ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXV (1983)

wmptm 1897

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Recenzje

Uwagi do recenzji prof. dra Krzysztofa Tatarkiewicza książki *Rachunek wariacyjny ze wstępem do programowania matematycznego*, zamieszczonej w Wiadom. Mat. 23 (1980), str. 132–137.

Na wstępie wypada mi Czytelnikom wyjaśnić i ich przeprosić, że na recenzję mojej książki odpowiadam z dużym opóźnieniem, gdyż ani Recenzent, ani Redakcja nie zapoznali mnie z treścią recenzji przed jej opublikowaniem([1]).

Jako przykład „niestety bardzo licznych" usterek książki, Recenzent podaje brak stwierdzenia w tezie twierdzenia 1.6 różniczkowalności funkcji $F_{y'}$ oraz brak dowodu relacji $F_{y'} \in C^1$. Otóż stwierdzenie to zawarte jest w stwierdzeniu spełniania przez y równania Eulera (1.11) – podobnie pisze się zwykle np. „$(d/dx)(x^2-1) = 2x$ dla $x \in R$" zamiast „$x \mapsto (d/dx)x^2$ istnieje i $(d/dx)(x^2-1) = 2x$ dla $x \in R$". Dowód relacji $F_{y'} \in C^1$ zawarty jest w dwu ostatnich wierszach dowodu twierdzenia 1.6. Co więcej, wynikające z twierdzenia 1.6 istnienie $y''(x)$ dla $x \in \{x: F_{y'y'}(x) \neq 0\}$ jest wyraźnie sformułowane w (szczegółowo udowodnionym) wniosku 1.1 (Hilberta).

Przestrzeń, w której ma być osiągnięte ekstremum we wniosku 2.2, jest podana na str. 60 i we wniosku tym zamieściłem odpowiedni odnośnik. Wymowa nazwiska „Riesz" podana jest z uwagi na małą u nas znajomość wymowy nazwisk węgierskich. Funkcja ekstremalna oznaczana jest na ogół bez wężyka, a funkcja dowolna z rozważanej klasy – z wężykiem, ponieważ częściej operuję funkcją eksteremalną. Lemat z ćwiczenia 7 został rzeczywiście po raz pierwszy sformułowany przez Lagrange'a w liście do Eulera z dnia 12. VIII. 1755 r., jednak pierwszy dowód opublikował Du Bois Reymond w *Mathematische Annalen* 15 (1879), str. 297 i 300. „Nieciekawy" dowód twierdzenia Weierstrassa–Erdmanna uważam za prosty przykład bardzo potrzebnych w technice zagadnień w klasach funkcji przedziałami gładkich. Zresztą, część winy ponoszą Weierstrass i Erdmann...

Omawiając rozdział III książki, Recenzent, opierając się na zacytowanej wypowiedzi ze str. 91, stwierdza, że „autor nie przyjmuje żadnych postulatów..., tylko przeprowadza heurystyczne rozważania" oraz że „chyba to nie jest ani matematyka, ani fizyka teoretyczna..." Otóż na początku omawianego

---

([1]) Komitet Redakcyjny *Wiadomości Matematycznych* ustalił w roku 1979, rozstrzygając powstałe wcześniej wątpliwości, że redakcja nie powinna informować autorów o treści recenzji przed jej wydrukowaniem.

W związku z innymi zastrzeżeniami przesyłanymi przez autorów recenzowanych książek, wyjaśniamy, że redakcja nie zamierzała i nie zamierza ingerować merytorycznie w treść nadsyłanych recenzji, a szczególnie w ocenę książki. Publikujemy opinię wybranego przez nas recenzenta, a nie opinię redakcji.

Redakcja publikuje odpowiedzi autorów, jeśli je nadeślą. Podobnie jak w przypadku recenzji, opublikowanie odpowiedzi nie oznacza, że redakcja podziela zdanie autora (*przyp. red.*).

paragrafu 3.3 mówi się wyraźnie, że sformułowana tu zasada wariacyjna jest traktowana jako postulat, gdyż stanowi odpowiednik zasady Hamiltona. Z drugiej strony książka matematyczna, jeśli ma być zrozumiana przez fizyków i inżynierów, nie może ograniczać się do sformułowania zasady-postulatu, lecz powinna zawierać informacje, jak należy interpretować fizycznie poszczególne składniki występujące pod całką działania.

