Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

$M \times M$. Zauważmy, że autor nazywa liczbą Lefschetza właśnie indeks przecięcia, a nie – jak jest to ogólnie przyjęte – liczbę

$$\sum_i (-1)^i \operatorname{tr} H_i(f).$$

Jako materiał przygotowawczy do twierdzenia Lefschetza omówiono twierdzenia Eilenberga–Zilbera i Künnetha o homologiach produktów kartezjańskich. Twierdzenie Eilenberga–Zilbera dowodzone jest metodą modeli acyklicznych, opisaną zwięźle w osobnym paragrafie. Wprowadzono pojęcie klasy Thoma (homologicznej wiązki stycznej) rozmaitości, potrzebne do zdefiniowania indeksu przecięcia przekątnej z wykresem.

Myślę, że dla czytelnika poznającego dopiero topologię algebraiczną ten wybór pierwszego spotkania z twierdzeniem Lefschetza nie jest trafny. Tradycyjny dowód tego twierdzenia – opierający się na aproksymacji symplicjalnej odwzorowań i wykorzystujący homologie symplicjalne – jest prostszy i pokazuje świetnie jego sens geometryczny (por. E. H. Spanier, *Topologia algebraiczna*, PWN, 1972, Twierdzenie 4.7.7). Również wprowadzenie różniczkowej definicji indeksu przecięcia ułatwiłoby czytelnikowi zrozumienie wzoru Lefschetza. Dowód podany w książce Greenberga stosuje się jednak do dowolnych rozmaitości topologicznych i może stanowić punkt wyjścia do zapoznania się z bardziej wyrafinowaną wersją twierdzenia Lefschetza, którą podali Atiyah i Bott.

Starania Autora o wskazanie powiązań wykładanego elementarnego materiału z bardziej zaawansowanymi problemami topologii uważam za wielką zaletę książki. Wspomniano o wielu aktualnych lub klasycznych, trudnych problemach topologii, m.in. o triangulowalności rozmaitości, o oszacowaniu liczby liniowo niezależnych pól wektorowych na sferach, o twierdzeniu Schoenfliesa o homeomorfizmach S^1 w $\boldsymbol{R}^2$, o teorii bordyzmu, o twierdzeniu Hirzebrucha o sygnaturze i o twierdzeniu Atiyaha–Botta–Lefschetza o punktach stałych. Podano też wiele odsyłaczy do innych podręczników rozwijających szerzej tematy jedynie wspomniane w tekście (np. teoria węzłów).

Obszerna bibliografia (uzupełniona przez tłumacza o pozycje łatwiej dostępne w Polsce) liczy 80 pozycji – zarówno książek, jak też ważnych prac oryginalnych.

Wybór podręcznika Greenberga do przetłumaczenia na język polski i rozpowszechniania (ograniczonego przez niski nakład 4000 egz.) uważam za trafny. Przekład książki jest staranny, odznacza się dobrym językiem i właściwym doborem terminologii polskiej, na ogół zgodnej z dotąd używaną w Polsce przez matematyków interesujących się topologią algebraiczną. Przypisy tłumacza prawdopodobnie ułatwiają lekturę początkującemu adeptowi topologii algebraicznej, choć czasem wybór miejsc, które tłumacz opatrzył komentarzem, nie jest zgodny z moim odczuciem trudności, czy mogących nasunąć się wątpliwości.

Jako wykładowca topologii algebraicznej proszę PWN o jak najszybsze wznowienie książki.

Stefan Jackowski

Joram Lindenstrauss and Lior Tzafriri, *Classical Banach Spaces I, Sequence Spaces*; *Classical Banach Spaces II, Function Spaces*, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete 92, 97, Springer Verlag, Berlin–Heidelberg–New York 1977, 1979, str. XIII+190, X+243, cena DM 52.–, 82.–, ISBN 3-540-08072-4, 3-540-08888-1.

Za klasyczne przestrzenie Banacha przyjęto uważać przestrzenie funkcji ciągłych $C(K)$ i przestrzenie $L_p(\mu)$, $1 \leqslant p < \infty$. Struktura takich przestrzeni była badana od dobrych 70 lat. Przegląd wyników samych tych prac mógłby wypełnić traktat o objętości dużo większej niż monografia J. Lindenstraussa i L. Tzafririego, która zaplanowana została na 4 tomy.

Już z podtytułów obu napisanych tomów i dwóch pozostałych (tom III – *The structure of* $L_p(0, 1)$, $C(K)$ *and general preduals of*

$L_1(\mu)$, tom IV – *The local theory of Banach spaces*) widać, że autorzy postawili sobie węższy, ale zarazem ambitniejszy cel. Z jednej strony, dokonując niezbędnego wyboru wybrali oni, moim zdaniem, materiał nowy (większa część występuje po raz pierwszy w formie książkowej), ważny i ciekawy. Z drugiej, nie ograniczali się przy tym do klasycznych przestrzeni Banacha, lecz przedstawiają ten przedmiot na szerszym tle.

