ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXVII (1986)

wmptm 1897

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

EDYTA GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA (Katowice)

Emocjonalne uwarunkowania uczenia się matematyki na poziomie klas początkowych

1. Wprowadzenie. W metodyce nauczania początkowego matematyki poświęca się wiele uwagi wdrażaniu dzieci do rozwiązywania zadań tekstowych. Rozważania te z reguły koncentrują się wokół struktury logicznej zadań i matematycznych strategii rozwiązania, gdyż autorzy traktują je jako środek zmierzający do realizacji programu nauczania (Jeleńska [1948], Hawlicki [1954], [1971], Cackowska [1962], Moroz [1972], Turnau [1978], Puchalska i Semadeni [1981]). Niezmiernie rzadko przedmiotem zainteresowania jest psychologiczny aspekt rozwiązywania zadań przez dzieci.

Naszym zdaniem, efektywność uczenia się matematyki jest w dużej mierze związana z tym zagadnieniem. Mówiąc dokładniej — *gromadzenie doświadczeń logicznych i matematycznych zależy od sposobu zachowania się dzieci podczas pokonywania trudności tkwiących w zadaniach.* Z przeprowadzonych przez nas badań wynika, że dzieci, które doznają niepowodzeń w uczeniu się matematyki, mają specyficzne nastawienie do rozwiązywania zadań matematycznych, nieprawidłowe nawyki i obniżoną odporność emocjonalną na pokonywanie trudności typu intelektualnego. W konsekwencji nie tylko nie rozwiązują zadań, lecz *całą aktywność mobilizują do obrony przed koniecznością rozwiązywania zadań matematycznych.* Jest to, naszym zdaniem, główne źródło niepowodzeń(1) w uczeniu się matematyki.

(1) Mówiąc o *niepowodzeniach* mamy na myśli sytuację, która charakteryzuje się występowaniem wyraźnych różnic pomiędzy wymaganiami szkolnymi a poziomem wiadomości i umiejętności, które dziecko faktycznie opanowało, Niepowodzenia mogą być ukryte; dzieje się tak wówczas, gdy nauczyciel nie dostrzega braków w wiadomościach i umiejętnościach matematycznych dziecka, chociaż istnieją one z punktu widzenia wymagań programu nauczania. Niepowodzenia ukryte prowadzą zazwyczaj do niepowodzeń jawnych. Nauczyciel zdaje sobie już sprawę z tego, że dziecko nie opanowało podstawowych wiadomości i umiejętności obowiązujących w danej klasie, wskaźnikiem są z reguły oceny niedostateczne (por. Kupisiewicz [1973], str. 265).

2. Informacje o badaniach. W artykule tym przedstawiamy wyniki badań nad przyczynami niepowodzeń w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych([2]). Prowadziliśmy je w latach 1976–1983 w Katowicach. Miały one charakter badań *longitudinalnych* (zwanych również badaniami *podłużnymi*), które przeprowadziliśmy na zasadzie *monografii przypadków*. Badaniami objęliśmy 61 dzieci, u których ujawniono niepowodzenia w uczeniu się matematyki na poziomie klas początkowych. Niepowodzenia te były tak duże, że stosowane przez nauczycieli środki zaradcze (zwrócenie baczniejszej uwagi na dziecko, pomoc w odrabianiu zadań, rozmowy z rodzicami itp.) okazały się nieskuteczne. Dlatego dzieci te skierowano do poradni wychowawczo-zawodowych, a tam, po przeprowadzeniu diagnozy psychopedagogicznej, zalecono indywidualne zajęcia terapeutyczne.

Terapię podjęto oraz przeprowadzono dokładnie według naszej koncepcji. W zależności od potrzeb trwała ona od 6 do 18 miesięcy. Po jej zakończeniu przeprowadziliśmy ponownie badania diagnostyczne i na tej podstawie wnioskowaliśmy o efektach terapii. Otrzymaliśmy w ten sposób 61 monografii przypadków zawierających:

— charakterystykę wybranych procesów psychicznych u badanych dzieci w okresie, gdy doznawały niepowodzeń w uczeniu się matematyki, czyli przed rozpoczęciem terapii, oraz po jej zakończeniu, kiedy niepowodzenia zostały już przełamane;

— analizę psychologicznych życiorysów badanych dzieci, a także ich środowiska wychowawczego;

— ocenę poziomu wiadomości i umiejętności matematycznych oraz zachowania się badanych dzieci na lekcjach matematyki podczas rozwiązywania zadań matematycznych zarówno wówczas, gdy przeżywały one niepowodzenia, jak i w czasie, gdy potrafiły już sprostać wymaganiom szkolnym;

— obserwację zmian zachodzących pod wpływem oddziaływań terapeutycznych.

Przedstawiając wyniki badań ujmujemy łącznie te, które uzyskaliśmy w diagnozie, oraz zebrane w trakcie trwania terapii. Wiele hipotez co do przyczyn niepowodzeń w uczeniu się matematyki, ustalonych na podstawie diagnozy, zostało bowiem zmienionych w wyniku obser-

([2]) W artykule tym przedstawiamy fragmenty badań dotyczących niepowodzeń w uczeniu się matematyki na poziomie klas początkowych. Punkt centralny rozstrzygnięć jest wyraźnie przesunięty ku uczącemu się dziecku oraz sposobom udzielania mu pomocy w przezwyciężaniu niepowodzeń w uczeniu się matematyki. W zakresie tych badań: (a) analizowaliśmy przyczyny powstawania i narastania niepowodzeń w uczeniu się matematyki, (b) weryfikowaliśmy własną koncepcję terapii dla dzieci, które mimo czynionych wysiłków i starań nie potrafią opanować pojęć i umiejętności matematycznych. Pełną informację podajemy w pracy Gruszczyk-Kolczyńskiej [1985].

wacji zachowania się dzieci podczas terapii. Z analizy zmian zachodzących w procesie uczenia się, na zajęciach terapeutycznych uzyskaliśmy także informacje przydatne do przeprowadzenia pełniejszej interpretacji stwierdzonych zależności.

W niniejszym artykule wykorzystamy tylko niewielką część tych badań. Skupimy się bowiem głównie na ocenie poziomu wiadomości i umiejętności matematycznych oraz analizie zachowania się badanych dzieci podczas rozwiązywania zadań matematycznych. Chcemy bowiem wskazać na jedno z głównych źródeł niepowodzeń w uczeniu się matematyki na poziomie klas początkowych.

3. Wyniki badań. Ocenę poziomu wiadomości i umiejętności u dzieci z niepowodzeniami w uczeniu się matematyki sporządziliśmy na podstawie badań przeprowadzonych w połowie roku szkolnego. Ponieważ żadne z badanych dzieci nie potrafiło rozwiązać zadań zawartych w sprawdzianie przeznaczonym dla klasy, do której uczęszczały, przyjęliśmy zasadę „cofania się" do coraz niższego poziomu, aż do momentu, kiedy uzyskało w kolejnym teście wynik dostateczny. W ten sposób badaliśmy:

(a) 30 dzieci z klasy I (49 % badanych) sprawdzianem dla klasy I, a następnie sprawdzianem dydaktycznym dla dzieci siedmioletnich, wstępujących do szkoły. Po przeprowadzeniu badań okazało się, że aż 22 dzieci (73,3 %) nie opanowało wiadomości i umiejętności z klasy zerowej, a tylko 8 dzieci (po jednym semestrze nauki w klasie I) osiągnęło poziom klasy zerowej.

