wmptm 1897 113

Przytoczone tu uwagi krytyczne nie świadczą o chłodnym przyjęciu tej nowej pozycji probabilistycznej. Uważam, że książka A. Płockiego, dzięki oryginalności wykładu, interesującym przykładom i zadaniom oraz metodom ich rozwiązań będzie wartościową i pożyteczną pozycją biblioteki matematyka.

Dominik Szynal

Wiesław Szlenk, *Wstęp do teorii gładkich układów dynamicznych*, Biblioteka Matematyczna, tom 56, PWN, Warszawa 1982, str. 256, cena zł 180. — ISBN 83-01-01375-3

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Szybkość, z jaką ta książka zaraz po ukazaniu się zaczęła znikać z księgarń, zdaje się wskazywać na określone zapotrzebowanie tematyczne, choć dziś wskaźnik to może nieco zawodny wobec straszliwej posuchy panującej na rynku księgarskim. Nie da się jednak zaprzeczyć, że zainteresowanie równaniami różniczkowymi zwyczajnymi jest u nas dość duże, a sięgną po tę książkę i ci, którzy zechcą spojrzeć na nie „z wyższego punktu widzenia"; taki punkt bezsprzecznie prezentuje teoria układów dynamicznych.

Nazwy „gładkie układy dynamiczne" zaczęto używać na określenie całego działu matematyki od roku 1967, roku pojawienia się pracy S. Smal'ea pod takim właśnie tytułem. Praca ta okazała się bardzo ważna, bo oprócz sformułowania najważniejszych i najświeższych wyników teorii, przedstawiała cały program badań, wskazywała na rozliczne związki teorii z innymi działami matematyki. Sam przedmiot nie był nowy. Powstał w wyniku badań globalnego przebiegu całek równań różniczkowych z głównym akcentem położonym na aspekt topologiczny zagadnienia. Do niedawna przedmiot ten określono nazwą „jakościowa teoria równań różniczkowych".

Jest rzeczą niemożliwą w kilku zdaniach przedstawić choćby tylko zarys problematyki teorii układów dynamicznych. Poprzestaniemy na paru informacjach, mając na uwadze tych z Czytelników *Wiadomości Matematycznych*, którzy nie mieli okazji zetknąć się z tą teorią.

Interesująca nas teoria zajmuje się zasadniczo dwoma obiektami: *potokami*, tj. grupą odwzorowań indukowaną równaniem $dx/dt = f(x)$ określonym na $\boldsymbol{R}^n$ (lub ogólniej na rozmaitości) oraz *kaskadami* — iteracjami ustalonego odwzorowania (dyfeomorfizmu) φ. Okazuje się, że istotna część opisu globalnego przebiegu trajektorii wynika ze znajomości zachowania się potoku w otoczeniu punktu *krytycznego*, tj. takiego punktu, w którym znika pole f (dla kaskad rolę taką odgrywają punkty stałe odwzorowania φ) i zachowania się przy $t \to \pm\infty$ (dla kaskad: gdy $|n| \to \infty$; trajektorią punktu x nazywamy w tym przypadku ciąg $\{\varphi^n(x)\}_{n=-\infty}^{n=\infty}$, $\varphi^n = \varphi \circ \ldots \circ \varphi$ jest złożeniem n egzemplarzy funkcji φ). Jednak i w tak zredukowanym zagadnieniu mogą pojawić się ogromne komplikacje. Dlatego zadowalamy się rozważaniem obiektów o własnościach *typowych* (co oznacza, że ich zbiór jest duży w sensie kategorii).

Taką typową własnością jest np. hiperboliczność punktu krytycznego x_0; określa ją warunek: $\mathrm{Re}\,\lambda \neq 0$ dla wszystkich wartości własnych λ pochodnej $Df(x_0)$. Strukturę potoku w otoczeniu takiego punktu można szczegółowo opisać (twierdzenie Hadamarda–Perrona). Analogicznie rozważa się hiperboliczne punkty stałe odwzorowania przy rozważaniu kaskady, hiperboliczne trajektorie okresowe itp. (do badania tej ostatniej służy odwzorowanie Poincarégo).