Chodzi więc nie o heurystyczne „wyprowadzenie" postulatu, a jedynie o wyjaśnienie, jakiej sytuacji fizycznej on odpowiada. Właśnie pominięcie tego aspektu stanowiłoby poważny mankament dydaktyczny. Oczywiście nie jest to jeszcze fizyka teoretyczna i dlatego jako uzupełnienie cytuję m. in. *Teorię pola* L. Landaua i L. Lifszica. Z zasady wariacyjnej otrzymuję już dedukcyjnie równania ruchu i równania pola — w paragrafie 3.3 są to równania Maxwella. Reasumując, uważałem za niezbędną swoją pomoc, jako autora, w przetłumaczeniu pewnych zadań z fizyki i techniki na język matematyczny.

Drugi zarzut Recenzenta odnośnie do rozdziału III to niepodanie zasad wariacyjnych dla dyskretnych układów punktów (zasad Hamiltona i Maupertuis) „w znacznie mocniejszej postaci ekstremalnej". Otóż zwykle przez zasady Hamiltona i Maupertuis rozumie się odpowiednie zasady w postaci wariacyjnej, a nie ekstremalnej (por. np. podręczniki mechaniki teoretycznej S. Banacha, W. Rubinowicza i W. Królikowskiego oraz L. Landaua i L. Lifszica). Wersje ekstremalne wymagają dodatkowych warunków i ich zrozumiałe omówienie musiałoby znacznie rozszerzyć rozmiary książki.

Nie mogę się też zgodzić z zadziwiającymi uwagami Recenzenta, że „dzisiejszy rachunek różniczkowy obywa się — w zasadzie — bez pojęcia różniczki" oraz że „dzisiejszy rachunek wariacyjny obywa się — też w zasadzie — bez pojęcia wariacji". Tak więc np. teoria form różniczkowych byłaby w zasadzie zbędna.

Trzeci zarzut jest następujący: „autor uważa dodatniość wyznacznika współczynników potencjału kinetycznego (funkcji T) za fakt fizyczny (str. 82^{5-6}), a nie za dające się udowodnić dedukcyjnie twierdzenie matematyczne". Nigdzie nie napisałem, że nie jest to dające się udowodnić twierdzenie.

W związku z rozdziałem IV, dotyczącym m. in. metod wariacyjnych analizy zespolonej, Recenzent stwierdza, że „teoria funkcji analitycznych jest — po teorii liczb — działem matematyki mającym najmniejsze zastosowania" oraz że „teza o małym zastosowaniu praktycznym teorii funkcji analitycznych jest jednak... słuszna". Co by na to powiedzieli twórcy teorii liczb zespolonych: Kartezjusz (por. np. książkę *Kartezjusz* H. Lefebvre'a, wyd. polskie (1950), str. 114), Hamilton (ten od zasady Hamiltona!) i Gauss! Recenzenta odsyłam do *Complex Variables in Science and Engineering* H. Wayłanda lub choćby do książki *Pola i obwody magnetyczne maszyn elektrycznych* M. Dąbrowskiego, gdzie omówieniu niezbędnego aparatu analizy zespolonej poświęcono kilkadziesiąt stron.

Odnośnie do „sztucznie dołączonego" paragrafu 4.6 o aparacie powierzchni Riemanna w rachunku wariacyjnym polecam *Podstawy teorii elektryczności* laureata nagrody Nobla, I. E. Tamma (wyd. polskie, str. 208–224). Na temat „sztuczności" paragrafu 4.7 o metodach bezpośrednich rachunku wariacyjnego nie podejmę polemiki.

Krytyka rozdziału V jest ograniczona do przykładu 5.1 „przepisanego" z *Optimal Control Theory* L. D. Berkovitza. Argumentacja Recenzenta jest w zasadzie powtórzeniem argumentacji podanej przez Niego w zarzucie pierwszym odnośnie do rozdziału III. Recenzent uważa, że albo należy podawać kompletny opis fizyczny, albo nie podawać go wcale. Na zarzut ten odpowiadam, jak poprzednio: chodzi mi o związanie rozważanego problemu wariacyjnego z konkretnym zagadnieniem fizycznym czy technicznym, a nie o pełny opis tego zagadnienia — temu służą odnośniki do literatury i jej spisy na końcu każdego rozdziału. Pragnę przy tym zaznaczyć, że krytyce został poddany również Berkovitz, którego opis „też nie zawiera wszystkich szczegółów koniecznych do wypisania równania (5.1)".