(b) 24 dzieci z klasy II (39 % badanych) sprawdzianem z matematyki dla klasy II, dla klasy I oraz sprawdzianem dla dzieci siedmioletnich. W tej grupie badanych było 9 dzieci (37,5 %), które opanowały tylko wiadomości i umiejętności z klasy zerowej oraz 15 dzieci (62,5 %) reprezentowało poziom pierwszego semestru klasy I.

(c) 7 dzieci z klasy III i IV (prawie 12 % badanych) kolejno sprawdzianem dla klasy III, II, I. Dzieci z klasy III (5 badanych) opanowały tylko wiadomości i umiejętności realizowane w pierwszym semestrze klasy I, natomiast 2 uczniów z klasy IV poziom klasy I (ocena dostateczna).

Z otrzymanych danych można także ustalić różnicę między faktycznym poziomem wiadomości i umiejętności badanych dzieci a wymaganiami obowiązującymi w klasie, do której uczęszczają. Okazuje się, że *im starsze dziecko, tym różnica ta jest większa.* U uczniów z klasy IV i III wynosi ona aż 3 semestry. W grupie uczniów z klasy II opóźnienie wynosi 2 semestry, ale są wśród nich dzieci, które reprezentują tylko poziom klasy zerowej (opóźnienie około 3 semestrów).

Osobną grupę stanowią dzieci, które nie opanowały klasy zerowej. Występuje tu bowiem nie tylko znaczna rozbieżność między wymaganiami a wiadomościami i umiejętnościami faktycznie opanowanymi przez

te dzieci, lecz przede wszystkim *opóźnienia w zakresie dojrzewania rozumowania operacyjnego na poziomie konkretnym* w zakresie warunkującym uczenie się matematyki([3]). Dzieci te bowiem posługują się jeszcze w rozumowaniu logiką przedoperacyjną, typową dla przedszkolaków.

Tak duże opóźnienia stanowią na pewno ważną przyczynę niepowodzeń w rozwiązywaniu zadań matematycznych. Jednakże, analizując zachowanie badanych dzieci na lekcjach matematyki, stwierdziliśmy wiele nieprawidłowości ukształtowanych zachowań, które skutecznie blokują proces uczenia się matematyki.

1. W początkowej fazie lekcji obserwowaliśmy tendencję do odwleczenia konieczności rozwiązywania zadań matematycznych. Dzieci zbyt długo przygotowywały przybory, grzebały w tornistrze, ociągały się z wyjęciem zeszytów i książek, starały się właśnie wówczas załatwić rozmaite „ważne" dla nich sprawy rozmawiając z kolegami itp.

2. Podczas odpytywania (sprawdzanie stopnia opanowania pojęć i umiejętności) obserwowaliśmy następujące zachowania:

— dziecko zapytane milczało, mina wyrażała zawstydzenie, czerwieniło się lub bladło i z lękiem oczekiwało „co to teraz będzie", wyraźnie chciało coś powiedzieć, lecz po chwili milczenia siadało zrezygnowane i napięte;

— dziecko zapytane wstawało i szybko odpowiadało na zasadzie zgadywania, np. nauczyciel pytał „ile to jest $12+7$", w odpowiedzi podawało jakąkolwiek liczbę bez próby obliczenia sumy (jeżeli kazano podejść do tablicy i pokazać daną wielkość, pokazywało cokolwiek), a następnie siadało zadowolone, gdyż w swym mniemaniu wykonało polecenie nauczyciela;

— zapytane milczało, a z miny wynikało, że nie rozumie, co się wokół niego dzieje.

Reakcja nauczyciela na takie zachowania dzieci była z reguły podobna: „siadaj", często z dodatkowym komentarzem krytycznym lub pogardliwym gestem. Niektóre dzieci reagowały na to zdziwieniem, że „źle", inne były zmartwione i napięte, jeszcze inne zadowolone, że udało im się być obiektem zainteresowania nauczyciela, krytykę przyjmowały bowiem za wyróżnienie.

3. Podczas rozwiązywania zadań na lekcjach matematyki obserwowaliśmy następujące sekwencje zachowań u badanych dzieci:

— ograniczały czynności do przepisania lub przerysowania danych z tablicy lub podręcznika, zapytane o wynik pokazywały to, co przepisały, uważając, że wykonały polecenie nauczyciela,

([3]) Szersze informacje na temat faz i etapów rozwoju umysłowego u dzieci i młodzieży znaleźć można w pracach J. Piageta [1966], [1969], [1981], J. Piageta i B. Inhelder [1967], B. Inhelder i J. Piageta [1970], J. S. Brunera [1978], A. Szemińskiej [1981]. Wspomina o tym też P. Nowicki [1981].

— ograniczały swą inwencję do wiernego naśladowania czynności sąsiada w ławce: przepisywały z zeszytu kolegi, mimo że ten sam tekst był na tablicy, układały bliźniacze konstrukcje z klocków, rysowały identyczne obrazki z tymi, które zostały wykonane przez sąsiednie dziecko;

— bardzo wolno przepisywały zadanie i czekały, aż zostanie ono rozwiązane przez inne dzieci, potem szybko przepisywały gotowy wynik;

— podejmowały próbę rozwiązania zadania, a następnie przerywały czynności zmierzające do tego celu i okazywały niepokój ruchowy (np. kręciły się, przekładały przedmioty) lub czekały w pozornym bezruchu na to „co będzie dalej"; niektóre dzieci z nadmiaru napięcia nie panowały nad mimiką, demonstrowały lęk lub bezradność;

— podejmowały próbę rozwiązania zadania wykonując wiele niepotrzebnych ruchów, uporczywie powtarzały nieskuteczne czynności na coraz niższym poziomie, po czym przerywały je i czekały na to, co nastąpi;

— podejmowały próbę rozwiązania zadania i natychmiast wymuszały od innych dzieci dodatkową pomoc, a jeżeli jej nie otrzymywały, przerywały pracę i czekały na gotowy wynik;

— nie podejmowały żadnych czynności zmierzających do rozwiązania zadania, gdyż od samego początku zajmowały się czymś innym.

W czasie prowadzenia obserwacji nie zdarzyło się, żeby któreś z badanych dzieci rozwiązało samodzielnie na lekcjach matematyki chociaż jedno zadanie. Cała aktywność ich była skierowana na to, aby uniknąć w jakiś sposób rozwiązywania zadań lub otrzymać gotowy wynik. Możemy także stwierdzić, że dzieci te nie uczestniczyły w procesie uczenia się matematyki, mimo że formalnie były na lekcji i stwarzały pozory podporządkowania się nauczycielowi.

