ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXVII (1987)

wmptm 1897

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Listy do redakcji

Głos malkontenta, czyli jeszcze o programach matematyki *

To prawda, że dyskusji w piśmie nie można ciągnąć w nieskończoność, zawsze jednak jej zamknięcie jest czymś czysto formalnym. Piszę te uwagi w przekonaniu, że wiele ważnych zagadnień dotyczących nauczania matematyki nie zostało powiedziane, a to z tego względu, że wypowiadający się matematycy należeli do jednego obozu, obozu „postępu i nowoczesności". Można więc odnieść wrażenie, że obóz przeciwny to przede wszystkim niespecjaliści, głównie zrozpaczeni rodzice próbujący bezskutecznie pomóc swoim dzieciom.

Tak jednak nie jest: obóz „konserwy", do którego należę, zaludniony jest przez wiele osób parających się codziennie matematyką, ludźmi obeznanymi z matematycznymi pojęciami, nad którymi biedzą się nasze dzieci. Nasze obiekcje nie są więc związane z brakiem wiedzy oferowanej w szkole, lecz dotyczą kwestii merytorycznych. Spróbuję krótko przedstawić nasze stanowisko. Piszę „nasze", bowiem na podstawie mego rozeznania, na pewno niepełnego i subiektywnego, większość specjalistów ma poważne obiekcje dotyczące różnych nowych, wciąż zresztą zmieniających się (mówi się: doskonalonych) programów.

Motywacje wprowadzonych w nowych programach zmian można streścić następująco:

1. Matematyka się zmienia, a więc powinno się zmieniać program szkoły podstawowej.

2. *„Reforma była absolutną koniecznością, gdyż poprzedni program należy uznać za całkowicie przestarzały, wręcz anachroniczny, na dobrą sprawę nie zmienił się od 1905 r."* (André Lichnerowicz, cytat z artykułu M. Ostrowskiego, Polityka nr 39). Stary program *„nie uwzględniał postępu psychologii w zakresie rozwoju pojęć matematycznych u dziecka. Wiedza oparta na obliczaniu*

---

* List ten był pierwotnie przeznaczony do publikowania w Polityce, w ramach dyskusji w cyklu „Rozpacz w kratkę", ale wpłynął do redakcji Polityki już po zamknięciu tej dyskusji i nie został opublikowany.

niekończących się „słupków", na nawykach zamiast rozumieniu, zawodziła już przy rozwiązywaniu zadań tekstowych, a jako podbudowa materiału klas starszych była zupełnie nie odpowiednia". (prof. Z. Semadeni, Polityka Nr 41).

3. Opanowanie technik rachunkowych jest sprawą wtórną, nacisk powinien być położony na pojęcia, również takie, które przedtem występowały dopiero w wyższej matematyce. Tych pojęć można nauczyć, są dostępne dla ucznia, a więc trzeba ich nauczyć.

Nie jest dla nas sporne to, że matematyka szkolna musi zostać unowocześniona, nie ma już w niej miejsca np. na naukę używania tablic logarytmicznych, trzeba ograniczyć wymagania dotyczące pamięciowego opanowywania wzorów trygonometrycznych itp. Niezbędne było wprowadzenie elementów teorii prawdopodobieństwa i jest już widoczna potrzeba nauczania podstaw informatyki, posługiwania się komputerami.

Opozycja nasza dotyczy natomiast kwestii następujących: Postęp matematyki dokonuje się przede wszystkim na wyższych jej piętrach. Anachronizm starych programów nie jest aż tak przerażający, jak to przedstawiają „postępowcy". Kanon podstawowej wiedzy szkolnej matematyki pozostał bez zmiany.

Wyśmiane „liczenie słupków" nie jest tak bezsensowne, jak to przedstawia prof. Semadeni. Szkoła musi nauczyć liczyć i bez opanowania prostych technik rachunkowych nie nauczy nikogo posługiwania się komputerem. Programista musi świetnie liczyć; komputer nie zastępuje tej umiejętności, tylko ją zwielokrotnia. Moim zdaniem nic, również stosowanie „postępu psychologii w zakresie rozwoju pojęć matematycznych" nie może zastąpić tej wielkiej i niezwykle wychowawczej satysfakcji, którą daje dziecku wczesna umiejętność skutecznego rachowania i wynikające stąd możliwości udziału w dorosłym życiu.

