wmptm 1897

R. Sz. Lipcer, A. N. Sziriajew, *Statystyka procesów stochastycznych, filtracja nieliniowa i zagadnienia pokrewne*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1981, str. 680, cena zł 90,–, z rosyjskiego tłumaczył W. Herer. ISBN 83-01-00509-2.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Recenzowaną książkę trudno byłoby nazwać absolutną nowością dla polskiego czytelnika; jej rosyjski oryginał z 1974 roku cieszy się wśród specjalistów z teorii prawdopodobieństwa szerokim i zasłużonym uznaniem. W porównaniu z oryginałem, niewątpliwym walorem polskiego wydania jest poszerzenie go o rozdziały 18 i 19, poświęcone filtracji procesów punktowych.

Najogólniej mówiąc, zagadnienie filtracji polega na estymacji w danej chwili t „składowej nieobserwowanej" procesu za pomocą funkcjonału od trajektorii „składowej obserwowanej" w przedziale $[0,t]$. Szuka się estymatora optymalnego w sensie średniokwadratowym.

Autorzy rozpatrują oddzielnie dwie klasy procesów obserwowanych: tak zwane *procesy Ito*, czyli rozwiązania stochastycznych równań różniczkowych postaci

$$\xi_t = \xi_0 + \int_0^t A_s ds + \int_0^t B_s(\xi) dW_s,$$

gdzie (W_t) jest procesem Wienera, oraz *procesy punktowe*, tzn. niemalejące procesy o wartościach naturalnych i skokach równych jeden.

Procesem (h_t) nieobserwowanym (estymowanym) jest suma martyngału i procesu prognozowalnego o trajektoriach będących funkcjami o wariacji skończonej (absolutnie ciągłymi, jeśli procesem obserwowanym jest proces Ito).

Okazuje się, że schemat ten jest dostatecznie ogólny i cały szereg konkretnych zagadnień można do niego sprowadzić.

Przy naturalnych założeniach o całkowalności, optymalnym (w sensie średniokwadratowym) estymatorem wartości h_t procesu nieobserwowanego jest warunkowa wartość oczekiwana

$$E(h_t | \mathcal{F}_t^{\xi}) \stackrel{\text{def}}{=} \pi_t(h),$$

gdzie $\mathcal{F}_t^{\xi}$ jest σ-ciałem generowanym przez realizacje procesu obserwowanego na przedziale $[0,t]$. Głównym wynikiem zawartym w książce jest tak zwane równanie optymalnej filtracji nieliniowej dla $\pi_t(h)$. Jest to zależność typu rekurencyjnego, która dla procesów z czasem ciągłym ma postać stochastycznego równania różniczkowego. Ścisłe wyprowadzenie tego równania w rozważanych ogólnych przypadkach wymaga zastosowania zaawansowanego aparatu teorii procesów stochastycznych, przede wszystkim teorii martyngałów i całek stochastycznych.

Autorzy postawili sobie ambitne zadanie przedstawienia całej tej potrzebnej teorii, łącznie z dowodami omawianych twierdzeń. Trzeba stwierdzić, że cel ten – z bardzo nielicznymi wyjątkami – zrealizowali; w rezultacie książka jest, przynajmniej w założeniu, dostępna czytelnikowi znającemu tylko elementarne pojęcia i fakty z teorii prawdopodobieństwa. Piszę „w założeniu", bowiem na ogólną liczbę 19 rozdziałów „podkładowi teoretycznemu" poświęcone są rozdziały 1–7, 18 i częściowo 19, łącznie ponad 300 stron. Przyswojenie sobie tego materiału musi się łączyć ze sporym wysiłkiem.

Nie jest to z mojej strony zarzut wobec książki, wręcz przeciwnie. Uważam, że ten materiał wprowadzający jest interesujący i ważny sam w sobie, a poświęcona mu część książki może stanowić dobry podręcznik teorii martyngałów i równań stochastycznych również dla czytelnika nie zamierzającego studiować zagadnień filtracji.

Aby nie być gołosłownym, wymienię, czasem tylko lekko zmieniając i uzupełniając, tytuły odpowiednich rozdziałów: podstawowe wiadomości z teorii prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, martyngały i półmartyngały z czasem dyskretnym i z czasem ciągłym (w tym twierdzenie Dooba–Meyera o rozkładzie martyngału), proces Wienera, całka stochastyczna względem procesu Wienera, stochastyczne równania różniczkowe, martyngały całkowalne z kwadratem, struktura funkcjonałów od procesu

Wienera, twierdzenie Girsanowa i jego uogólnienia, bezwzględna ciągłość miar, odpowiadających procesom Ito, wzór Camerona–Martina, procesy stochastyczne punktowe, całka stochastyczna Stieltjesa, struktura martyngałów lokalnych i bezwzględna ciągłość miar dla procesów punktowych.

