wmptm 1897

Dalej mowa jest o twierdzeniu Pascala i twierdzeniu Pappusa, podaje się przykłady konstrukcji z tzw. punktem niedostępnym. Rozważa się konstrukcje steinerowskie i formułuje się twierdzenie Steinera o tym, że każde zadanie konstrukcyjne, które można rozwiązać za pomocą cyrkla i linijki, można też rozwiązać za pomocą samej linijki, jeśli dany jest pewien okrąg na płaszczyźnie oraz jego środek. Szkoda, że twierdzenie to nie jest wydzielone z tekstu, jak niektóre inne ważne twierdzenia w tej książce. Podane są też konstrukcje dokonywane za pomocą także innych przyborów i wreszcie ostatni temat — konstrukcje przybliżone.

Pewne wątpliwości budzi we mnie tytuł rozdziału 4, mianowicie *Konstrukcje nieklasyczne*. Czyżby wobec tego konstrukcje np. z zadaną stożkową lub Mohra-Mascheroniego czy Steinera były klasyczne?

Książka jest ładnie wydana: dobry papier i druk, dwubarwne rysunki i ilustracje (pomysłowe i dowcipne). Nie interesowałem się drobnymi usterkami w tekście (nie o to przecież chodzi). To, co prześledziłem dokładnie, jest poprawne. Rzuciło mi się jedynie w oczy, że parabola na rys. 41 nie jest parabolą, lecz hiperbolą.

Pierwszy tomik serii *Biblioteczki Delty* należy uznać za bardzo udany i pożyteczny. Czekamy na następne.

Bolesław Gleichgewicht

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Zofia Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1980 (cz. I i cz. II — wydanie drugie) i 1977 (cz. III, wydanie pierwsze), str. 510; cena zł 40.— (cz. I), zł 42.— (cz. II) i zł 42.— (cz. III).

1. Prezentacja tego, co najważniejsze w rozwoju dydaktyki matematyki za granicą, a równocześnie uwypuklenie tego, co w ten rozwój włożyły badania prowadzone w Polsce i w przeważającej mierze kierowane przez samą Autorkę — oto zasadnicze cechy książki, świadczące o jej wysokiej randze w świecie.

Z perspektywy kilkuletniego (w przypadku części I książki — kilkunastoletniego) wykorzystywania tej nowatorskiej monografii na studiach matematycznych specjalności nauczycielskiej, w dokształcaniu czynnych nauczycieli, wreszcie w pracy badawczej dydaktyków matematyki, łatwiej będzie zdobyć się na dystans niezbędny w jej ocenie. Praca nie była pomyślana jako podręcznik akademicki, jakkolwiek źródłem powstania wielu tekstów były, jak sądzę, autentyczne wykłady prowadzone dla studentów.

Ogromna rola tej książki tkwi w zbliżeniu polskiemu czytelnikowi rozległej problematyki badań współczesnej dydaktyki matematyki, jako dyscypliny już co prawda autonomicznej, ale będącej w ścisłych związkach — oprócz matematyki — z wielu innymi naukami. Ukazanie tych związków było przedsięwzięciem niezmiernie trudnym. Trzeba pamiętać o istotnej rewolucji, jaką przeszła dydaktyka matematyki w ostatnich latach, a równocześnie o trudnościach w zdobyciu pełnej informacji na temat modernizacji nauczania matematyki na świecie. Autorka, z racji rozległych kontaktów i współpracy badawczej z ośrodkami zagranicznymi, jest jedyną osobą w Polsce, która mogła dokonać systematyzacji tego, co się gdzie indziej dzieje, a równocześnie przekazać własne ustalenia w nowej dziedzinie badań.

2. Nie jest łatwo udzielić krótkiej informacji na temat treści tej obszernej publikacji. W podstawowe zagadnienia

dydaktyki matematyki jako nauki interdyscyplinarnej wprowadza część pierwsza książki. Szczególną uwagę zwrócono tu na analizę procesu aktywności matematycznej, z podkreśleniem operatywnego charakteru matematyki, rozpatrywanego w różnych koncepcjach psychologicznych.

