ANDRZEJ MĄKOWSKI (Warszawa)

O terminologii algebraicznej i nie tylko

Sądzę, że jestem znany z zamiłowania do studiowania różnych przepisów. Aby podtrzymać to wyobrażenie, zacznę od uwag o normie PN-68/N-01050 „Podstawowe oznaczenia matematyczne". Sesja ta nie dotyczy symboliki matematycznej, nie będę więc omawiał ustaleń normy dotyczących oznaczeń; norma zawiera jednak nie tylko oznaczenia, ale i nazwy znaków, i w tym zakresie jej ustalenia wiążą się z tematem sesji. Jak więc norma nazywa znak $<$? — „jest mniejsze niż, znak mniejszości" (p. 3.8), zapis $5 < 1000000$ mamy zatem czytać „pięć jest mniejsze niż milion", co sugeruje, że milion jest mały, a 5 — mniejsze. Nazwą znaku $\in$ jest „znak należności" (kasowej?), nazwą zaś znaku $\Rightarrow$ jest „wynika, znak wynikania". Powinna chyba być różnica między implikacją a wynikaniem.

Norma jest bardzo niestarannie opracowana, lecz nie czas tu i miejsce, by sąd ten uzasadniać. Nic dziwnego, że matematycy normy tej na ogół nie znają i jeśli jej przestrzegają, to tylko przypadkiem. Nie dotyczy ona wprawdzie prac badawczych i monograficznych, dotyczy jednak podręczników szkolnych, w których różnie bywa z jej przestrzeganiem, np. p. 5.9 przewiduje, że AB to odcinek, punkty mają więc być oznaczone wielkimi literami (w świetle tej normy spory w tej sprawie są przeto bezprzedmiotowe), a oznaczenie $\overline{AB}$ stosowane w podręcznikach dla liceum jest niezgodne z normą.

Innego rodzaju normę, nie opatrzoną wprawdzie godłem państwowym, stanowią reguły ortografii. *Słownik ortograficzny języka polskiego* (PWN, Warszawa 1975, str. 137) normuje odmianę nazwisk włoskich zakończonych na *-li*, nakazując pomijać *i* przed końcówkami *-ego*, *-emu* i podaje przykład *Bacciarellego*, podobnie jak nauczono nas na lekcjach fizyki mówić o barometrze *Torricellego*. Powinno więc być twierdzenie *Kroneckera–Capellego*, zbiór niemierzalny *Vitalego*. Podobnie słownik podaje zasadę, że włoskie nazwiska zakończone na *-o* odmieniają się jak polskie nazwiska na *-o* z poprzedzającą spółgłoską miękką (z wyjątkiem miejscownika), tak więc *Peano*, *Peana*, *Peanowi*, *z Peanem*, *o Peanie*. Któż jednak tych zasad przestrzega? Twierdzenie jest *Kroneckera–Capelli*, zbiór — *Vitaliego*, a aksjomatyka arytmetyki — *Peano*.

Matematycy nie przestrzegają tych reguł nie przez przekorę wobec językoznawców. Po prostu reguły odmiany nazwisk są ogółowi Polaków słabo znane. Jak na przykład napisać dopełniacz od Mitrinović? Reguła jest prosta — tak jak od „kić" (*jail* po angielsku).

Dajmy spokój przepisom i przyjrzyjmy się terminologii. Ograniczę się do kilku terminów algebraicznych. Zacznę od przykładu moim zdaniem

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

bardzo udanego. Chodzi o nazwę elementu grupy ilorazowej. W języku angielskim i rosyjskim mamy odpowiednio *coset* i смежный класс — pewnego rodzaju dziwolągi. W języku polskim przyjął się termin *warstwa*. Może warto uzasadnić trafność wyboru tego terminu. Weźmy grupę addytywną $\boldsymbol{R}^3$ i podgrupę $\boldsymbol{R}^2$ (dla pedantów $\boldsymbol{R}^2 \oplus \{0\}$). Widać, że warstwy grupy względem tej podgrupy będą rzeczywiście warstwami w potocznym sensie. Przykład ten pochodzi od A. Mostowskiego. By rzecz była całkiem poglądowa, porównał on w czasie wykładu, którego słuchałem ponad 25 lat temu, rozkład $\boldsymbol{R}^3$ na warstwy do stefanki. Niestety, pojęcie warstwy pozbawione takiej ilustracji wyrodziło się. Przejrzawszy trzy podręczniki algebry, tylko w jednym (J. Browkina *Wybranych zagadnieniach algebry*) znalazłem logiczne uzasadniony zwrot „warstwa grupy względem podgrupy wyznaczona przez element". B. Gleichgewicht w *Algebrze* używa zwrotu „warstwa elementu względem podgrupy", sugerującego znajdowanie warstw w elemencie, który powinien być przecież niepodzielny. A. Białynicki-Birula, choć uczeń Mostowskiego, w swojej *Algebrze* mówi o warstwie podgrupy w grupie, co sugeruje z kolei, że warstwa jest częścią podgrupy.