Stało się to możliwe dzięki pracom wykonanym w ciągu ostatnich kilkunastu lat, a zainicjowanym przez A. Pełczyńskiego i J. Lindenstraussa (za prekursora tego podejścia można uważać A. Grothendiecka). Jedną z przewodnich idei było zrozumienie struktury ogólnych przestrzeni Banacha (bądź wyróżnianie naturalnych klas, dla których to jest możliwe) poprzez wyjaśnienie, do jakiego stopnia przenoszą się na nie znane – a także nowo odkrywane – własności przestrzeni klasycznych. W ten sposób dopracowano się właściwych pojęć (wspomnę tu choćby typ i kotyp przestrzeni Banacha czy „skończoną reprezentowalność"), co umożliwiło sformułowanie, a następnie rozwiązanie większości zasadniczych zagadnień teorii.

Rozwinęła się ona dynamicznie w ostatniej dekadzie przy czynnym udziale matematyków m.in. z Francji, Polski, Stanów Zjednoczonych i Związku Radzieckiego oraz, oczywiście, obu autorów i ich uczniów.

Ujawniły się przy tym nieoczekiwane związki z innymi dziedzinami, jak teoria prawdopodobieństwa, teoria ergodyczna, geometria całkowa czy nieskończona kombinatoryka. Związki te są na razie raczej jednostronne, lecz można oczekiwać, że pojawienie się monografii takich jak ta pomoże częściowo odwrócić sytuację.

Czas na parę słów o treści dwu pierwszych tomów. W tomie I są rozdziały o bazach Schaudera, o własnościach przestrzeni c_0 i l_p, o bazach symetrycznych i o ciągowych przestrzeniach Orlicza. W tomie II – dwa duże rozdziały: o strukturach Banacha i o symetrycznych przestrzeniach funkcyjnych.

Czytelnik znajdzie np. bardzo kompletny wykład własności aproksymacyjnych, tzn. tego, co zrobiono od czasu konstrukcji P. Enflo. Podobnie rozdział o przestrzeniach c_0 i l_p uwzględnił m.in. ostatnie wyniki H. P. Rosenthala. Pozostałe rozdziały pierwszego tomu pozwalają lepiej zrozumieć szczególną rolę przestrzeni l_p w tej teorii.

Symetryczne przestrzenie funkcyjne potraktowane zostały w duchu niedawnego „memoiru" W. B. Johnsona, B. Maureya, G. Schechtmana i L. Tzafririego. W szczególności są tam ich delikatne wyniki o jedyności struktury symetrycznej (nowe także w przypadku przestrzeni $L_p(0, 1)$) oraz twierdzenia o zanurzeniach oparte na nowych własnościach procesów Poissona.

Wykład teorii struktur Banacha różni się bardzo od ujęcia w innych książkach. Autorzy osiągają uproszczenia dzięki wczesnemu uzyskaniu silnego twierdzenia reprezentacyjnego. Podkreślone są aspekty geometryczne jak p-wypukłość i q-wklęsłość. (Tu również znalazła się część materiału o jednostajnej wypukłości i gładkości dla ogólnych przestrzeni Banacha.)

Na niedużej ilości stron jest więc w zasadzie wszystko to, co powinno być – efekt zwięzłego i treściwego stylu – większość faktów podana z dowodami (przy wykorzystaniu wszystkich uproszczeń znalezionych od ukazania się oryginalnych prac). Niektóre istotne wyniki (np. twierdzenie Dvoretzky'ego o przekrojach niemal sferycznych i pewne jego ważne uogólnienia) są sformułowane, ale na dowód czytelnik poczeka do dalszych tomów. Jest też, oczywiście, sporo otwartych problemów, ich ilość zresztą topnieje.

Książka napisana jest bardzo dobrze i czyta się ją dosyć łatwo, jeśli się już wie (albo przynajmniej wierzy autorom), że oczywiste są rzeczy, które oni uważają za oczywiste. Nie przygotowany na to czytelnik mógłby sobie życzyć, by tomiki były trochę grubsze... Od czytelnika oczekuje się znajomości potrzebnego materiału w zakresie rozdziałów I–VI monografii N. Dunforda i J. T. Schwartza, więc w zasadzie książka powinna być dostępna już dla dobrych studentów starszych lat po solidnym kursie analizy funkcjonalnej.

Powinno już być jasne, kogo może zaciekawić ta książka. Jest pewne, że tych, których poważnie interesują przestrzenie Banacha, przekonywać do niej nie trzeba; długo jeszcze będzie ona jedną z niezastąpionych pozycji w tej dziedzinie.

Tadeusz Figiel