O ile nie spotkało się z aplauzem „przepisanie" przykładu od Berkovitza, można by się spodziewać, że inaczej będą potraktowane ćwiczenia oryginalne. Nic z tego! Potrzebne do kilku z nich konkretne oblicze-

nia, podane na str. 143–145 i 146–148, potraktowane zostały jako „peryferyczne twierdzenia", przy czym „jedynym powodem ich umieszczenia było to, że pochodzą one od autora książki..."

Jedna z uwag ogólnych Recenzenta to stwierdzenie, że „podręcznik... ma charakter w 90% informacyjny". Trzeba tu przede wszystkim zaznaczyć, że nie jest dla mnie jasne, czy w przypadku zamieszczenia np. dwu twierdzeń i podania stronicowego dowodu jednego z nich, a pominięcia dziewięciostronicowego dowodu drugiego, część „informacyjna" wynosi 50% czy 90%. Ciekawe, według jakiego wzoru Recenzent otrzymał owe 90%.

Chciałbym jeszcze wspomieć o dwu spośród licznych dygresji w omawianej, 461-wierszowej recenzji. W jednej z nich Recenzent informuje, że jest również autorem (dwutomowego) podręcznika rachunku wariacyjnego (por. *Wiadomości Matematyczne* 13 (1971), str. 113–114 i 15 (1972), str. 128–129) i że pracownicy Politechniki Warszawskiej po ukazaniu się pierwszego tomu książki zwracali się do niego z pytaniami typu: „Panie profesorze, wprawdzie tego nie ma w pana podręczniku, ale może zechce mi pan wytłumaczyć..." Jestem skłonny wykorzystać tę dygresję na poparcie swej tezy, że pracownicy Politechniki byli zapewne zainteresowani w książce nie uchylającej się od interpretacji fizycznych omawianych zagadnień i przygotowującej Czytelnika np. do studiów w zakresie sterowania optymalnego poprzez odpowiednie ujęcie ekstremów mocnych. Ja z kolei, gdybym zastosował się konsekwentnie do wszystkich wskazówek Recenzenta, stworzyłbym coś w rodzaju drugiego wydania Jego dwutomowej monografii.

W drugiej z interesujących mnie dygresji Recenzent stwierdza, że „przedmiot (oczywiście recenzji – uwaga J. Ł.) od dawna już jest nieosiągalny w księgarniach". To już wyraźny komplement! Sami wiemy, jak trudno wyprodukować chodliwy „przedmiot". Nawet wiele książek matematycznych, również tłumaczonych, leży na półkach księgarni po 10 lat i więcej, a następnie sprzedaje się je ze zniżką.

Julian Ławrynowicz

Wiktor Oktaba, *Matematyka dla wydziałów technicznych akademii rolniczych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1980, str. 250, cena zł 30,–, ISBN 83-01-00551-3.

Jest to podręcznik matematyki z wyłączeniem statystyki dla studentów pierwszych dwóch lat wydziałów technicznych akademii rolniczych.

Pięć pierwszych rozdziałów obejmuje algebrę liniową z geometrią analityczną. Druga część książki złożona z ośmiu rozdziałów zawiera rachunek różniczkowy i całkowy wraz z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi.

Wydaje się, że układ pierwszej części nie jest najszczęśliwszy. Np. pojęcie wyznacznika jest wprowadzone w rozdziale 1, a pojęcie macierzy w rozdziale 2. W rozdziale 3 jest mowa o wektorach i tensorach, a dopiero w rozdziale 4 mówi się o przestrzeniach kartezjańskich R^n.

Książka zawiera bardzo nieliczne dowody twierdzeń, szczególnie w części algebraicznej. Dlatego przydałby się wykaz literatury dla czytelnika pragnącego pogłębić wiadomości. W tekście przytoczonych jest sporo przykładów obliczeń i sposobów rozwiązywania równań. Każdy rozdział zawiera na końcu serię ćwiczeń, z których większość sformułowana jest w taki sposób, by czytelnik miał prawidłową odpowiedź.

Z niestandardowych pojęć wprowadzone jest na str. 16 pojęcie „g-uogólnionej macierzy odwrotnej". Niestety nie został wyjaśniony jej sens geometryczny ani sposób efektywnego obliczania, co miałoby znaczenie przy proponowanej metodzie rozwiązywania układów równań liniowych.

Autor nie rozważa pojęć takich jak przestrzeń liniowa, przekształcenie (operator) liniowe, chociaż mowa jest o wektorach, macierzach, operatorach rzutowych, które nie zostały jasno zdefiniowane (poza bardzo szczególnym przypadkiem na str. 47) ani