Na wybór postaci własności typowych wpływa dążenie do (nie zawsze dającej się dokonać) klasyfikacji układów należących do zbioru wyróżnionego tymi własnościami. Rozważa się również pewne własności nietypowe. Jedną z takich bardzo ciekawych i ważnych własności jest *strukturalna stabilność* układu. Oznacza ona niezmienniczość topologiczną potoku (czy kaskady) względem wszystkich dostatecznie małych zaburzeń pola wektorowego f (lub odwzorowania φ). Badania układów z punktu widzenia ich stabilności (strukturalnej czy też jakiejś jej modyfikacji) stanowi rozbudowany rozdział teorii. Wyróżnia się pewne klasy układów stabilnych (jak Morse'a–Smale'a czy Anosowa).

Nieporównanie większe trudności mogą się pojawić przy badaniu trajektorii, gdy $t \to \pm\infty$ (lub $|n| \to \infty$). Więcej tu znaków zapytania niż wyników. Dobrą ilustracją mogących się tu pojawić komplikacji jest pewna specjalna kaskada (określona na płaszczyźnie) zwana *podkową Smale'a*. Najpierw pewna definicja. Punktem *błądzącym* kaskady $\{\varphi^n\}$ nazywamy punkt x taki, że $\varphi^n(U) \cap U = \emptyset$ dla pewnego jego otoczenia U i każdego $n \neq 0$. Dopełnienie zbioru takich punktów nazywamy zbiorem punktów niebłądzących. Okazuje się że zbiór ten w przypadku podkowy Smale'a ma postać produktu dwóch egzemplarzy zbioru Cantora.

Teoria układów dynamicznych jest teorią niezwykle bogatą. Matematyków, poza nią samą, intryguje w tej teorii możliwość wykorzystania i unifikacji wielu różnych i dalekich działów matematyki. Jedyne dotychczas, w jakimś sensie całościowe przedstawienie tej teorii, i to w odniesieniu głównie do kaskad, zawarte jest w książce Z. Niteckiego, *Differentiable Dynamics*, 1971, mającej zresztą w podtytule również słowo „wstęp". Szybko przetłumaczona na język rosyjski i dzięki temu stosunkowo łatwo dostępna u nas, poszerzona ponadto dwoma ważnymi dodatkami, stanowić może cenne uzupełnienie recenzowanej książki.

Celem Autora recenzowanej książki nie było przedstawienie pełnej teorii układów dynamicznych, ale oddanie do rąk czytelnika książki, która ułatwiłaby mu wejście w tę ogromnie już rozbudowaną teorię. W pięciu rozdziałach tej bez mała 300-stronicowej książki Autor pomieścił dużą część najważniejszych faktów i twierdzeń teorii na poziomie, który można by nazwać elementarnym. To zamierzone ograniczenie jest zresztą absolutną koniecznością wobec objętości omawianej teorii. Pewną rekompensatą za to ograniczenie jest włączenie fragmentów teorii ergodycznej i pewnych twierdzeń o miarach niezmienniczych — wybór podyktowany osobistymi zainteresowaniami Autora.

Swoje rozważania Autor prowadzi równolegle dla kaskad i potoków. Wszystkie definicje i twierdzenia pomocnicze (z topologii, topologii różniczkowej, analizy funkcjonalnej etc.) Autor przytacza bądź w tekście, bądź w przypisach umieszczonych na końcu książki. Książkę zamyka bibliografia, zawierająca 116 pozycji cytowanych w tekście. Wskazuje to, że recenzowana książka zasługiwałaby raczej na miano monografii niż podręcznika, choć nie jest ani jednym, ani drugim.

A oto krótki przegląd treści książki.

Twierdzenie Hadamarda–Perrona mówiące o zachowaniu się układu dynamicznego w otoczeniu krytycznego punktu hiperbolicznego, twierdzenie o istnieniu podrozmaitości stabilnej i niestabilnej oraz twierdzenie Grobmana–Hartmana o lokalnej linearyzacji układu są głównym tematem pierwszego rozdziału. Omówiony jest w nim również przypadek orbity zamkniętej i związane z nią przekształcenie Poincarégo.