Przyjrzyjmy się teraz zachowaniom tych dzieci w sytuacjach, gdy były skłonne rozwiązać zadania. Podstawą tej analizy są obserwacje poczynione podczas pierwszych tygodni terapii wówczas, gdy zachowywały się jeszcze według dotąd wyuczonych nawyków. W badaniach tych wykorzystywaliśmy zadania z podręczników używanych w klasie, do której dziecko uczęszczało. Obserwację prowadziliśmy zawsze w zbliżonych warunkach. Terapeuta nawiązywał kontakt z dzieckiem i uzyskiwał zgodę na wspólną pracę. W zasięgu ręki były wszystkie potrzebne przybory i pomoce: patyczki, kolorowe klocki, tabele mnożenia i dzielenia, linijka, kredki, papier itp. Podczas obserwacji zwracaliśmy uwagę na zachowanie się dzieci wówczas, gdy proszono je o rozwiązanie zadania matematycznego (reakcje mimiczne, słowne, aktywność ruchową itp.), na ich percepcję i sposób kierowania wysiłku na matematyzację sytuacji życiowej zawartej w zadaniu oraz na czynności zmierzające do jego rozwiązania.

Analizując zachowanie dzieci w trakcie rozwiązywania zadań matematycznych zauważyliśmy następującą prawidłowość. Dla dzieci ogromnie ważne były komunikaty emocjonalne towarzyszące rozmowie. *Ważniejsze dla nich było, jak się mówi, niż to, co się mówi.* Jeżeli terapeucie udawało się w sposób niewerbalny, np. intonacją, miną lub gestem przekazać „lubię cię", „na pewno dasz sobie radę", „nie bój się, to taka zabawa" itp., dziecko nawiązywało współpracę, mobilizowało się do wysiłku, starało się opanować narastające napięcie i próbowało spełnić oczekiwania przystępując do rozwiązywania zadania. W przypadkach, gdy takiego komunikatu nie udało się przekazać (np. kontakt z dzieckiem nie został należycie nawiązany, sposób rozmawiania był chłodny, z dystansem), prośba o rozwiązanie wywoływała u dziecka serię wcześniej opisanych reakcji obronnych: manifestacja zmęczenia, zbolała mina itp. Tylko właściwa postawa terapeuty (wyrażającą się w komunikatach emocjonalnych) skłaniała dziecko do podjęcia wysiłku i skierowania aktywności na rozwiązywanie zadania.

Przyjrzyjmy się teraz zachowaniom badanych dzieci w trakcie percepcji treści zadania tekstowego. Większość ich nie potrafiła przeczytać zadania na tyle płynnie, aby zrozumieć treść. Miały także ogromne trudności w skupieniu uwagi na zadaniu czytanym przez terapeutę. Na początku słuchały uważnie, po chwili przenosiły uwagę na przedmioty znajdujące się na stole, zaczynały manipulować nimi, bawić się palcami, kręcić się itp. Jeżeli terapeuta w jakiś sposób akcentował kontakt emocjonalny z dzieckiem (np. usiadł blisko, przytrzymał za rękę, a ponadto nie czytał, lecz wypowiadał zdanie patrząc na dziecko), pomagało to dzieciom w dłuższym skupieniu uwagi.

Po przeczytaniu zadania prosiliśmy o wskazanie zależności i rozwiązanie zadania. Okazało się wówczas, że badane dzieci referowały nam sytuację życiową, o której mowa była w zadaniu. Ponownie czytaliśmy zadanie akcentując rysunkiem, gestem lub grafem strzałkowym zawarte w zadaniu zależności. Podczas podejmowanych prób rozwiązania zadania stwierdzaliśmy charakterystyczną dezorganizację zachowania się dzieci, wyrażająca się w:

— gwałtownym narastaniu napięć i emocji ujemnych: dzieci nie panowały nad reakcjami mimicznymi, kuliły sylwetkę, zaciskały ręce lub demonstrowały bezradność i apatię;

— silnym regresie zachowań: chaotyczne ruchy, uporczywe powtarzanie nieskutecznych czynności na coraz niższym poziomie, wymuszanie pomocy i ograniczanie swej inwencji do powtarzania czynności, przerywanie pracy zaraz na początku, mozolne odwzorowywanie lub przepisywanie treści zadania, mimo że tego nie polecono, podejmowanie prób rozwiązania zadania przez zapisywanie działania z przypadkowo dobranych liczb i znaków, odgadywanie wyniku rozwiązania na zasadzie skojarzeń itp.

4. Interpretacja wyników oraz wnioski z badań. Funkcjonowanie dzieci podczas rozwiązywania zadań matematycznych zależy, naszym zdaniem, od następujących czynników:

1. Treści zadania, złożoności struktury matematycznej zadania, a także od sposobu zapoznania dzieci z jego treścią. Percepcja zadania zależy między innymi od tego, czy dziecko przeczyta je samodzielnie z podręcznika, czy zadanie przedstawi nauczyciel, czy też formułuje je rówieśnik z klasy. Dużą rolę odgrywa tu bowiem nastawienie do tego, co zdaniem dziecka jest ważne. Dzieci, szczególnie na poziomie klas początkowych, są wdrożone do uważnego słuchania wówczas, gdy mówi osoba znacząca, np. nauczyciel. W przypadku, gdy mówi rówieśnik, wydaje im się, że to nie będzie takie ważne, i dlatego są skłonne mniej koncentrować się na tym wydarzeniu. Percepcja zadania jest w tej sytuacji wyraźnie mniejsza. Najmniejsza jest wówczas, gdy dziecko musi samodzielnie zadanie przeczytać z podręcznika lub zeszytu ćwiczeń. Wiąże się to ze słabą techniką czytania i trudnościami w czytaniu ze zrozumieniem.

2. Społecznych warunków rozwiązywania zadania. Zadanie może być rozwiązywane samodzielnie, zespołowo lub zbiorowo z całą klasą. Dużą rolę odgrywa tutaj czynnik oceny społecznej, warunki współpracy oraz możliwość skorzystania z pomocy kolegów. Uruchamiane przez nauczyciela formy nacisku mogą pomóc dziecku skupić uwagę, lecz także mogą stanowić dodatkowy element frustracyjny.

3. Określonych cech osobowości rozwiązującego: stan motywacji, dojrzałość emocjonalna wyrażająca się w zdolności do kierowania swym zachowaniem mimo napięć oraz w kontrolowaniu własnych emocji, ukształtowane nastawienia wobec pokonywania trudności zawartych w zadaniach wymagających wysiłku intelektualnego, system nawyków racjonalnego zachowania się podczas pokonywania trudności, wreszcie poziom wiadomości i umiejętności matematycznych potrzebnych do rozwiązania danego zadania. Od ukształtowania tego zespołu cech zależy, czy dziecko będzie zachowywało się podczas rozwiązywania zadania w sposób racjonalny i skuteczny.