Duża część omawianego tu materiału ukazuje się w języku polskim po raz pierwszy. Nie mogę się oprzeć wrażeniu, że zasadniczy cel książki chyba zostanie u nas zdominowany właśnie przez jej rolę podręcznika teorii procesów stochastycznych.

Celem tym, jak już wspomniałem, jest wyprowadzenie równań optymalnej filtracji nieliniowej oraz ukazanie ich zastosowań. Równania te są otrzymane w rozdziałach 8 i (dla punktowego procesu obserwacji) 19. Rozważa się tam też pokrewne zagadnienia tzw. interpolacji i ekstrapolacji.

Większa część pozostałych rozdziałów poświęcona jest omówieniu zastosowań (czasem niezmiernie ciekawych) ogólnych równań filtracji.

I tak, w rozdziale 9 rozwiązane jest zagadnienie optymalnej filtracji (a także ekstrapolacji i interpolacji), gdy współczynnik A równania stochastycznego, określającego proces obserwowany zależy od nieobserwowanego procesu (Θ_t), przy czym (Θ_t) jest procesem Markowa o co najwyżej przeliczalnym zbiorze stanów. Estymuje się wtedy

$$h_t = I_{\{\Theta_t = \beta\}}.$$

W rozdziałach 10 i 15 mowa jest o filtracji liniowej. Procesy obserwowany i nieobserwowany spełniają układ stochastycznych równań różniczkowych liniowych, a optymalny estymator zależy w sposób liniowy od obserwacji. Jest to zagadnienie najlepiej znane i daje się je rozwiązać niemal explicite. Tak zwany „filtr Kalmana–Bucy" to już niemal klasyczne pojęcie w statystyce procesów.

W rozdziałach 11 i 12 rozważa się sytuację, gdy rozkład warunkowy składowej nieobserwowanej jest normalny (podane są warunki dostateczne na to, żeby taka sytuacja zachodziła). Rozwiązanie zagadnienia filtracji jest tutaj tak samo efektywne, jak w przypadku filtracji liniowej.

Rozdział 16 i częściowo 19 jest poświęcony omówieniu zastosowań równań filtracji w zagadnieniach sterowania oraz w teorii informacji. Rozwiązane jest np. zagadnienie optymalnego sterowania układem liniowym z niepełną informacją i kwadratową funkcją kosztów, obliczona jest — w szczególnych przypadkach — informacja o „sygnale przekazywanym" zawarta w „sygnale odbieranym", bada się też problem optymalnego kodowania i dekodowania sygnału gaussowskiego.

W rozdziale 17 konstruuje się i bada estymatory największej wiarygodności dla parametrów procesów dyfuzji (np. dla współczynnika dryfu), omawia się też testowanie sekwencyjne dwóch prostych hipotez dla procesów Ito specjalnej postaci (proces Wienera i proces Wienera z niezależnym dryfem).

Wszystko napisane wyżej dotyczy procesów z czasem ciągłym. Autorzy rozpatrują w dwóch rozdziałach (13 i 14) także zagadnienie filtracji ciągów losowych. Ograniczają się do sytuacji, gdy rozkład warunkowy ciągu nieobserwowanego jest normalny, wyprowadzają równania rekurencyjne optymalnej filtracji oraz podają ich zastosowania — podobne, jak dla procesów z czasem ciągłym. Przypadek dyskretny jest pojęciowo znacznie prostszy od ciągłego i nie wymaga uprzedniego opanowania całej teorii zawartej w rozdziałach wstępnych.

Tak oto, w największym skrócie, przedstawia się treść recenzowanej monografii.

Uważam, że stanowi ona cenną i właściwie jedyną w swoim rodzaju pozycję w literaturze dotyczącej procesów stochastycznych i ich statystyki. Wcześniejsze książki: R. Bucy'ego i P. Josepha *Filtering for Stochastic Processes with Applications to Guidance* z 1968 r. oraz A. Jazwinskiego *Stochastic Processes and Filtering Theory* z 1970 r. zawierają nieporównanie mniej materiału, a ujęcie tematu jest znacznie mniej nowoczesne. Książka M. Davisa *Linear Estimation and Stochastic Control* z 1977 r. zajmuje się tylko przypadkiem liniowym. Co ciekawsze, książka G. Kallianpura *Stochastic Filtering Theory*, która ukazała się w 1980 roku, a więc znacznie później od radzieckiego wydania monografii Lipcera i Sziriajewa, stosuje identyczne martyngałowe podejście do za-

gadnień filtracji, a jest przy tym znacznie uboższa. Pominięte są w niej dowody wielu twierdzeń pomocniczych, poza tym nie ukazuje zastosowań równań filtracji.