Oczywiście zły nauczyciel „słupkoman" był zjawiskiem nierzadkim i bardzo negatywnym. Ale przy dzisiejszym programie starającym się wprowadzać w szkole podstawowej karykatury pewnych pojęć wyższej matematyki, lekcja złego nauczyciela jest nierzadko odbierana przez dzieci, również te najzdolniejsze, jako przerażający bełkot. Trudno sobie wyobrazić coś gorszego.

Podstawowa różnica dotyczy tezy sformułowanej w punkcie 3. Z tego, że można nauczyć pojęcia zbiorów i innych pojęć, nie wynika, że trzeba ich nauczyć. Zacznę od przykładów. Bardzo wcześnie, już w początkowych klasach podstawowej szkoły uczy się rozwiązywania zadań za pomocą układania i rozwiązywania równań. Metoda jest prosta, elegancka i dostępna dla dzieci. Wiedzą one, po co układa się równania. Ja wszakże jestem zadowolony, że dla mnie i moich rówieśników wybrano inną drogę: długo rozwiązywaliśmy coraz trudniejsze zadania metodą „rzemieślniczą", korzystając z własnej pomysłowości, stawiając proste pytania, które prowadziły do rozwiązania. W ten sposób uczyliśmy się myśleć *modo mathematico*. Gdy potem pokazano nam uniwersalny sposób rozwiązywania zadań za pomocą ukła-

dów równań, przeżyliśmy to – pamiętam to do dziś – jako olśnienie, jako zrozumienie, czym może być właściwa metoda matematyczna.

Innym przykładem jest wczesne – moim zdaniem przedwczesne – wprowadzenie ogólnego pojęcia funkcji. Dziecko dowiaduje się, że funkcja jest przyporządkowaniem między elementami dwóch zbiorów i przez dłuższy czas jako przykłady służą przyporządkowania między zbiorami uczniów, jabłek i gruszek. Później dopiero wprowadza się funkcję liniową i kwadratową. Przy tym rozpaczliwym ubóstwie rzeczywistych treści wprowadza się większość oznaczeń dotyczących funkcji używanych w wyższej matematyce. Dla uczniów jest to tworzenie całkowicie niepotrzebnych bytów, skądinąd słusznie w matematyce tępionych.

Funkcje są w matematyce i fizyce przede wszystkim zależnością jednych zmiennych od drugich i od tego właśnie, podobnie jak robiono to dawniej, trzeba zacząć. Potem to pojęcie można rozszerzyć i zwrócić uwagę na to, że jabłkowo-gruszkowe przyporządkowania też są funkcjami. Ale można zrobić to dopiero wtedy, kiedy uczeń opanował dostatecznie dużo przykładów interesujących funkcji.

Innym przykładem przedwczesnego wprowadzania pojęć jest bardzo wczesne oparcie nauki geometrii na wprowadzeniu odwzorowań płaszczyzny i przestrzeni. Pozornie jest to nowoczesne. Rzeczywiście, jednym z fundamentów nowoczesnej matematyki i fizyki są grupy odwzorowań. Jednak po to, żeby choć odrobinę zrozumieć, czemu to służy, trzeba posiąść dużą wiedzę geometryczną, co najmniej umożliwiającą zrozumienie sensu i potrzeby wprowadzenia pojęcia niezmiennika.

W nowym programie wprowadza się na siłę maksymalnie wiele pojęć związanych z odwzorowaniami, przy minimalnej, praktycznie nieomal zerowej wiedzy geometrycznej. Moim zdaniem prowadzi to do absurdalnej sytuacji, w której nie tylko nie wiadomo, czemu to służy, ale zadania muszą być sztucznie wymyślone.

Podobne zarzuty należy wysunąć wobec przedwczesnego wprowadzenia innych pojęć, np. pojęcia wektora czy układu współrzędnych. Wszystkie te pojęcia formalnie łatwo wprowadzić, ale bardzo, bardzo trudno pokazać czemu one służą w sytuacji, w której dziecko poza wprowadzonym pojęciem ma pusto w głowie.

Najważniejsze moje zastrzeżenie dotyczy sądu twórców nowych programów, że proponowana przez nich metoda prowadzi dzieci do głębszego rozumienia matematyki. Co to wszakże znaczy rozumieć matematykę? Moim zdaniem rozumienie to osiąga się, kiedy wie się, czemu wprowadzone pojęcia służą; kiedy jasna staje się niezbędność wprowadzonych pojęć, naturalność dowodzonych twierdzeń. Ta droga, w lepszym lub gorszym wykonaniu, była typowa dla „starszych" programów.