Należy tu podkreślić, że *pokonywanie trudności jest integralną częścią uczenia się matematyki*. Nie jest więc źle, jeżeli dziecko przeżywa trudności w uczeniu się matematyki. Ważne jest jednak, aby miało do nich odpowiednie nastawienie i potrafiło samodzielnie pokonać chociaż część tych trudności.

Ukształtowanie nawyków racjonalnego zachowania się podczas rozwiązywania zadań wymaga wielu ćwiczeń. Należy bowiem nie tylko rozbudzić motywację, lecz także nauczyć dzieci kontrolować swe emocje. Pamiętać bowiem trzeba, że w każdym zadaniu zawarta jest trudność. Z dostrzeżeniem tej trudności wiąże się zawsze wzrost emocji ujemnych i napięcia. Rzecz w tym, aby wyzwalało to u dziecka tendencję do większej

koncentracji uwagi oraz wzmożoną aktywność poznawczą. Jest to bowiem warunek konieczny do dokonania wysiłku intelektualnego potrzebnego do uchwycenia struktury matematycznej zadania i rozwiązania go na wymaganym przez nauczyciela poziomie.

Warto przypomnieć, że *wykonanie najprostszego zadania, nawet tak nieskomplikowana czynność jak opis obrazka, zależy od sfery emocjonalnej* (Ziegarnik [1983], str. 45). Ponadto — jak twierdzi O. K. Tichomirow ([1976], str. 244) — w czasie rozwiązywania trudnych problemów myślowych emocje pełnią rolę heurystyk, które nie gwarantują wprawdzie rozwiązania, lecz rozwiązanie określonych problemów bez emocji jest niemożliwe([4]).

Współczesna psychologia poświęca wiele uwagi zachowaniu się człowieka w sytuacjach trudnych ([5]). Wielu badaczy łączy sytuację trudną z pojęciem frustracji i stresu (Lewicki [1972], Reykowski [1966], Newcomb [1962] i inni) lub analizuje funkcjonowanie człowieka w sytuacji trudnej w aspekcie teorii czynności (Tomaszewski [1967], Tyszkowa [1972]). Do naszych rozstrzygnięć ważne są ustalenia dotyczące zachowania się dzieci w sytuacjach trudnych. Na tej podstawie będziemy wnioskować, dlaczego niektóre dzieci nie potrafią racjonalnie zachowywać się podczas rozwiązywania zadań matematycznych.

M. Tyszkowa ([1972], str. 245–335) określiła psychologiczny mechanizm zachowania się dzieci podczas pokonywania trudności, a także opracowała model zachowania się dzieci odpornych i dzieci nieodpornych emocjonalnie w trakcie rozwiązywania trudnych zadań. Przy okazji tych badań stwierdziła, że wraz z wiekiem rośnie u dzieci zdolność do prowadzenia działań ukierunkowanych na cel mimo przeżywanych napięć emocjonalnych. W miarę zdobywania doświadczeń wzrasta także u dzieci odporność na sytuacje trudne. Ten wzrost należy traktować jako funkcję podnoszącego się poziomu czynności motorycznych, a także intelektualnych. Odporność na sytuację trudną można także rozpatrywać jako cechę lub zespół cech oso-

---

([4]) Rolę emocji w procesie rozwiązywania problemów O. K. Tichomirow wyznacza na podstawie badań dotyczących rozwiązywania trudnych problemów szachowych. Twierdzi, że heurystyczna funkcja emocji wyraża się w określaniu przybliżonego obszaru, na którym może znajdować się rozwiązanie i wyznaczeniu kierunku poszukiwań. Stan aktywacji emocjonalnej jest tutaj sygnałem do „zatrzymania się", pokazującym „gdzie" należy szukać tego, co jeszcze nie zostało znalezione. Jest to poczucie bliskości rozwiązania — skonkretyzowana antycypacja zasady rozwiązania (Tichomirow [1976], str. 218–245, [1984], str. 87–107).

([5]) Przez *sytuację trudną* będziemy za M. Tyszkową ([1972], str. 21) rozumieć „taki układ zadań (celów), warunków działania i możliwości działającego podmiotu, w jakim naruszona została równowaga między tymi elementami w stopniu wymagającym nowej koordynacji, co powoduje przeciążenie systemu regulacji i emocje ujemne. W konsekwencji pojawiają się zmiany w zachowaniu się jednostek m.in. reorganizacja ukierunkowanej na cel aktywności".

bowości. Różnice indywidualne w tym zakresie można przedstawić na kontinuum: od jednostek odpornych, przez szereg stanów pośrednich, do skrajnie nieodpornych. Wyjaśniając zachowania się badanych przez nas dzieci będziemy korzystać, między innymi, z uogólnień sformułowanych przez M. Tyszkową.

Przyjrzyjmy się zachowaniom dziecka, które potrafi z powodzeniem rozwiązać stosunkowo trudne zadanie. Prośba o rozwiązanie zadania matematycznego natrafia na pozytywną motywację i dziecko kieruje swą aktywność na rozwiązanie zadania: czyta uważnie treść zadania lub słucha w skupieniu, jeżeli to zadanie przedstawia druga osoba. Jest wyraźnie zainteresowane zadaniem. Dostrzega zawartą w nim trudność. Obserwujemy narastanie emocji: wzrasta napięcie, pojawia się niepokój ruchowy, zmiana mimiki. Mimo to dziecko skupia uwagę na tym, co i jak należy zrobić, aby osiągnąć cel — rozwiązać zadanie. Takie ukierunkowanie aktywności osłabia siłę emocji pojawiających się z chwilą dostrzeżenia trudności. Dlatego dziecko może się mobilizować do wysiłku intelektualnego i dążyć do rozwiązania zadania.

Często dzieci, w tej fazie rozwiązywania, przejawiają charakterystyczną aktywność werbalną: „coś mi zaświtało", „zdaje się, że już wiem", „źle, trzeba inaczej", itp. Są to oznaki uczucia zbliżania się do rozwiązania problemu. Pojawia się zrozumienie struktury matematycznej zadania i dziecko przystępuje do wykonania działań potrzebnych do rozwiązania zadania. W konsekwencji następuje dalszy spadek napięcia, przeżycie radości, sukcesu i satysfakcji z pokonania trudności. Te pozytywne reakcje są rekompensatą przeżytych w początkowej fazie rozwiązywania napięć i emocji ujemnych. Takie doświadczenia przyczyniają się także do tego, że następnym razem dziecko z chęcią podejmie trud rozwiązywania zadań.

Jednakże i u tych dzieci, przy silnym zagrożeniu (gdy stopień trudności zadania przekracza znacznie ich wydolność), zachowanie zaczyna być sterowane przez frustrację. W takich przypadkach następuje zmiana celu aktywności i skierowanie jej na obronę osobowości (uruchomienie mechanizmów obronnych).