Autorzy recenzowanej książki są znanymi w świecie specjalistami w teorii procesów stochastycznych i spora część prezentowanych w monografii twierdzeń jest ich autorstwa.

Pożytecznym uzupełnieniem jest bibliografia licząca 217 pozycji.

W recenzji wypada sformułować również kilka uwag krytycznych. Nie jest ich wiele i mają charakter raczej subiektywny.

I tak, dowodząc twierdzenia Dooba–Meyera o rozkładzie nadmartyngału autorzy powtarzają najbardziej elementarne rozumowanie M. Rao; wykorzystuje się przy tym pojęcie tzw. procesu rosnącego naturalnego, wprowadzone przez P. Meyera w połowie lat sześćdziesiątych. Pojęcia tego obecnie już się raczej nie używa, bardzo ważne jest natomiast pojęcie procesu prognozowalnego. Jak wiadomo z twierdzenia C. Doleans, proces rosnący jest naturalny wtedy i tylko wtedy, gdy jest prognozowalny (jednak prognozowalność dotyczy nie tylko procesów rosnących). Dowód twierdzenia Dooba–Meyera oparty o pojęcie prognozowalności jest znacznie mniej elementarny od dowodu M. Rao. Decydując się na zastosowane w książce podejście autorzy najwidoczniej pragnęli uniknąć zagłębiania się w tzw. ogólną teorię procesów (w sensie „szkoły francuskiej"). Trudno się zresztą temu dziwić, bo wymagałoby to znacznego zwiększenia objętości książki. Nie udało im się jednak uniknąć niekonsekwencji, bo później pojęcie procesu prognozowalnego okazało się niezbędne i w rozdziale 18 zmuszeni byli sformułować bez dowodu niektóre twierdzenia z ogólnej teorii procesów, w tym i wspomniane wyżej twierdzenie C. Doleans!

Inny zarzut, jaki można by, moim zdaniem, autorom postawić, to pewien niedostatek elegancji w prezentowaniu dowodów. Jest to oczywiście pogląd całkowicie subiektywny, dotyczący imponderabiliów.

Utrudnieniem dla czytelnika jest brak spisu stosowanych w książce oznaczeń. Jest ich sporo i nie wszystkie są powszechnie używane.

Na zakończenie parę uwag o tłumaczeniu. Sądzę, że trzeba docenić trud, jaki musiał sobie zadać tłumacz, aby przełożyć ogromny materiał, dotychczas nader skąpo omawiany w literaturze polskojęzycznej. Widać, że rozumiał on przekładany tekst (jak wiadomo nie jest to, niestety, regułą), co z pewnością ułatwia lekturę czytelnikowi przekładu. Do trudnych do uniknięcia „wypadków przy pracy" zaliczyłbym przetłumaczenie na str. 580 „punkt nachylenia" zamiast „punkt skupienia". Strony językowej przekładu nie oceniam, bo nie jestem kompetentny, muszę jednak stwierdzić, że razi mnie trochę słowo „markowowość" (str. 170), czy często używane sformułowanie, że proces „dopuszcza przedstawienie" (za pomocą wzoru). Wydaje mi się ponadto, że u nas używa się raczej określenia „estymator optymalny", a nie „optymalna ocena" (str. 80 i dalej).

Tomasz Bojdecki

Marvin J. Greenberg, *Wykłady z topologii algebraicznej*, z angielskiego przetłumaczył Jerzy Trzeciak, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1980, str. 243, cena zł 20.–, ISBN 83-01-00415-0.

Niestety, już w chwili otrzymania przeze mnie egzemplarza recenzyjnego książki M. J. Greenberga była ona całkowicie niedostępna w księgarniach. Stanowi ona klasyczny już dziś podręcznik topologii algebraicznej, wykorzystywany w wielu uniwersytetach w Ameryce i Europie. Uważam, że jest to podręcznik udany. Prowadząc wykład z topologii algebraicznej w roku ukazania się książki, zaleciłem studentom jej zakup i sukcesywne czytanie. Wykład, w części poświęconej teorii homologii, poświęciłem na rozbudowę i ilustrację przykładami zawartego tam materiału.

Oto przegląd treści książki:

Rozdział I poświęcony jest elementarnej