do pojęcia, że matematyka, nauka tak ścisła, zdawałoby się wszechmocna, może stanąć przed problemami, które sama sformułowała i których ze względów zasadniczych nie może rozwiązać, posługując się określonymi metodami. Nie przemawia do nich to, że potęga matematyki objawia się także w tym, że sama potrafi częstokroć ściśle określić granice swoich możliwości. Po prostu trudno jest zrozumieć, że można dowieść, że czegoś dowieść czy rozwiązać lub skonstruować się nie da. Widzą w tym jedynie słabość matematyki, a może matematyków. Myślą, że matematycy po prostu nie umieją tego czy owego rozwiązać. Takim poglądom sprzyjają także pewne obiegowe powiedzenia lub nieraz bezsensowne artykuły, rzekomo popularnonaukowe. Wszyscy znamy powiedzonka „trudne jak kwadratura koła", „jest to prawdziwa kwadratura koła".

Jakieś kilkanaście lat temu prasę naszą obiegła wieść, że matematyk hinduski (podane było nazwisko i uniwersytet, gdzie jest profesorem) ... dzieli kąt na 3 równe części. Pisało się tam dalej, że dotychczas matematycy nie umieli tego zrobić, że uważali to za zadanie bardzo trudne, a niektórzy uważali nawet, że nikt nigdy nie potrafi go rozwiązać. Nie muszę tłumaczyć, ile w tym wszystkim bzdury i jaka jest szkodliwość takiego artykułu. I cóż sobie o matematykach pomyśleć można? Nawet kąta na trzy równe części podzielić nie umieją! A od czego kątomierz? To z kątomierzem zresztą jest mniej groźne niż fakt, że zaktywizowali się wówczas różni specjaliści od trysekcji kąta, wiedzący, co to jest zadanie konstrukcyjne. Wśród nich niestety także nauczyciele matematyki, co prawda nieliczni. Pojawiły się rozżalone głosy tych, którym odrzucono kiedyś „rozwiązania" owego zagadnienia, głosy specjalistów od kwadratury koła itp.

Upatruję wielką zasługę omawianego tomiku między innymi w tym, że Autorzy w sposób przystępny, a jednocześnie bardzo ścisły na danym poziomie potrafili wyłożyć w nim zagadnienia konstruowalności cyrklem i linijką i inne zagadnienia konstruowalności. Przyczyni się to walnie do wyjaśnienia wielu nieporozumień i rozwieje wiele mitów o wyraźnie antynaukowej treści. Zapobiegnie, mam nadzieję, w wielu przypadkach złemu

lokowaniu swych matematycznych zainteresowań, ograniczy — być może — w jakimś stopniu korespondencję dotyczącą kwadratury koła i innych tego rodzaju zagadnień. Wiele osób (nie tylko spośród uczniów) dowie się, jakie obiekty można skonstruować za pomocą cyrkla i linijki, a jakich nie można. Dowie się, że samym cyrklem można skonstruować to wszystko, co cyrklem i linijką, a samą linijką mniej. Dowie się też wielu innych interesujących rzeczy, np. o nieklasycznych metodach konstrukcji.

Dobrze czynią Autorzy wyjaśniając, dlaczego w konstrukcjach klasycznych wolno korzystać jedynie z cyrkla i linijki. Robi to każdy z nich w swej części, może nieco inaczej rozkładając akcenty. M. Bryński wiąże to wyraźniej z aksjomatyką geometrii Euklidesa, L. Włodarski — bardziej z praktyką. Każde podejście jest słuszne. Nie wiem co prawda, czy warto było o tych rzeczach pisać dwukrotnie (zdaje mi się, że w ogóle pierwsze rozdzialiki obu części w jakimś stopniu dublują się). Takie wyjaśnienie ograniczoności środków konstrukcji klasycznych jest niezbędne, gdyż na ogół mało kto zdaje sobie z jej przyczyn sprawę. Uważa się to zwykle za pewnego rodzaju utrudnienie sobie życia przez narzucenie wydumanych purytańskich rygorów (swoisty bieg w workach).

O treści i zawartości książeczki Czytelnik może sobie wyrobić pojęcie z grubsza na podstawie przytoczonego wyżej spisu rzeczy.

W części pierwszej, po omówionych już uwagach dotyczących konstruowalności punktów cyrklem i linijką, wprowadza się pojęcie ciała liczbowego, liczby algebraicznej nad danym ciałem liczbowym (w szczególności nad ciałem liczb wymiernych) oraz stopnia liczby algebraicznej. Opisuje się budowę ciała $K(\sqrt{a})$. Wprowadza się pojęcie *ciała danych* i opisuje, jakie liczby spoza ciała danych można skonstruować cyrklem i linijką. Prowadzi to do pojęcia *ciągu pierwiastnikowego*, otrzymanego przez kolejne dołączenie pierwiastków kwadratowych. Rozważając dalej, na czym polegają poszczególne kroki konstrukcji geometrycznej, dochodzi się ostatecznie do twierdzenia Wantzla, wyrażającego warunek konieczny i dostateczny konstruowalności punktu za pomocą cyrkla i linijki, gdy dane są pewne punkty wyjściowe.