Paralelizm rozważań w zakresie matematyki i psychologii jest stosowany konsekwentnie jako metoda analizy teoretycznej zagadnień. Dobrą ilustracją tej metody może być na przykład konfrontacja abstrakcji matematycznej z naturalnym schematem, albo formalnego sensu transformacji i niezmiennika z jego psychologicznym znaczeniem. Wiele miejsca poświęcono czynnościowemu nauczaniu matematyki oraz różnym rodzajom myślenia matematycznego.

Część druga obejmuje problematykę kształcenia umiejętności korzystania z różnorodnych form informacji matematycznych oraz metodykę przekazywania tych informacji za pomocą istniejącego bogactwa możliwych środków. Problemy nauczania – uczenia się matematyki, m. in. także nauczania techniki uczenia się, przewijają się w wielu fragmentach tekstu. Jest to konsekwencja przyjęcia zasady aktywnego i świadomego udziału ucznia w procesie nauczania jako idei przewodniej całości rozważań.

Aktywności ucznia przejawiającej się w rozwiązywaniu zadań-problemów, konstruowanych z myślą o ćwiczeniu podstawowych sprawności matematycznych, oraz aktywności twórczej uzewnętrzniającej się w formułowaniu nowych problemów, w konstruowaniu i definiowaniu nowych pojęć, w odkrywaniu nowych dla ucznia twierdzeń i ich uogólnianiu, w badaniach ucznia inspirowanych w sytuacjach otwartych itp. – poświęcona jest trzecia część monografii. Stanowi ona ważne studium metodyki problemowego nauczania matematyki oraz konkretyzację teorii związanej z rozwiązywaniem zadań prowokujących postawę badawczą ucznia i wprowadzających w interesujące zastosowania teorii. Na tle licznych przykładów została uwypuklona dydaktyczna rola zadań w *kształceniu przez matematykę*.

3. Autorka świadomie dokonała wyboru stosunkowo niewielkiej części zagadnień współczesnej dydaktyki matematyki, ukazując jak pozornie oderwane od praktyki główne problemy badawcze są formułowane właśnie na gruncie faktycznych potrzeb współczesnego nauczania matematyki.

W mistrzowski sposób uzasadniła (cz. I, str. 5–11), jak szeroka problematyka badawcza zarysowuje się w trakcie analizy celów nauczania sformułowanych w jednym tylko zdaniu w uwagach wstępnych do aktualnego programu nauczania w liceum. Wielu studentów i nauczycieli, a także początkujących badaczy, dopiero dzięki tak dogłębnie ukazanym przykładom interpretacji dokumentu szkolnego może w pełni zrozumieć drogę prowadzącą do stawiania aktualnych pytań dydaktyki matematyki, na które mogą dać odpowiedź tylko poważne, i często bardzo złożone, badania teoretyczne.

Sądzę, że ten początkowy tekst stanowi najlepszą motywację dla gruntownego czytania całej książki, która rzadko tylko formułuje „gotowe" problemy badawcze, natomiast częściej inspiruje czytelnika do dostrzegania problemów otwartych dla dalszych badań. W tym tkwi ogromna wartość tej pierwszej napisanej w Polsce monografii dydaktyki matematyki.

4. W odróżnieniu od innych znanych książek, prezentujących wykłady metodyk szczegółowych, stanowi *Zarys dydaktyki matematyki* książkę bardzo specyficzną i oryginalną, i to zarówno w doborze, jak i w układzie treści przekazu. Nie ma w niej tradycyjnego rozdzielenia zagadnień ogólnych od zagadnień szczegółowych. Tym samym praca nie obejmuje metodyki nauczania matematyki, rozumianej w sensie dawania „recept" nauczycielowi. A przecież treść monografii dotyczy pra-

wie wszystkich aspektów procesu nauczania i uczenia się matematyki.

