Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

gadnień filtracji, a jest przy tym znacznie uboższa. Pominięte są w niej dowody wielu twierdzeń pomocniczych, poza tym nie ukazuje zastosowań równań filtracji.

Autorzy recenzowanej książki są znanymi w świecie specjalistami w teorii procesów stochastycznych i spora część prezentowanych w monografii twierdzeń jest ich autorstwa.

Pożytecznym uzupełnieniem jest bibliografia licząca 217 pozycji.

W recenzji wypada sformułować również kilka uwag krytycznych. Nie jest ich wiele i mają charakter raczej subiektywny.

I tak, dowodząc twierdzenia Dooba–Meyera o rozkładzie nadmartyngału autorzy powtarzają najbardziej elementarne rozumowanie M. Rao; wykorzystuje się przy tym pojęcie tzw. procesu rosnącego naturalnego, wprowadzone przez P. Meyera w połowie lat sześćdziesiątych. Pojęcia tego obecnie już się raczej nie używa, bardzo ważne jest natomiast pojęcie procesu prognozowalnego. Jak wiadomo z twierdzenia C. Doleans, proces rosnący jest naturalny wtedy i tylko wtedy, gdy jest prognozowalny (jednak prognozowalność dotyczy nie tylko procesów rosnących). Dowód twierdzenia Dooba–Meyera oparty o pojęcie prognozowalności jest znacznie mniej elementarny od dowodu M. Rao. Decydując się na zastosowane w książce podejście autorzy najwidoczniej pragnęli uniknąć zagłębiania się w tzw. ogólną teorię procesów (w sensie „szkoły francuskiej"). Trudno się zresztą temu dziwić, bo wymagałoby to znacznego zwiększenia objętości książki. Nie udało im się jednak uniknąć niekonsekwencji, bo później pojęcie procesu prognozowalnego okazało się niezbędne i w rozdziale 18 zmuszeni byli sformułować bez dowodu niektóre twierdzenia z ogólnej teorii procesów, w tym i wspomniane wyżej twierdzenie C. Doleans!

Inny zarzut, jaki można by, moim zdaniem, autorom postawić, to pewien niedostatek elegancji w prezentowaniu dowodów. Jest to oczywiście pogląd całkowicie subiektywny, dotyczący imponderabiliów.

Utrudnieniem dla czytelnika jest brak spisu stosowanych w książce oznaczeń. Jest ich sporo i nie wszystkie są powszechnie używane.

Na zakończenie parę uwag o tłumaczeniu. Sądzę, że trzeba docenić trud, jaki musiał sobie zadać tłumacz, aby przełożyć ogromny materiał, dotychczas nader skąpo omawiany w literaturze polskojęzycznej. Widać, że rozumiał on przekładany tekst (jak wiadomo nie jest to, niestety, regułą), co z pewnością ułatwia lekturę czytelnikowi przekładu. Do trudnych do uniknięcia „wypadków przy pracy" zaliczyłbym przetłumaczenie na str. 580 „punkt nachylenia" zamiast „punkt skupienia". Strony językowej przekładu nie oceniam, bo nie jestem kompetentny, muszę jednak stwierdzić, że razi mnie trochę słowo „markowowość" (str. 170), czy często używane sformułowanie, że proces „dopuszcza przedstawienie" (za pomocą wzoru). Wydaje mi się ponadto, że u nas używa się raczej określenia „estymator optymalny", a nie „optymalna ocena" (str. 80 i dalej).

Tomasz Bojdecki

Marvin J. Greenberg, *Wykłady z topologii algebraicznej*, z angielskiego przetłumaczył Jerzy Trzeciak, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1980, str. 243, cena zł 20.–, ISBN 83-01-00415-0.

Niestety, już w chwili otrzymania przeze mnie egzemplarza recenzyjnego książki M. J. Greenberga była ona całkowicie niedostępna w księgarniach. Stanowi ona klasyczny już dziś podręcznik topologii algebraicznej, wykorzystywany w wielu uniwersytetach w Ameryce i Europie. Uważam, że jest to podręcznik udany. Prowadząc wykład z topologii algebraicznej w roku ukazania się książki, zaleciłem studentom jej zakup i sukcesywne czytanie. Wykład, w części poświęconej teorii homologii, poświęciłem na rozbudowę i ilustrację przykładami zawartego tam materiału.

Oto przegląd treści książki:

Rozdział I poświęcony jest elementarnej

teorii homotopii. Podano tu materiał potrzebny do zgrabnego obliczenia grupy podstawowej okręgu. Metoda podana przez Autora przenosi się na grupy topologiczne będące ilorazami grup jednospójnych przez ich podgrupy dyskretne. Żałuję, że rozdział ten nie obejmuje nieco szerszego zakresu zagadnień o zasadniczym znaczeniu dla zrozumienia sensu pojęcia homotopii. Myślę tu o obliczeniu grup homotopii sfer $\pi_n(S^n)$, np. za pomocą różniczkowego stopnia Brouwera i twierdzenia o gładkiej aproksymacji odwzorowań sfer. Warto byłoby też podać twierdzenie o zachowaniu się grup homotopii przestrzeni po doklejeniu do niej komórki.