Formułuje się następnie twierdzenie o stopniu liczby algebraicznej nad ciałem liczbowym, gdy liczba ta jest konstruowalna za pomocą cyrkla i linijki. Jako wnioski z powyższych twierdzeń otrzymuje się dowody niemożliwości podwojenia sześcianu i kwadratury koła, a także warunek, jaki ma spełniać kąt, by można było dokonać jego trysekcji. Następnie zajmuje się Autor zagadnieniami konstruowalności i konstrukcji pewnych trójkątów oraz wielokątów foremnych.

Ostatni z rozdziałów dotyczy — wbrew tytułowi całej tej części — pewnych konstrukcji nieklasycznych. Początkowo wydawało mi się dziwne, że nie jest to zawarte w części II, potem uznałem to za słuszne. Stał się ten temat jakby pomostem między obiema częściami. Oprócz tego Czytelnik dowie się tu, co może w zakończeniu tej części jest nie bez znaczenia, że konstruowalność czy niekonstruowalność danego punktu nie jest czymś absolutnym, lecz zależy od użytych środków. Tak więc mając na przykład na płaszczyźnie narysowaną parabolę $y = x^2$ można już za pomocą cyrkla i linijki dokonać trysekcji kąta 60°. Gdy dysponujemy jedynie cyrklem i linijką, jest to — jak wiadomo — niemożliwe.

W części drugiej, po wspomnianym już wyżej wstępie, Autor zajmuje się konstrukcjami Mohra–Mascheroniego (uwaga: wymawia się — piszę w transkrypcji polskiej — „Maskeroni", nie „Maszeroni"), tzn. konstrukcjami dokonywanymi samym cyrklem. Teoria tych konstrukcji oparta jest na przekształceniu inwersji. Podaje się interesujące przykłady konstrukcji samym cyrklem.

Dalej mowa jest o twierdzeniu Pascala i twierdzeniu Pappusa, podaje się przykłady konstrukcji z tzw. punktem niedostępnym. Rozważa się konstrukcje steinerowskie i formułuje się twierdzenie Steinera o tym, że każde zadanie konstrukcyjne, które można rozwiązać za pomocą cyrkla i linijki, można też rozwiązać za pomocą samej linijki, jeśli dany jest pewien okrąg na płaszczyźnie oraz jego środek. Szkoda, że twierdzenie to nie jest wydzielone z tekstu, jak niektóre inne ważne twierdzenia w tej książce. Podane są też konstrukcje dokonywane za pomocą także innych przyborów i wreszcie ostatni temat — konstrukcje przybliżone.

Pewne wątpliwości budzi we mnie tytuł rozdziału 4, mianowicie *Konstrukcje nieklasyczne*. Czyżby wobec tego konstrukcje np. z zadaną stożkową lub Mohra-Mascheroniego czy Steinera były klasyczne?

Książka jest ładnie wydana: dobry papier i druk, dwubarwne rysunki i ilustracje (pomysłowe i dowcipne). Nie interesowałem się drobnymi usterkami w tekście (nie o to przecież chodzi). To, co prześledziłem dokładnie, jest poprawne. Rzuciło mi się jedynie w oczy, że parabola na rys. 41 nie jest parabolą, lecz hiperbolą.

Pierwszy tomik serii *Biblioteczki Delty* należy uznać za bardzo udany i pożyteczny. Czekamy na następne.

Bolesław Gleichgewicht

Zofia Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1980 (cz. I i cz. II — wydanie drugie) i 1977 (cz. III, wydanie pierwsze), str. 510; cena zł 40.— (cz. I), zł 42.— (cz. II) i zł 42.— (cz. III).

1. Prezentacja tego, co najważniejsze w rozwoju dydaktyki matematyki za granicą, a równocześnie uwypuklenie tego, co w ten rozwój włożyły badania prowadzone w Polsce i w przeważającej mierze kierowane przez samą Autorkę — oto zasadnicze cechy książki, świadczące o jej wysokiej randze w świecie.

Z perspektywy kilkuletniego (w przypadku części I książki — kilkunastoletniego) wykorzystywania tej nowatorskiej monografii na studiach matematycznych specjalności nauczycielskiej, w dokształcaniu czynnych nauczycieli, wreszcie w pracy badawczej dydaktyków matematyki, łatwiej będzie zdobyć się na dystans niezbędny w jej ocenie. Praca nie była pomyślana jako podręcznik akademicki, jakkolwiek źródłem powstania wielu tekstów były, jak sądzę, autentyczne wykłady prowadzone dla studentów.

Ogromna rola tej książki tkwi w zbliżeniu polskiemu czytelnikowi rozległej problematyki badań współczesnej dydaktyki matematyki, jako dyscypliny już co prawda autonomicznej, ale będącej w ścisłych związkach — oprócz matematyki — z wielu innymi naukami. Ukazanie tych związków było przedsięwzięciem niezmiernie trudnym. Trzeba pamiętać o istotnej rewolucji, jaką przeszła dydaktyka matematyki w ostatnich latach, a równocześnie o trudnościach w zdobyciu pełnej informacji na temat modernizacji nauczania matematyki na świecie. Autorka, z racji rozległych kontaktów i współpracy badawczej z ośrodkami zagranicznymi, jest jedyną osobą w Polsce, która mogła dokonać systematyzacji tego, co się gdzie indziej dzieje, a równocześnie przekazać własne ustalenia w nowej dziedzinie badań.

2. Nie jest łatwo udzielić krótkiej informacji na temat treści tej obszernej publikacji. W podstawowe zagadnienia