Z przeprowadzonych przez nas badań wynika, że *niepowodzenia w uczeniu się matematyki są spowodowane odmiennym, niż tu przedstawiliśmy, sposobem zachowania się dzieci w trakcie rozwiązywania zadań matematycznych.* W grupie dzieci z niepowodzeniami w uczeniu się matematyki nie było ani jednego, które by miało właściwie ukształtowane nawyki racjonalnego zachowania się podczas pokonywania trudności w procesie rozwiązywania zadania matematycznego. Wszystkie badane dzieci miały mniej lub bardziej ukształtowane *nawyki reagowania obronnego.* Zadania matematyczne zmieniały dla tych dzieci swój sens: zamiast być sytuacją trudną intelektualnie, stawały się sytuacjami trudnymi do zniesienia emocjonalnie, przed którymi należy się bronić. Rozwiązywanie zadań było dla nich

sytuacją frustracyjną, która zawierała cały zespół stresów:

— nasilenie się napięcia i wzrost emocji ujemnych nie wyrównywanych żadnymi przeżyciami przyjemnymi;

— dostarczenie kolejnego dowodu poczucia niższej wartości osobistej;

— rozmaite zagrożenia wynikające z obawy, że nauczyciel zauważy, iż nie potrafi sprostać wymaganiom i będzie interpretował ten fakt jako przejaw złej woli, ganiąc dziecko lub stawiając ocenę niedostateczną.

Nic więc dziwnego, że dzieci z badanej grupy reagowały obronnie już na daleką zapowiedź, na samo hasło „rozwiązywanie zadań matematycznych". Ponadto przeprowadzona analiza zachowania się tych dzieci wskazywała, że znacznie wcześniej poddają się one frustracji. Samo dostrzeżenie trudności powoduje u nich gwałtowny wzrost napięcia i poczucie silnego zagrożenia. Dlatego próbują za wszelką cenę uniknąć takiej sytuacji. W przypadku, gdy im się to nie udaje, podejmują chaotyczne próby wyjścia z zagrożenia: uporczywie powtarzają nieskuteczne czynności, bezmyślnie odwzorowują to, co wykonały inne dzieci, chcą przerwać rozpoczęte czynności itp. Takie zachowania podnoszą poziom emocji ujemnych i prowadzą do fali dezorganizacji.

Wszystko to wpływa na pogarszanie się poziomu czynności potrzebnych do rozwiązania zadania oraz wyzwala dalsze reakcje obronne. Towarzyszy temu również zawężenie pola percepcji. Wszelkie próby wyjaśniania, tłumaczenia lub podpowiadania dziecku, co ma dalej robić, aby zadanie rozwiązać — okazują się nieskuteczne. Dziecko jest bowiem skupione głównie na swych emocjach, na tym, aby wytrzymać narastające napięcie. Zdarza się także, że owe próby „pomagania" są przez dziecko odbierane jako dodatkowe sygnały zagrożenia i wzmagają natężenie reakcji obronnych.

W wyniku przeżycia wielu niepowodzeń w trakcie rozwiązywania zadań matematycznych, kształtuje się u dzieci specyficzne nastawienie, tzw. *antycypacja niebezpieczeństwa* i odpowiednia do tego reakcja, zanim jeszcze pojawi się konieczność rozwiązywania zadań.

W kształtowaniu tych zachowań niebagatelną rolę pełnią społeczne warunki pracy na lekcji. Uczniowie rozwiązują zadania w bezpośrednim sąsiedztwie rówieśników, a to daje szansę odpisania gotowego wyniku i ukrycia przez długi czas tego, że nie potrafią sprostać wymaganiom. Z drugiej zaś strony, obecność innych uczniów stanowi dodatkowy stresor. Dziecko porównując wynik swej pracy z efektami kolegów bardzo szybko zaniża samoocenę. Ponadto publiczne ujawnienie niepowodzeń obniża znacznie atrakcyjność w gronie rówieśników. Dlatego dzieci czynią tyle wysiłku, aby nie dopuścić do ujawnienia faktu, że nie mogą sprostać wymaganiom. Problem jednak w tym, że takie wyuczone zachowania:

— blokują nabywanie doświadczeń matematycznych i logicznych potrzebnych do przyswojenia podstawowych pojęć i umiejęt-

ności matematycznych, dzieci te bowiem nie uczestniczą w procesie uczenia się matematyki;

— pogłębiają niekorzystne nastawienie do działalności matematycznej, a także generalnie do jakichkolwiek czynności z tym związanych;

— zaniżają samoocenę oraz poziom aspiracji, a w przypadkach skrajnych prowadzą do ukształtowania się postawy lękowej w stosunku do zadań o niewielkim nawet stopniu trudności.

Powstaje w tym miejscu pytanie: czy dzieci, które doznają niepowodzeń w uczeniu się matematyki, charakteryzują się niską odpornością emocjonalną na pokonywanie trudności typu intelektualnego? Odpowiedź na to pytanie nie jest jednoznaczna. Wyniki naszych badań przeprowadzonych wówczas, gdy badane dzieci przeżywały niepowodzenia w uczeniu się matematyki, wskazują wyraźnie, że zachowania ich mieszczą się w kategoriach funkcjonowania dzieci nieodpornych emocjonalnie na pokonywanie trudności. Jednakże w miarę trwania zajęć terapeutycznych uzyskiwaliśmy z reguły wyciszenie reakcji obronnych i korzystną zmianę nastawienia do działalności matematycznej. Udawało nam się również ukształtować nawyki racjonalnego zachowania się podczas pokonywania trudności. Oznaczało to poprawę odporności psychicznej na sytuacje trudne.

Zauważyliśmy także sprzężenie zwrotne między wzrostem wiadomości i umiejętności matematycznych a postępującą racjonalizacją zachowania się podczas pokonywania trudności tkwiących w zadaniach. Uzyskanie nawet niewielkiej poprawy w racjonalnym zachowaniu się pozwalało dzieciom zdobyć doświadczenie logiczne i matematyczne. To z kolei miało znaczący wpływ na racjonalne zachowanie się podczas następnych, już nieco trudniejszych zadań.

Nasuwa się więc kolejne pytanie: jak przedstawia się zależność między regulacją emocjonalną a funkcjonowaniem poznawczych struktur i jak przedstawia się ten problem w odniesieniu do rozwiązywania zadań matematycznych? Otóż, zdaniem K. Obuchowskiego ([1968], str. 228–235), istnieje ścisły i określony związek pomiędzy procesami emocjonalnymi i poznawczymi, przy czym *emocje stanowią starszą i prymitywniejszą formę orientacji i dlatego nabierają specyficznego znaczenia wówczas, gdy jednostka z jakichś powodów nie może korzystać z racjonalnych sposobów poznania.*

Orientacyjna rola emocji w najogólniejszym sensie polega na wstępnej ocenie sytuacji czy zjawiska, zanim ono zostanie rozpoznane i poznane intelektualnie. W rezultacie takiej orientacji powstaje informacja emocjonalna o tym, jaką wartość ma dla jednostki rozpoznany obiekt lub sytuacja, oczywiście z punktu jej aktualnych potrzeb. Wartościowanie to mieści się w kategoriach „pozytywny" lub „negatywny". Dlatego ma wpływ na to, czy jednostka ma dążyć do poznania badanego wstępnie obiektu lub sytuacji, czy ma reagować obronnie, gdyż stanowią one zagrożenie. Jeżel

jednostka może poznać dane zjawisko lub sytuację (ma dostęp do informacji i może je zrozumieć), to wartościowanie emocjonalne pełni rolę przygotowawczą i mobilizuje do działania. W przypadkach gdy, z jakichś przyczyn, jednostka nie może korzystać z racjonalnych sposobów poznania, informacja emocjonalna pełni rolę wiodącą i decyduje o zachowaniu się jednostki (por. op. cit., str. 252–264).