Te aspekty znajdują naświetlenie teoretyczne, ilustrowane licznymi przykładami z pogranicza matematyki i jej nauczania. Akcentują one rolę pojęciowego opanowania materiału, umożliwiającego w niektórych przypadkach oderwanie się od schematu, tam gdzie nie można go stosować, albo gdzie do rozwiązania prowadzi droga krótsza, prostsza lub ciekawsza. Akcentuje się przy tym ciągle konieczność elastycznego myślenia, nie spolaryzowanego przyswojonym schematem. To bogactwo przykładów (niejednokrotnie kapitalnych, np. cz. I, str. 73–76!) pozwala nawet w skorowidzu części III zestawić wykaz kilkunastu tematów z matematyki elementarnej, których opracowanie dydaktyczne zamieszczono w tekście publikacji.

Dla ilustracji warto wskazać na wspaniały przykład dydaktycznego rozwiązania problemu uświadomienia uczniom struktury ciała zupełnie uporządkowanego, ciągłego. Opis jest tak konstruktywny, że dostarcza materiału do samodzielnego opracowania przez studenta konspektu podobnych zajęć z uczniem.

5. Takie ujęcie decyduje o profilu grupy czytelników książki, w której skład powinni wchodzić, prócz profesjonalnych dydaktyków matematyki, również nauczyciele i studenci. Sądzę, że w nich właśnie pragnie Autorka zaszczepić bakcyl ustawicznego twórczego dociekania w dalszej pracy pedagogicznej, w nich chce ukształtować właściwe rozumienie stosunku teorii do praktyki we wszelkich badaniach dydaktycznych. Występując słusznie przeciwko wąsko rozumianemu pragmatyzmowi, ukazuje złożony proces „wyrastania" głównych problemów teoretycznych współczesnej dydaktyki matematyki na gruncie praktyki nauczania, przy czym praktyka ta odpowiada coraz wyższym i trudniejszym do realizacji wymaganiom.

Autorkę nurtuje z pewnością pytanie dotyczące faktycznego składu grupy czytelników książki i stopnia rozumienia jej treści. Okazuje się, że książka wymaga bardziej dojrzałego czytelnika, a gwarancją prawidłowego odczytania przytoczonych przykładów, tak istotnych dla pogłębienia praktyki pedagogicznej, jest gruntowne „studiowanie" tekstów wiążących. Z własnego doświadczenia wiem, że właśnie trafność doboru przykładów miała dopiero wpływ na głębsze rozumienie dość trudno przedstawionej teorii. Wiem, że w praktyce kilkakrotnego czytania fragmentów książki (szczególnie części I), poprzedzających przykłady, nie byłam odosobniona.

Szkoda tylko, i tu musimy spojrzeć prawdzie w oczy, że część mało wytrwałych czytelników nie umie przebrnąć przez trudności spowodowane złożonością problematyki graniczącej z wielu naukami, której omówienie wymaga specyficznego dla dydaktyki matematyki języka, nie znanego jeszcze ogółowi dydaktyków. W kształceniu tego języka recenzowana monografia odgrywa ogromną rolę. Zasługą Autorki jest również wyjaśnienie wielu pojęć (np. związanych z łącznym uwzględnieniem zagadnień „intuicji" i „rozumowania formalnego"), umowne nadanie sensu wielu terminom, których obecnie używa się często w sposób dowolny w dyskusjach dydaktyków.

Wszystkie te uwagi wskazują na rolę książki w ustalaniu podstaw nowej nauki, w torowaniu drogi do dalszych badań teoretycznych, a także do kontynuowania badań empirycznych.