W rozdziale drugim omówione są układy dynamiczne na rozmaitościach jedno- i dwuwymiarowych, w szczególności homeomorfizmy okręgu i potoki na torusie wraz z twierdzeniami Poin-

carégo–Bendixsona–Schwartza i Knesera o zbiorze punktów granicznych. Omówione są również algebraiczne automorfizmy torusa.

Teoria transwersalności i związane z nią własności typowe są tematem rozdziału trzeciego w dużej mierze wzorowanego na znanej książce Abrahama i Robbina, poświęconej tym właśnie sprawom (*Transversal mappings and flows*, 1967).

Jednym z centralnych pojęć teorii gładkich układów dynamicznych jest pojęcie strukturalnej stabilności. Poświęcony jest mu rozdział czwarty. Autor charakteryzuje strukturalnie stabilne dyfeomorfizmy okręgu, a następnie podaje warunki konieczne dla strukturalnej stabilności dyfeomorfizmów (potoków). W dalszej części omówione są układy Morse'a–Smale'a, dyfeomorfizmy Anosowa oraz strukturalnie stabilne potoki na rozmaitościach dwuwymiarowych. Podany jest też przykład Smale'a zbioru otwartego złożonego z dyfeomorfizmów strukturalnie niestabilnych. Ciekawy jest § 4.10 poświęcony potokom geodezyjnym oraz ich związkom z mechaniką klasyczną. Dalej Autor omawia przekształcenia rozszerzające, aksjomat A oraz przykład podkowy Smale'a.

Ostatni rozdział, jak już wspomnieliśmy wcześniej, tematycznie wykracza nieco poza granice określone tytułem książki. Na jego treść składają się twierdzenia ergodyczne (indywidualne i statystyczne), miary niezmiennicze, układy ściśle ergodyczne, wreszcie entropie — metryczna i topologiczna. Ostatnie stronice książki poświęcone są relacjom wiążącym oba te pojęcia.

Jak widać z powyższego przeglądu, Autor dał dość szeroki zarys podstawowych pojęć i metod teorii. Oczywiście, musiał wybierać, a więc i pomijać pewne sprawy. Nie znalazły się więc w książce np. twierdzenia o Ω-stabilności, o atraktorach czy też o strukturalnej stabilności na rozmaitościach otwartych.

Czytelnikowi, zwłaszcza początkującemu, książka ta może sprawić wiele kłopotów. Są w niej trudne i czasami skomplikowane pojęciowo dowody. Autor nie ułatwia Czytelnikowi zadania, opuszczając ich fragmenty lub odwołując się do zadań (wcale nie najprostszych). Można to zrozumieć, jeśli dotyczy to faktów łatwych lub czysto rachunkowych. Czasami jednak lepiej jest podać dowód w całości, jak np. w przypadku twierdzenia Knesera na str. 73, którego najistotniejsza część spadła na barki Czytelnika. Opatrzona została ona dodatkowo komentarzem „łatwo pokazać". Czy naprawdę łatwo?

Przy tym niektóre dowody są chyba zbyt lakoniczne i zbyt formalnie zredagowane, jak np. dowód twierdzenia Hadamarda–Perrona: cała stronica 41 to same wzory, niemal pozbawione komentarza.

Szkoda, że twierdzenie Poincarégo (str. 208) zostało udowodnione tylko w wersji miarowej, dopiero bowiem z innych jego wersji (np. wersji znanej jako twierdzenie Hopfa) wynika całe jego piękno i głębia w objaśnianiu paradoksów kinetycznej teorii gazów.

Oczywiście, nie wszystkie twierdzenia przytoczone w książce mogą być podane z pełnymi dowodami. Objętość jej wzrosłaby wtedy znacznie. Autor w formie uwag podał wiele ciekawych twierdzeń i faktów, informując o pracach źródłowych. Jednak niektóre z tych dodatkowych informacji wiszą w próżni. Tak np. na str. 199 zdefiniowane jest rozbicie Markowa, a następnie zacytowane twierdzenia Bowena, i na tym koniec. Czytelnik nie dowiaduje się, po co wprowadza się to pojęcie i czy będzie dalej wykorzystane. Początkujący Czytelnik może taki fragment opuścić, jednak nie powiedziano Mu o tym. Wydaje się, że w książce, która nie jest monografią, można zrezygnować z tego rodzaju informacji.