Norwid pisał w wierszu *Ogólniki*:

Ponad wszystkie wasze uroki
Ty! Poezjo, i ty, wymowo,
Jeden — wiecznie będzie wysoki
* * * * * * * * * * * * * * * * *
Odpowiednie dać rzeczy — słowo!

Sądzę, że żądał za mało. Nie wystarcza odpowiednie dać rzeczy słowo — trzeba jeszcze tego słowa używać zgodnie z duchem języka i logiką.

Może warto przypomnieć, że w wydanym w 1925 r. przekładzie *Algebry* Webera używana jest kalka z niemieckiego — „przygrupa" (*Nebengruppe*), której używał jeszcze w czasie ostatniej wojny A. Mostowski, ale już w jego *Przypisie* do *Zasad algebry wyższej* W. Sierpińskiego występuje słowo „warstwa".

Inne niż w przypadku warstwy zjawisko występuje przy nazywaniu grup A_n złożonych z permutacji parzystych. Otóż A. Mostowski i M. Stark (*Algebra*, cz. III), J. Browkin, A. Białynicki-Birula i B. Gleichgewicht używają terminu „grupa alternująca", Gleichgewicht zaś używa obocznie, a Mostowski w *Przypisie* do *Zasad algebry wyższej* Sierpińskiego wyłącznie — terminu „grupa naprzemienna".

Słowo „alternująca" sugeruje, że grupa ta coś alternuje, ale czasownika tego w teorii grup się nie używa, choć w języku polskim istnieje, grupa naprzemienna może natomiast kojarzyć się studentom z grupą przemienną. Czy trzeba więc wszystko nazywać? Tak jak mówimy o przestrzeniach L^p, możemy mówić o grupach A_n — bez ich nazywania; można też powiedzieć „grupa permutacji parzystych".

Podobny zarzut postawiłbym terminowi „pierścień całkowity" używanemu przez Gleichgewichta i Opiala — czyżby pierścienie z dzielnikami zera były częściowe? Termin „dziedzina całkowitości" używany przez Białynickiego-Birulę jest kalką z angielskiego (lub niemieckiego), podobnie jak rosyjska область целостности. Niestety, nie mogę tu zaproponować żadnego dobrego terminu polskiego („pierścień bez dzielników zera" jest trochę za długi).

Inny kłopot jest z pierścieniem, w którym każdy ideał jest główny, Białynicki-Birula nazywa je *pierścieniami (dziedzinami) ideałów głównych*, co sugeruje, że elementami ich są ideały (główne), tak jak elementami pierścienia wielomianów są wielomiany. Gleichgewicht termin ten podaje jako oboczny, a jako zasadniczy — *pierścień główny*. Zauważmy, że pierścienie $R[x, y]$ i $Z[x]$, choć bardzo ważne w algebrze i teorii liczb, nie są główne, jest natomiast pierścieniem głównym $Z_{103}[x]$. Może należałoby mówić „pierścień o ideałach głównych"?

Przykładem niekonsekwencji terminologicznej jest używanie terminu „macierz diagonalna" (czynią tak Białynicki-Birula, Gleichgewicht, Mostowski–Stark), gdy równocześnie mówi się o przekątnej (a nie diagonali) macierzy.

Na zakończenie tej części uwag pragnę nawiązać do spostrzeżenia J. Mioduszewskiego. Otóż zauważył on, że obecnie coraz częściej ciąg zbieżny zaczyna *zbiegać*. Język polski lubi stronę czynną, a nawet w języku angielskim obok „sequence is convergent" używa się „sequence converges". Jeżeli język matematyki będzie rozwijać się dalej w tym kierunku, to ciąg taki otrzyma krótką, dobitną nazwę, nadawaną temu, co zbiega — „zbieg". Ciąg rozbieżny będzie wtedy oczywiście — „rozbiegiem".