Wróćmy do zjawiska niepowodzeń w uczeniu się matematyki na poziomie klas początkowych. Otóż pojęcia i umiejętności matematyczne, które stanowią treść początkowego nauczania matematyki, mają charakter operacyjny (por. Krygowska [1977], str. 81–129). Dlatego warunkiem koniecznym dla ich zrozumienia i przyswojenia jest osiągnięcie przez dzieci *dojrzałości operacyjnej rozumowania na poziomie konkretnym* (6). Tę konieczną dla uczenia się dojrzałość intelektualną dzieci zaczynają osiągać pomiędzy 6 a 7 rokiem życia. Różnice indywidualne w zakresie tempa rozwoju intelektualnego sprawiają, że wiele dzieci rozpoczynających systematyczną naukę matematyki takiej dojrzałości nie osiągnęło. Dla tych dzieci treści realizowane na lekcjach matematyki są niezrozumiałe, gdyż posługują się one inną, przedoperacyjną logiką rozumowania. Nie przeszkadza to im jednak w rozumieniu sensu emocjonalnego i społecznego tego wszystkiego, co się dzieje na lekcjach matematyki.

Możemy zatem stwierdzić, że dzieci, które w czasie rozpoczęcia edukacji matematycznej w klasie I nie osiągnęły odpowiedniej dla uczenia się matematyki dojrzałości operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym, kierują się głównie orientacją emocjonalną w poznawaniu sytuacji zadaniowych organizowanych na lekcjach matematyki. Orientacja ta wytwarza informację o zagrożeniu. Każde zadanie jawi się bowiem tym dzieciom jako ogromnie trudne, wprost nie do rozwiązania (posługują się one logiką

---

(6) Wszystkie formy rozumowania w logice, fizyce i matematyce — zdaniem J. S. Brunera ([1978], str. 688) — wynikają z „zasady niezmienności, według której całość pozostaje niezmieniona niezależnie od ułożenia jej części, od zmiany jej form czy przemieszczenia w przestrzeni lub czasie". Respektowanie tej zasady występuje w rozumowaniu dzieci na poziomie operacji konkretnych. Dopiero na tym poziomie rozwoju potrafią one uznawać istnienie elementów niezmiennych mimo obserwowanych przekształceń.

Według J. Piageta i jego współpracowników operacje konkretne zaczynają występować w rozumowaniu dzieci — średnio biorąc — około 6 i 7 roku życia. Wskaźnikiem pojawienia się ich jest m.in. uznawanie przez dzieci stałości ilości nieciągłych. W tym samym czasie są już także zdolne do zastosowania metody operacyjnego porządkowania elementów w zbiorze, czego wyrazem jest rozumowanie: skoro $A < B$ i $B < C$, więc $A < C$. Jednakże pojawienie się operacyjnego rozumowania w tych kategoriach nie oznacza, że niejako automatycznie generalizuje się ono na inne kategorie. Z badań Piageta wynika, że zastosowanie zasady stałości ilości w odniesieniu do masy pojawia się w rozumowaniu dzieci o rok później, a w odniesieniu do ciężaru i długości około 10 roku życia (por. J. Piaget, B. Inhelder [1967], str. 125–126, J. Piaget [1966], str. 56, B. Inhelder, J. Piaget [1970], str. 167 i dalsze).

nieoperacyjną, a zadania wymagają rozumowania operacyjnego). Dlatego przewidują nieuchronną klęskę i następstwo rozmaitych kar (ocena niedostateczna, uwaga w zeszycie, ukaranie w obecności innych dzieci itp.). Poczucie takich zagrożeń kieruje świadomość dziecka na szukanie sposobu uniknięcia niebezpieczeństwa. Na podstawie doświadczeń gromadzonych na lekcjach, bardzo szybko uczą się, że stosowanie rozmaitych technik przynosi korzyści: udaje się odpisać wynik, zniecierpliwiony nauczyciel zrezygnuje z pytania, zbolała mina lub „ucieczka w chorobę" chroni czasowo przed wykryciem faktu, iż nie sprostały wymaganiom. Nic więc dziwnego, że zachowania te utrwalają się szybko. Konsekwencją działania tego mechanizmu jest, jak to wykazaliśmy poprzednio, bardzo niski poziom wiadomości i umiejętności matematycznych u badanych dzieci, który stanowi jednak *wtórną przyczynę niepowodzeń w uczeniu się matematyki.*

Warto w tym miejscu wyjaśnić jeszcze jedną kwestię. Otóż uważa się, że jeżeli dziecko nie rozumie sensu zadania, należy mu je w przystępnej formie wytłumaczyć. Ten naturalny sposób reagowania nauczycieli, a także rodziców jest — w przypadku dzieci znajdujących się jeszcze na poziomie przedoperacyjnym — zupełnie nieskuteczny, a nawet wręcz szkodliwy. Wynika to z faktu, że sposób ujmowania zjawisk przez dorosłego jest zupełnie odmienny od rozumowania dziecka([7]).

Nie chcemy przez to powiedzieć, że myślenie dziecka na poziomie przedoperacyjnym jest nielogiczne. Przeciwnie, wnioskowanie jest jasne i konsekwentne. Na przykład, dla dziecka siedem wspaniałych, ogromnych słoni oraz siedem biedronek to przecież nie może być „tyle samo". Biedronki można włożyć do pudełka, a dla słoni trzeba kilku wagonów! Tymczasem Pani na lekcji, w całym majestacie osoby znaczącej, podkreśla, że są to zbiory równoliczne: słoni i biedronek „jest tyle samo". Jeżeli dziecko ma wątpliwości, waha się, lub jeżeli inaczej sądzi, nauczycielka w dobrej wierze narzuca mu swój operacyjny sposób rozumowania. Stosuje przy tym odpowiednie presje: „pomyśl dobrze i spróbuj jeszcze raz", „które z dzieci pokaże, jak to należy prawidłowo zrobić", „popatrz, to trzeba tak właśnie zrobić" itp.