Rozdział II omawia singularną teorię homologii. Autor od razu podaje ogólną definicję teorii singularnej, wspominając tylko jej symplicjalne źródła. Po sprawdzeniu, że teoria singularna spełnia aksjomaty Eilenberga–Steenroda podano algorytmy obliczania grup homologii dla kompleksów komórkowych (CW-kompleksów). Jako przykład zastosowania obliczono grupy homologii przestrzeni rzutowych oraz zwartych rozmaitości dwuwymiarowych. Stosując teorię homologii udowodniono klasyczne twierdzenia o topologii przestrzeni euklidesowych. Twierdzenie Hurewicza o porównaniu pierwszych nietrywialnych grup homotopii i homologii udowodniono tylko dla grupy podstawowej i pierwszej grupy homologii. Proponowana wyżej rozbudowa rozdziału dotyczącego teorii homotopii pozwoliłaby udowodnić twierdzenie Hurewicza w wyższych wymiarach dla przestrzeni będących CW-kompleksami.

Rozdział III nosi tytuł *Orientacja i dualność na rozmaitościach*. Poważna jego część jest jednak poświęcona omówieniu modułów kohomologii singularnych i wprowadzeniu produktów w kohomologiach oraz między homologiami i kohomologiami. Podano też twierdzenie o współczynnikach uniwersalnych wiążące homologie z kohomologiami.

W tym właśnie miejscu zakradł się zaskakujący błąd, na który moją uwagę zwrócił Robert Oliver. Aksjomatu homotopii dla teorii kohomologii dowodzi się wykorzystując jego prawdziwość w teorii homologii i korzystając z twierdzenia o współczynnikach uniwersalnych (por. str. 146). Niestety, z zamieszczonego tam diagramu

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \to & E^q(X, A) & \to & H^q(X, A) & \to & H_q(X, A)^* \to 0 \\ & & {\scriptstyle E^q(f)=E^q(g)}\uparrow & & \uparrow{\scriptstyle H^q(f),H^q(g)} & & \uparrow{\scriptstyle H_q(f)=H_q(g)} \\ 0 & \to & E^q(Y, B) & \to & H^q(Y, B) & \to & H_q(Y, B)^* \to 0 \end{array}$$

nie wynika, że $H^q(f) = H^q(g)$. Prostym kontrprzykładem jest krótki ciąg dokładny przestrzeni wektorowych $L \to \boldsymbol{R}^2 \to \boldsymbol{R}^2/L$, gdzie $L = \boldsymbol{R} \times \{0\}$ wraz z automorfizmem $A\colon \boldsymbol{R}^2 \to \boldsymbol{R}^2$ o macierzy $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, będącym identycznością na L oraz na $\boldsymbol{R}^2/L$, natomiast nie na $\boldsymbol{R}^2$. Oczywiście błąd ten da się usunąć, bowiem homotopia łańcuchowa P skonstruowana w §11 definiuje poprzez funktor $\mathrm{Hom}(?, \boldsymbol{R})$ homotopię między odpowiednimi odwzorowaniami kołańcuchów i w konsekwencji daje homotopijną niezmienniczość kohomologii.

Wiele miejsca w rozdziale III poświęcono wprowadzeniu pojęcia orientacji rozmaitości topologicznych, opisując przy tej okazji pewne idee teorii snopów. Pominięcie teorii symplicjalnej nie pozwala podać w tym miejscu klasycznej homologicznej definicji orientacji triangulowalnej rozmaitości zwartej jako klasy homologii cyklu będącego sumą sympleksów maksymalnego wymiaru z odpowiednimi znakami. Takie podejście jest chyba najbliższe intuicji, jaką wiążemy z pojęciem orientacji. Brak też wzmianki o rozmaitościach gładkich i różniczkowej definicji orientacji oraz stopnia odwzorowania. Zamieszczenie informacji o takim podejściu ułatwiałoby prawdopodobnie zrozumienie ogólnej sytuacji topologicznej studentom mającym przygotowanie w zakresie kursu Analizy II.

Kulminacją rozdziału trzeciego są dowody twierdzeń o dualności Poincarégo i Lefschetza.