6. Nie ma tu recept, jak nauczać, bo nie jest to podręcznik wąsko rozumianej „metodyki nauczania matematyki". W całej jednak książce przebija ogromna troska o prawidłowe organizowanie działalności matematycznej każdego ucznia i kształtowanie jego myślenia matematycznego. Szczególną wartość mają niektóre relacje z wypróbowanych ujęć dydaktycznych. Dla-

tego, jeżeli nawet okazuje się, że książka jest zbyt trudna dla naszych studentów, a także niestety dla wielu czynnych nauczycieli, to trzeba ją zbliżyć czytelnikowi, a może nawet nauczyć jej czytania. Brzmi to może paradoksalnie, ale warto tu podkreślić, że również w dydaktyce szkoły wyższej należałoby wprowadzić przyszłego nauczyciela niejako praktycznie w problematykę pracy z tekstem, opierając się na autentycznej pracy własnej studenta.

Studiowanie monografii wymaga ogromnego nakładu czasu. Ponieważ w tego rodzaju publikacji nie można było uniknąć koniecznych niekiedy skoków trudności, należałoby przedyskutować, czy jest celowe i możliwe ich złagodzenie. Wejrzenie w egzemplarze książki, czytane z ołówkiem w ręku, pozwoliłoby prawdopodobnie dojrzeć wiele podkreśleń czy numerowania fragmentów tekstu, których nieznaczne przeredagowanie w następnych wydaniach wpłynęłoby korzystnie na głębsze rozumienie tekstu przez szersze grono czytelników. Na razie większość się książką zachwyca, ale niewielu potrafi włączyć się do twórczej dyskusji.

Nie chodzi tu oczywiście o fałszywie rozumiane uprzystępnianie tekstu, a o silniejsze sterowanie czynnym czytaniem trudniejszych fragmentów, albo o wzbogacenie książki w dodatkowe elementy umożliwiające bardziej efektywną pracę z tekstem.

7. Zgodnie z powyższym przedstawiam, jako dyskusyjne, kilka propozycji tak rozumianej redakcji książki, dotyczącej zresztą głównie jej układu graficznego, rezygnując tu z wskazania dostrzeżonych, nieistotnych dla Czytelnika recenzji, usterek samego tekstu, które mogą być rozpatrzone przed opracowaniem następnych wydań tej przez długie jeszcze lata niezbędnej książki, i które nie zmieniają w niczym oceny publikacji.

(a) Konsekwentne graficzne wyróżnianie niektórych przykładów i zadań, w celu oddzielenia ich od ważnych fragmentów teorii, pozwoliłoby na jej wyeksponowanie. Większa jednolitość układu treści wszystkich części książki wpłynęłaby na przyspieszenie powtórnego czytania tekstu. Ważne ustalenia i syntezy (np. cz. I, str. 144–145) mogłyby być oddzielone (ewentualnie za pomocą nagłówków) od pozostałego tekstu.

(b) Warto rozważyć celowość zamieszczenia na końcu każdego rozdziału krótkiego streszczenia, czy to w formie podsumowania zagadnień (podobnej układem do przedstawienia problematyki czynnościowego nauczania matematyki — cz. I, str. 127), czy w postaci syntezy graficznej z odesłaniem czytelnika do paragrafów tekstu. Podobną rolę mógłby pełnić schemat wprowadzający w treść rozdziału.

(c) Wzmocnienie w całej książce układu informacji ułatwiłoby płynność czytania i pozwoliłoby na szybsze odszukanie wskazanego tekstu. W monografii znajdują się zwroty w rodzaju: np. „drugi z wyżej zacytowanych fragmentów ..." (cz. I, str. 61), które nie są jednoznacznie rozumiane (przez studenta-czytelnika), albo „... wyróżniliśmy ..." (cz. II, str. 13 — chodzi o tekst ze str. 4 z poprzedniego podrozdziału), albo „poświęcimy tym sprawom wiele uwagi" (bez wskazania miejsca), albo „zostały wcześniej omówione" (czasem rozdział jest wskazany, ale to jest za mało, by np. szybko odszukać konkretny fragment).

Przyjęcie we wszystkich trzech częściach układu dziesiętnego uporządkowania treści umożliwia bardzo dokładne określenie czytelnikowi odpowiedniego elementu tekstu, bez konieczności powoływania się na stronę książki. Szkoda, że nie wszystkie podrozdziały zostały podzielone na mniejsze jednostki tekstu.