Pod wpływem tych nacisków dzieci — nie rozumiejąc toku rozumowania nauczycielki — rezygnują z własnego sposobu rozumowania (por. Whitney [1980]). Starają się zapamiętać podane sformułowanie, sposób

([7]) Na poziomie przedoperacyjnym dzieci, badając rozmaite wielkości, formułują swój sąd dotyczący ilości kierując się głównie bezpośrednią obserwacją. Dlatego preferowanym wskaźnikiem oceny ilości jest przestrzeń zajmowana przez elementy rozpatrywanych zbiorów. Dlatego zdaniem dziecka będzie zawsze „więcej" tam, gdzie elementy badanego zbioru zajmują aktualnie większą przestrzeń. Szerzej na ten temat piszą J. Piaget [1966], [1969], [1981], B. Inhelder i J. Piaget [1970], A. Szemińska [1981].

rysowania grafu czy zapisu równania (nie próbując go nawet zrozumieć) i wiernie naśladują to, co robi nauczyciel lub inne dziecko, bardzo uważając, aby nie wyjść poza dostarczony wzór rozumowania.

Ponadto unikanie doświadczeń w zakresie pokonywania trudności typu intelektualnego zawartych w zadaniach matematycznych ma także głębsze konsekwencje. Brak treningu w tym zakresie sprawia, że dzieci te nie kształtują należycie zdolności do kierowania swym zachowaniem mimo przeżywanych napięć i emocji ujemnych. Dlatego są skłonne do przeceniania stopnia trudności zadań (niekoniecznie matematycznych). Tworzy się u tych dzieci charakterystyczna postawa lękowa w odniesieniu do zadań nawet o niewielkim stopniu trudności.

Co gorsza, podejmowane przez dzieci próby przezwyciężenia tej tendencji kończą się najczęściej niepowodzeniem. Z powodu małej odporności emocjonalnej poddają się one łatwo frustracji, która powoduje obniżenie (regres) poziomu wykonywanych czynności i blokuje racjonalne zachowanie się. Dziecko widzi wyraźnie, że efekty jego wysiłków są mizerne i zaczyna uważać, że jest mniej zdolne i nic na to nie może poradzić. Traci wiarę we własne siły. Tworzy się w ten sposób zamknięte koło, którego bez fachowej pomocy terapeutycznej dziecko nie może najczęściej przełamać.

Na zakończenie artykułu przedstawimy wnioski wypływające bezpośrednio z przeprowadzonych badań.

Po pierwsze, niepowodzeń w uczeniu się matematyki na poziomie klas początkowych doznają dzieci, które:

— rozpoczynając systematyczną edukację matematyczną nie osiągnęły dojrzałości operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym, warunkującej rozumienie i opanowanie podstawowych pojęć matematycznych;

— nie reprezentują dojrzałości emocjonalnej, która pozwala na kształtowanie racjonalnych zachowań podczas pokonywania trudności zawartych w zadaniach matematycznych.

Po drugie, niepowodzenia w uczeniu się matematyki są, niestety, późno wykrywane. Nauczyciele zauważają je u dzieci dopiero wówczas, gdy nie potrafią one rozwiązać nawet bardzo prostych zadań matematycznych. Potęguje to narastanie różnic między zakładanym a realnym stanem wiadomości i umiejętności dziecka.

Po trzecie, ujawnienie niepowodzeń następuje z reguły wówczas, gdy na przyczyny typu intelektualnego nałożyły się przyczyny emocjonalne. Dlatego chcąc dziecku pomóc przełamać niepowodzenia należy:

— uczyć dzieci racjonalnych sposobów zachowania się podczas pokonywania trudności zawartych w zadaniach matematycznych; oznacza to wyciszenie nawyków do obronnego reagowania, wytłumienie reakcji lękowych, rozbudzenie wiary we własne siły oraz kształtowanie zdolności do kierowania swym zachowaniem się mimo przeżywanych napięć;

— dążyć do tego, aby dziecko osiągnęło poziom rozumowania operacyjnego konkretnego, jest to bowiem warunek rozumienia sensu zadań matematycznych;

— zrekonstruować od podstaw system wiadomości i umiejętności matematycznych do poziomu obowiązującego w klasie, do której dziecko uczęszcza; nadrabianie zaległych wiadomości z danej klasy nie ma większego sensu, gdyż w takiej sytuacji nie wiadomo, jakie braki dziecko jeszcze ma i co jest tego przyczyną (por. Szemińska [1981], str. 131).

Wdrażając dzieci do rozwiązywania zadań, warto rozpatrzeć niekonwencjonalne metody kształcenia. Z naszych doświadczeń wynika, że bardzo dobre rezultaty daje zastosowanie — oprócz zadań o typowej budowie — zadań celowo źle skonstruowanych. Można je nazwać *zadaniami z konfliktem poznawczym*; w idei są one podobne do „zadań z Gapciem" z podręcznika E. Puchalskiej i M. Rygera. W zadaniach tych występował brak lub nadmiar danych potrzebnych do rozwiązania, bądź niespójność historyjki z pytaniem lub danymi zawartymi w zadaniu, i dlatego rozwiązanie stawało się bezsensowne.

Na pomysł zastosowania takich zadań wpadliśmy, szukając sposobu „dotarcia" do badanych dzieci i przełamania emocjonalnych blokad. Ku naszemu zdziwieniu, dzieci stykając się z takim absurdem zapominały o strachu i przejawiały ożywienie poznawcze. Początkowo obserwowaliśmy u nich rozterkę między wiarą a niewiarą w nieomylność zadania sformułowanego przecież przez osobę znaczącą, a następnie wyraźne zainteresowanie treścią zadania. U dzieci pojawiła się, tak bardzo przez nas oczekiwana, potrzeba wniknięcia w sens zadania, zamiast dotychczasowej tendencji odrzucania, bez najmniejszej chęci poznania jego treści. Dostrzeżenie pomyłki — tak dzieci nazywały zawarty w zadaniu konflikt poznawczy — wywoływał śmiech, który wyciszał lękowe nastawienie, i dzieci z wyraźną przyjemnością podejmowały próbę korygowania takiego śmiesznego zadania. Później, stykając się z zadaniami tego typu, chętnie uczestniczyły w zabawie i próbowały same układać podobne zadania.

Przyczyniła się do tego stosowana przez nas dialogowa forma zajęć. Oznaczało to, że na przemian dorosły układał zadanie, a dziecko je rozwiązywało, następnie dziecko budowało podobne zadanie, a dorosły je rozwiązywał. W ten sposób stwarzaliśmy dzieciom okazję do badania struktury zadań tekstowych i wdrażaliśmy je do samodzielnego poszukiwania sposobu rozwiązania.

Po czwarte, ponieważ przyczyny występowania u dzieci niepowodzeń w uczeniu się matematyki są bardzo złożone i wymagają skomplikowanych czynności korekcyjno-wyrównawczych, należy maksimum uwagi poświęcić profilaktyce. Jednakże problemu tego nie można rozwiązać ani poprzez wprowadzenie do szkoły łatwiejszych programów, ani też przez usuwanie

trudniejszych zadań z podręczników matematyki. Taki zabieg nie uchroni bowiem dzieci przed przeżywaniem niepowodzeń, których źródła są gdzie indziej, ani też w istotny sposób nie zmniejszy liczby dzieci, które nie potrafią opanować podstawowych pojęć i umiejętności matematycznych.