Najpoważniejszy zarzut, jaki można zrobić omawianej książce, to stosunkowo duża ilość niedopatrzeń korektor-

skich. Miejscami czyni to tekst niemal nieczytelnym. Wydaje się, że niektóre paragrafy wydrukowano po prostu bez korekty, np. § 5.5 i § 4.10. Przykładem niestarannej korekty jest zwrot „ciąg transwersalny", który pojawia się na str. 58 i 64 zamiast „cięcie transwersalne", czy też brak w wielu miejscach kropek, nawiasów, znaku nierówności czy pierwiastka kwadratowego (ten ostatni jest systematycznie opuszczany na str. 189 i 190). Prawdziwą złośliwością chochlika drukarskiego jest umieszczenie niepotrzebnego minusa już w pierwszym wzorze we *Wstępie*, wyrażającym prawo Newtona. Na szczęście są to drobiazgi, ale bardzo dokuczliwe. Gorzej, gdy można dostrzec pewną niestaranność Autora. Dla przykładu — twierdzenie 4.6.3 na str. 196: otwartość zbioru $\Sigma^1(M)$ wynika wprost z definicji i nie trzeba się powoływać na to, że $\Sigma^1(M)$ składa się z pól Morse'a–Smale'a, a wniosek 4.3.1. na str. 149 jest konsekwencją lematu o zamykaniu, a nie twierdzenia Kupki–Smale'a. Gdy w definicji indeksu punktu krytycznego (str. 75) nie uwzględnimy orientacji płaszczyzny, indeks może być równy $+1$ lub -1, wbrew twierdzeniu 2.3.3. Albo w dowodzie lematu 1.5.1 na str. 37: trzy podane na tej stronicy wzory określające tę samą funkcję $f(\lambda)$ są wszystkie różne (a i w argumentowaniu jest omyłka). Podobnych zarzutów można by przytoczyć więcej.

Te liczne drobne usterki bardzo obniżają wartość tej naprawdę pożytecznej książki. Jeśli doczeka się ona drugiego wydana, wierzymy, że znikną z niej te wszystkie niedopatrzenia Autora i Redaktora.

Omawiana książka, mimo wymienionych usterek, ma swój urok i warta jest polecenia szerokiemu kręgowi czytelników.

W pewnym miejscu przedmowy Autor tak pisze: *Jeżeli Czytelnik chce dowiedzieć się w skrócie, jaką matematykę uprawia się w tej książce, to zaleca Mu się przeczytanie § 1.2 — Może ten paragraf go zachęci do dalszego czytania, a może po prostu oszczędzi Mu czasu, nerwów i sił.* Wbrew temu, co radzi Autor, zachęcamy nawet tych zniechęconych do przeczytania książki. Dać ona może wiele przyjemności i korzyści, choć czasami może to kosztować wiele czasu, sił i nerwów.

Andrzej Krzywicki, Tadeusz Nadzieja

Lech T. Kubik, Andrzej Krupowicz, *Wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa i jego zastosowań*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1982, str. 482, cena zł 160. — ISBN 83-01-01000-2

Książka składa się z dwóch części o różnych objętościach. Część I — *Niezależność* napisał Lech Tadeusz Kubik, a część II — *Zależność* i *Dodatek* napisał Andrzej Krupowicz. Część pierwsza (str. 13–306) zawiera osiem rozdziałów: 1. Doświadczenia i zdarzenia losowe. 2. Rozkłady prawdopodobieństwa w dyskretnych przestrzeniach zdarzeń elementarnych. 3. Rozkłady ciągłe w przestrzeniach euklidesowych. 4. Rozkłady prawdopodobieństwa w dowolnej przestrzeni zdarzeń elementarnych. Zmienne losowe. 5. Rozkłady zmiennych losowych i ich charakterystyki. 6. Twierdzenia graniczne. 7. Wnioskowanie statystyczne I (Estymacja parametrów). 8. Wnioskowanie statystyczne II (Weryfikacja hipotez statystycznych). Część druga (str. 307–470): 9. Wieloetapowe doświadczenia zależne. 10. Łańcuchy Markowa. 11. Łańcuchy Markowa z czasem ciągłym, oraz Dodatek (algebra, przekształcenie Laplace'a, funkcja tworząca).