Warto by również rozładować trudności przez zwiększenie liczby akapitów (np. w cz. I, str. 75, akapit obejmuje półtorej strony trudnego i bardzo ważnego tekstu, przedstawionego bez jakiegokolwiek zróżnicowania druku).

(d) Układ treści książki całkowicie

różny od tradycyjnego wykładu dydaktyki matematyki zmusza czytelnika do częstego korzystania ze skorowidza i spisu bibliografii. Trzeba rozważyć następujące zagadnienia:

1° Czy wystarcza zamieszczenie indeksu w części III? Obecnie trudno mówić o jednej książce w trzech częściach, a znajdująca się aktualnie w księgarniach część III nie może uwzględniać zmian poczynionych w nowym wydaniu części I, a nawet minimalnej zmiany numeracji stron w części II.

2° Czy nie należy w przyszłości ujednolicić w poszczególnych częściach sposób powoływania się na bibliografię?

3° Skorowidz rzeczowy nie jest pełny; warto zestawić te terminy, których student w nim szuka i ewentualnie odnieść je do innych haseł (np. brak w indeksie terminów: aktywność matematyczna, kultura matematyczna, genetyczne nauczanie, kontrola i ocena, transformacja struktury itp.).

4° Jaki jest sens podawania w skorowidzu nazwisk tych autorów, którzy nie są nigdzie w tekście książki cytowani, a których prace znajdują się tylko w spisie bibliografii (np. J. Adda, M. Barra i inni)?

(e) W części II znajdują się jako załączniki tablice tekstów, prezentujących niejednokrotnie tłumaczenia zagranicznych podręczników szkolnych, albo innych opracowań dydaktycznych. Są to niezmiernie cenne teksty i szkoda, że nie można ich analizować niezależnie od czytania książki, nie wiedząc ani z jakiego źródła pochodzą, ani jakiego tekstu monografii dotyczą. Trzeba po prostu szukać. Można by to ułatwić, zamieszczając przy tekstach tych tablic odpowiednie przypisy.

(f) Ze względu na to, że dla niektórych terminów używanych w dydaktyce Autorka albo dokonała sama ustaleń, albo przytoczyła ich określenie, warto byłoby w skorowidzu rzeczowym wyróżnić graficznie odpowiednią stronę spośród innych tam podanych. Przy okazji można by ewentualnie zwiększyć liczbę krótkich przypisów wyjaśniających znaczenie kilku pojęć, głównie spośród zaliczanych do języka psychologii.

Podam przykład: w książce używa się co najmniej kilkanaście razy terminów „idealizacja" i „ekstrapolacja" w odniesieniu do czynności i ich rezultatów, czyli do doświadczenia (po raz pierwszy w cz. I, str. 61). Mimo to wielu „dojrzałych" czytelników o to zapytanych nie potrafiło wyjaśnić sensu tych terminów, ani wymyśleć własnego przykładu, który by świadczył o ich rozumieniu.

Podobne przypisy mogłyby mieć charakter krótkich notek biograficznych w odniesieniu do znanych autorytetów nauki, cytowanych w sprawozdaniach z badań. Autorka ma najlepsze rozeznanie, którzy z nich powinni być przede wszystkim uwzględniani.

(g) Książka jest zilustrowana bardzo starannie rysunkami w tekście. Sądzę, że lepsze uświadomienie czytelnikowi zastosowanych w nich konwencji mogłoby nie tylko ułatwić rozumienie rysunku (np. cz. I, str. 38, rys. 4), ale tą drogą można by przekazać wzory ujęć dydaktycznych. To samo dotyczy zwrócenia uwagi na różnorodność zapisu wzorów (por. np. cz. I, str. 37 ze str. 38).