Naszym zdaniem, właściwym kierunkiem przeciwdziałania niepowodzeniom w uczeniu się matematyki jest wprowadzenie sensownych zmian w ramach wychowania przedszkolnego. Otóż, zamiast dążyć do wyuczenia dzieci „na sposób szkolny" pojęć i umiejętności matematycznych, należy zadbać o to, aby wszystkie dzieci uczęszczające do zerówki osiągnęły dojrzałość intelektualną i emocjonalną wystarczającą do uczenia się matematyki.

Warto tu przytoczyć pogląd B. Inhelder oraz J. S. Brunera ([1978], str. 693), że jest ze wszech miar korzystnie pierwsze lata edukacji dzieci poświęcić na ćwiczenie podstawowych operacji logicznych stanowiących podstawę nauczania przedmiotów przyrodniczych. Jednakże „ćwiczenie" nie oznacza tutaj podawania gotowych wzorów operacji logicznych, a następnie dążenie do tego, aby dzieci je w należyty sposób przyswoiły. Istota takiego kształcenia musi uwzględniać naturalne procesy rozumowania dzieci oraz poszanowanie dla indywidualnego tempa rozwoju. Najbliższe tej intuicji jest to, co w pedagogice określamy *nauczaniem przez odkrywanie.*

Źródłem gromadzenia doświadczeń, które stanowią podstawę do interioryzowania operacji, są serie sytuacji dydaktycznych. Stwarzają one dzieciom szansę do samodzielnego odkrycia, np. sensu operacji odwracalnych. Sytuacje te muszą być tak zaplanowane, aby dzieci w toku eksperymentowania lub konstruowania mogły konfrontować obserwowane zmiany z wykonanymi działaniami. Na tej podstawie dzieci mogą sobie stopniowo uświadamiać, że badana całość pozostanie niezmieniona niezależnie od ułożenia jej części, od zmiany jej formy lub przemieszczenia w czasie i przestrzeni. Jednakże zrozumienie tej kardynalnej dla uczenia się matematyki zasady jest połączone z trudnościami, których nauczyciele często sobie nie uświadamiają. *Zasada niezmienności nie jest dana umysłowi a priori, ani też nie stanowi wyłącznego wytworu obserwacji empirycznej. Dziecko odkrywa niezmienność w sposób, ogólnie biorąc, porównywalny z dokonywaniem odkryć naukowych* (Bruner [1978], str. 688).

Bibliografia

J. S. Bruner [1978] *Poza dostarczone informacje,* PWN, Warszawa.

M. Cackowska [1962] *Rozwijanie abstrakcji przy rozwiązywaniu zadań tekstowych,* Życie Szkoły 8.

J. Hawlicki [1954] *Metodyka rozwiązywania zadań arytmetycznych,* Warszawa.

J. Hawlicki [1971] *Rozwijanie uzdolnień matematycznych. Rozwiązywanie arytmetycznych zadań tekstowych przez uczniów klas I–IV,* Warszawa.

H. Ginsburg [1977] *Children's arithmetic. The learning process*, Van Nostrand, New York.

E. Gruszczyk-Kolczyńska [1985] *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Śląskiego nr 533, Katowice.

B. Inhelder i B. Metalon [1970] *Badania nad rozwiązywaniem problemów myślenia*, w: *Podręcznik do badań nad rozwojem dziecka*, pod red. P. H. Mussena, t. 1, Warszawa.

B. Inhelder i J. Piaget [1970] *Od logiki dziecka do logiki młodzieży*, Warszawa.

L. Jeleńska [1948] *Metodyka arytmetyki i geometrii w pierwszych latach nauczania*, Warszawa.

W. A. Krutiecki [1968] *Psichołogia matiematiczeskiech sposobnostiej szkolnikow*, Moskwa.

Z. Krygowska [1977] *Zarys dydaktyki matematyki*, Cz. I, WSiP, Warszawa.

Cz. Kupisiewicz [1973] *Podstawy dydaktyki ogólnej*, PWN, Warszawa.

A. Lewicki [1972] *Psychologia kliniczna w zarysie*, w: *Psychologia kliniczna*, pod red. A. Lewickiego, Warszawa.

H. Moroz [1972] *Problemy modernizacji początkowego nauczania matematyki*, Zeszyty Naukowe UJ, Prace Psychologiczno-Pedagogiczne, Zeszyt nr 18, Warszawa–Kraków.

T. Newcomb [1962] *Dwa typy nastawień wobec przeszkód*, w: *Zagadnienia psychologii społecznej*, pod red. A. Malewskiego, Warszawa.

P. Nowicki [1981] *Uwagi o kształceniu matematycznym w szkole masowej*, Wiadom. Mat. 23, str. 249–255.

K. Obuchowski [1982] *Kody orientacji i struktura procesów emocjonalnych*, Warszawa.

J. Piaget [1966] *Studia z psychologii dziecka*, Warszawa.

J. Piaget [1969] *Punkt widzenia Piageta*, Psychologia Wychowawcza 5.

J. Piaget [1981] *Równoważenie struktur poznawczych*, Warszawa.

J. Piaget i B. Inhelder [1967] *Operacje umysłowe i ich rozwój*, w: P. Oleron, J. Piaget, B. Inhelder, P. Greco, *Inteligencja*, Warszawa.

E. Puchalska i Z. Semadeni [1981] *Nauczanie matematyki w świetle ogólnych zasad nauczania*, w: *Nauczanie początkowe matematyki*, Podręcznik dla nauczycieli, pod red. Z. Semadeniego, WSiP, Warszawa, str. 51–71.

J. Reykowski [1966] *Osobowość a wychowanie*, Psychologia Wychowawcza 4.

L. B. Resnick i W. W. Ford [1981] *The psychology of mathematics for instruction*, Laurence Erlbaum, Hillsdale, New Jersey.

A. Szemińska [1981] *Rozwój pojęć matematycznych u dziecka*, w: *Nauczanie początkowe matematyki*, pod red. Z. Semadeniego, WSiP, Waszawa, t. 1, str. 112–251.

O. K. Tichomirow [1976] *Struktura czynności umysłowych człowieka*, Warszawa.

O. K. Tichomirow [1984] *Psichołogia myszlenija*, Moskwa.

S. Turnau [1978] *Rola podręcznika szkolnego w kształtowaniu pojęć i rozumowań matematycznych na poziomie pierwszej klasy ponadpodstawowej*, WSP, Kraków.

T. Tomaszewski [1967] *Wstęp do psychologii*, Warszawa.

M. Tyszkowa [1972] *Zachowanie się dzieci w sytuacjach trudnych*, Warszawa.

M. Tyszkowa [1978] *Sytuacyjno-poznawcza koncepcja odporności psychologicznej*, Przegląd Psychologiczny 1.

H. Whitney [1980] *Miscellanea*, Wiadom. Mat. 22 (1980), str. 316–318.

B. W. Ziegarnik [1983] *Podstawy patopsychologii klinicznej*, Warszawa.