Inne zagadnienie, znacznie poważniejsze, wiąże się z moją zasadniczą pracą. Prowadzę dużo zajęć na studiach dla pracujących nauczycieli. Często przypomina mi się sytuacja, opisana przez A. Słonimskiego w felietonie poświęconym teleturniejom. Pisał on tam:

— Była w Warszawie przed wojną, za koszmarnych czasów „Pikadora", taka szkoła dla niedorozwiniętych idiotów. Co roku był tam publiczny popis i specjalny inspektor egzaminował uczniów. — No, powiedz co — mówił inspektor do pierwszego ucznia. Pierwszy uczeń mówił: „gbdu". Po roku to samo się powtarzało i pierwszy uczeń znów mówił „gbdu, gbdu, gbdu". — O, już lepiej — chwalił zadowolony inspektor. (*Załatwione odmownie*, PIW, 1962, str. 35).

Podobnie brzmią odpowiedzi studentów na egzaminach. Są oni w stanie coś zapamiętać i zapewne na swój sposób zrozumieć, jednak sformułowanie myśli w sposób poprawny językowo często przekracza ich możliwości. Gdy więc za drugim czy trzecim „podejściem" usłyszy się owo „gbdu, gbdu, gbdu", z ulgą wpisuje się ocenę dostateczną. Ale czego i jak taki nauczyciel nauczy dzieci? Uważam, ze zło kiełkuje już w szkole podstawo-

wej, gdzie wymagane rozwiązanie zadania matematycznego może składać się tylko z obliczeń (przekształceń), bez śladu komentarza słownego. W ten sposób niemy nauczyciel wychowuje niemego ucznia i koło się zamyka. Trudno tu jednak będzie cokolwiek zmienić na lepsze bez rozładowania programów nauczania, które umożliwiłoby poświęcenie większej ilości czasu na indywidualną pracę z uczniami i dałoby czas na egzekwowanie poprawnych wypowiedzi.

Należałoby również w programach studiów znaleźć trochę czasu — może w ramach dydaktyki lub podstaw matematyki, a może filozofii — na omówienie zagadnień terminologii i języka matematyki.

W. Kleiner (Kraków)

O roli słowa i dobieraniu słów do roli

Słowo ma w matematyce trzy zadania. Po pierwsze, ma oznaczać jasno określoną strukturę lub jej część. Po drugie, dla tej cudownej maszyny, która matematykę tworzy czy odkrywa — dla naszego umysłu — ma być olejem, a nie piaskiem. (Kto czyta, ten wie, że na oleju można się i pośliznąć — i unika wpuszczania na maneż słów, które mogą ponieść!) Trzecim zadaniem jest przekazywanie treści innym.

Wszystkie te funkcje wiążą się nie tylko z tworzeniem matematyki. Równie, a może bardziej są one decydujące w nauczaniu, od przedszkola poprzez inżynierów i ekonomistów aż po doktorantów matematyki. Powinniśmy, myślę, dbać głównie o ten drugi aspekt — kulturotwórczy. Niewydarzona terminologia będzie uwierać mistrzów, uczniów okaleczy, a użytkowników sprowadzi na manowce.

Sprostanie pierwszemu zadaniu to rzecz definicji. Tę flankę mamy bezpieczną, choć i tu pojawiają się kłopoty — na przykład pełzanie terminów: pięknie współbrzmiący z simpleksami kompleks wspiął się nam w dalekie i wysokie regiony algebry, a simpleksom ostał się ino łańcuch ... Inne zjawisko — to rozszczepianie się treści. Czy np. rozwój i nobilitacja matematyki numerycznej nie kazałyby nazywać ciągu $1/100\,n$ *szybciej zbieżnym* niż $1/n$, a ciągu $100/n^2$ *zbieżnym silniej* albo *lepiej zbieżnym*? Mają też słowa swój zmierzch: mówi się jeszcze o *ciągłości osi liczbowej* — a to przecież nie ciągłość, tylko *spójność*, a może po prostu *zupełność* (porządkowa — ale tak mówiąc, uprawiamy grunt pod zupełność metryczną!).