8. Jest zrozumiałe, że treść tego rodzaju książki nie może wyczerpywać wszystkich aktualnych problemów dydaktyki matematyki. Autor musi dokonywać wyboru. Można niektóre sprawy przedstawić bardziej szczegółowo, inne potraktować pobieżnie. Dość skrótowo została w monografii ukazana rola wykładu w nauczaniu matematyki. Chociaż z wszystkimi ustaleniami podrozdziału 3.1 części II się zgadzam, jednak wydaje mi się, że ze względu na przedstawioną dalej próbę opracowania środków przekazu treści matematycznych związanych z wykładem należałoby ukazać tę metodę szerzej, widząc ją np. w koncepcji wielostronnego nauczania matematyki prezentowanej przez W. Okonia. Wtedy dałoby się m. in. wyeksponować miejsce wy-

kładu „problemowego", a także zasygnalizować mało opracowane dotąd problemy dydaktyczne, związane z różnymi funkcjami, jakie może pełnić w nauczaniu ten sam środek dydaktyczny (np. film matematyczny).

Druga propozycja pewnego uszczegółowienia treści dotyczy diagramu Venna. Może dobrze byłoby uświadomić nauczycielom, po przejściu od ustaleń dla dwóch zbiorów, jak należy określić prawidłowy diagram mogący być wykorzystany jako środek dowodzenia twierdzeń, oraz zapoznać z uogólnieniem tej metody dla trzech (lub większej) liczby zbiorów.

9. Powyższe propozycje udoskonalenia przekazu treści tej cennej książki wynikają z chęci jej upowszechnienia wśród szerokich rzesz studentów i nauczycieli matematyki. Chodzi o to, by przedstawione idee, przenikające zarówno współczesne nauczanie matematyki na świecie, jak i badania nad nauczaniem i uczeniem się matematyki, mogły stanowić twórczą podstawę dla dyskusji, dla pogłębionej refleksji pedagogicznej, a co najważniejsze, dla kontynuowania badań w dydaktyce matematyki. W tej dziedzinie książka Z. Krygowskiej pozwala uświadomić sobie niewyczerpane bogactwo problemów otwartych, domagających się rozwiązania.

Ostatnie zdanie stanowi najbardziej wymowną wizytówkę dla tej pionierskiej w skali światowej monografii obejmującej, ze znacznym niekiedy wyprzedzeniem, ustalenia teoretyczne młodej, rozwijającej się dyscypliny naukowej.

Wanda Nowak

List do Redakcji

W imieniu młodych matematyków zwracam się z prośbą, by recenzje książek matematycznych zamieszczane w Wiadom. Mat. były dokładniejsze. Chodzi nam o to, że gdy recenzent zauważy jakąś niepoprawność, to niech nie ogranicza się do napisania, że coś jest niewłaściwie sformułowane, lecz niech napisze, jak powinno być poprawnie. Niektóre recenzje spełniają ten postulat, niektóre zaś podają, że coś jest niepoprawne, i więcej nic.

Ewa Markiewicz

Książki nadesłane

Dobiesław Bobrowski, *Probabilistyka w zastosowaniach technicznych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1980, nakład 4000 egz., str. 514, cena zł 68.— ISBN 83-204-0130-5.

1. Opracowanie danych liczbowych. 2. Przestrzeń probabilistyczna. 3. Zmienne losowe. 4. Funkcje zmiennych losowych. 5. Badanie statystyczne jednej cechy. 6. Badanie statystyczne zależności pomiędzy cechami. 7. Elementy teorii procesów losowych.

Tadeusz Trajdos, *Matematyka dla inżynierów, kurs wyższy*, wydanie czwarte, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1981, nakład 5000 egz., str. 766, cena zł 195.— ISBN 83-204-0152-6.

1. Wiadomości wstępne. 2. Algebra wektorów w trójwymiarowej przestrzeni kartezjańskiej. 3. Przestrzeń wektorowa. 4. Algebra liniowa. 5. Algebra tensorów. 6. Krzywa w przestrzeni euklidesowej. 7. Powierzchnie prostoliniowe. 8. Powierzchnia w przestrzeni euklidesowej. 9. Podstawowe twierdzenie teorii powierzchni. 10. Analiza