Ostatni, czwarty rozdział zatytułowany jest *Iloczyny kartezjańskie i twierdzenie Lefschetza o punkcie stałym*. Celem jego jest dowód twierdzenia Lefschetza w jego postaci geometrycznej. Twierdzenie to mówi, że liczba Lefschetza odwzorowania $f\colon M \to M$ zwartej rozmaitości w siebie jest równa indeksowi przecięcia jego wykresu $\Delta(f)$ z przekątną Δ w kwadracie kartezjańskim

$M \times M$. Zauważmy, że autor nazywa liczbą Lefschetza właśnie indeks przecięcia, a nie – jak jest to ogólnie przyjęte – liczbę

$$\sum_i (-1)^i \operatorname{tr} H_i(f).$$

Jako materiał przygotowawczy do twierdzenia Lefschetza omówiono twierdzenia Eilenberga–Zilbera i Künnetha o homologiach produktów kartezjańskich. Twierdzenie Eilenberga–Zilbera dowodzone jest metodą modeli acyklicznych, opisaną zwięźle w osobnym paragrafie. Wprowadzono pojęcie klasy Thoma (homologicznej wiązki stycznej) rozmaitości, potrzebne do zdefiniowania indeksu przecięcia przekątnej z wykresem.

Myślę, że dla czytelnika poznającego dopiero topologię algebraiczną ten wybór pierwszego spotkania z twierdzeniem Lefschetza nie jest trafny. Tradycyjny dowód tego twierdzenia – opierający się na aproksymacji symplicjalnej odwzorowań i wykorzystujący homologie symplicjalne – jest prostszy i pokazuje świetnie jego sens geometryczny (por. E. H. Spanier, *Topologia algebraiczna*, PWN, 1972, Twierdzenie 4.7.7). Również wprowadzenie różniczkowej definicji indeksu przecięcia ułatwiłoby czytelnikowi zrozumienie wzoru Lefschetza. Dowód podany w książce Greenberga stosuje się jednak do dowolnych rozmaitości topologicznych i może stanowić punkt wyjścia do zapoznania się z bardziej wyrafinowaną wersją twierdzenia Lefschetza, którą podali Atiyah i Bott.

Starania Autora o wskazanie powiązań wykładanego elementarnego materiału z bardziej zaawansowanymi problemami topologii uważam za wielką zaletę książki. Wspomniano o wielu aktualnych lub klasycznych, trudnych problemach topologii, m.in. o triangulowalności rozmaitości, o oszacowaniu liczby liniowo niezależnych pól wektorowych na sferach, o twierdzeniu Schoenfliesa o homeomorfizmach S^1 w $\boldsymbol{R}^2$, o teorii bordyzmu, o twierdzeniu Hirzebrucha o sygnaturze i o twierdzeniu Atiyaha–Botta–Lefschetza o punktach stałych. Podano też wiele odsyłaczy do innych podręczników rozwijających szerzej tematy jedynie wspomniane w tekście (np. teoria węzłów).

Obszerna bibliografia (uzupełniona przez tłumacza o pozycje łatwiej dostępne w Polsce) liczy 80 pozycji – zarówno książek, jak też ważnych prac oryginalnych.

Wybór podręcznika Greenberga do przetłumaczenia na język polski i rozpowszechniania (ograniczonego przez niski nakład 4000 egz.) uważam za trafny. Przekład książki jest staranny, odznacza się dobrym językiem i właściwym doborem terminologii polskiej, na ogół zgodnej z dotąd używaną w Polsce przez matematyków interesujących się topologią algebraiczną. Przypisy tłumacza prawdopodobnie ułatwiają lekturę początkującemu adeptowi topologii algebraicznej, choć czasem wybór miejsc, które tłumacz opatrzył komentarzem, nie jest zgodny z moim odczuciem trudności, czy mogących nasunąć się wątpliwości.

Jako wykładowca topologii algebraicznej proszę PWN o jak najszybsze wznowienie książki.

Stefan Jackowski

Joram Lindenstrauss and Lior Tzafriri, *Classical Banach Spaces I, Sequence Spaces*; *Classical Banach Spaces II, Function Spaces*, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete 92, 97, Springer Verlag, Berlin–Heidelberg–New York 1977, 1979, str. XIII+190, X+243, cena DM 52.–, 82.–, ISBN 3-540-08072-4, 3-540-08888-1.

Za klasyczne przestrzenie Banacha przyjęto uważać przestrzenie funkcji ciągłych $C(K)$ i przestrzenie $L_p(\mu)$, $1 \leqslant p < \infty$. Struktura takich przestrzeni była badana od dobrych 70 lat. Przegląd wyników samych tych prac mógłby wypełnić traktat o objętości dużo większej niż monografia J. Lindenstraussa i L. Tzafririego, która zaplanowana została na 4 tomy.

Już z podtytułów obu napisanych tomów i dwóch pozostałych (tom III – *The structure of* $L_p(0, 1)$, $C(K)$ *and general preduals of*