Teraz wprowadza się pojęcia, których nie ma do czego stosować. W rezultacie matematyka w oczach ucznia wygląda na jakąś grę, której reguł

można się nauczyć. Czasem nawet, jeśli trafi się dobry nauczyciel (niestety, dość rzadko), te gry są zabawne. Ale grając w nią, można wygrać tylko dobry stopień, a przegrana to dwójka. Rozumienie matematyki polega na tym, że jej reguły są k o n i e c z n o ś c i ą, nie zaś k o n w e n c j ą.

Z tego wszystkiego wynika jeszcze jedna, kardynalna przy słabościach naszej szkoły, wada nowego programu. Z procesu dydaktycznego usuwa się olbrzymią część rodziców, nawet tych, którzy uczyli się według nowego programu, bowiem materiał, który „do niczego nie służy", zapomina się szybko i radykalnie.

Marek Burnat

*

Jakkolwiek wyrażone powyżej poglądy prof. Burnata są zbieżne z moimi, muszę sprostować pewne nieporozumienia. Cytowanego powyżej mego zdania o „słupkach" nie należy interpretować jako kwestionowanie czy niedocenianie przeze mnie potrzeby nauczania rachunków w szkole. Chodziło mi o krytykę pewnej filozofii nauczania i opartej na niej praktyki polegającej na wytwarzaniu nawyków poprzez wielokrotne powtarzanie tego samego lub bardzo podobnego obliczenia, dokonywanego zawsze w ten sam, wyuczony sposób. Owe słupki, tj. pionowe ciągi zadań typu $59+7=\ldots$, $89+7=\ldots$, $69+8=\ldots$ same w sobie nie są bezsensowne. Kwestionowane było natomiast od wielu lat ich nadużywanie, czynienie z nich głównego filaru nauczania arytmetyki.

Przekonującą krytykę tradycyjnych metod dydaktycznych, popartą wieloma przykładami podał Hans Aebli w 1951 r.([1]). Pisał on: *W wielu klasach można mianowicie stwierdzić, że takie czy inne (...) nawet cały zbiór operacji arytmetycznych czy geometrycznych — przedstawiane są i egzekwowane ciągle w jednej i tej samej postaci. Są one wyrażane zawsze za pomocą tych samych formuł słownych i zawsze formułom tym towarzyszą te same ilustracje (...) Jakiż cel przyświeca takiemu postępowaniu? Odcisnąć w umyśle dziecka to, co można by nazwać „matrycą intelektualną"* [sztywne nawyki myślowe], *co do której panuje przekonanie, że będzie ona tym trwalsza, im częściej będzie się ją podawać uczniom w tej samej, identycznej postaci (...) Nawyki, które odnoszą się do posługiwania się symbolami, do działań na tych symbolach, tworzą stereotypowe i sztywne sposoby postępowania. (...) Jakie są rezultaty takiego nauczania? Z dziećmi zdolnymi dochodzi się zwykle do wytkniętego celu, jednakże w odniesieniu do uczniów przeciętnych i słabszych szereg porażek ucznia można przypisać tej właśnie metodzie nauczania.*

([1]) H. Aebli, *Dydaktyka psychologiczna*, PWN, wyd. 2, Warszawa 1982. Cytowane fragmenty pochodzą ze stronic 29–31 i 96–97.

Chciałbym podkreślić, że winą za nadużywanie słupków nie należy obarczać wyłącznie nauczyciela („słupkomana"). Jak to wyjaśnia Aebli, za tym krył się pewien system oparty na niewłaściwych podstawach psychologicznych.

W Polsce, na przykład, nauczyciel mógł dowiedzieć się z autorytatywnych źródeł, że uczniowi nie należy zezwolić na dodawanie liczb typu $48+25$ ani w sposób $48+25=40+20+8+5=60+13=73$, ani np. w sposób $48+25=48+5+20=53+20=73$, ale jedynie w sposób $48+25=48+20+5=68+5=73$. Uzasadniano to tym, że gdyby na jednych lekcjach uczniowie dodawali w jeden sposób, a potem w jakiś inny sposób, to by się im to myliło.

Nigdy nie kwestionowałem tego, że „szkoła musi nauczyć liczyć". Chodzi o to, jak się to liczenie odbywa. Moje poglądy oddaje następujący cytat ([2]): *Nie tylko technika rachunkowa (rozumiana jako sprawność w wykonywaniu działań arytmetycznych na zadanych liczbach) decyduje o tym, czy uczeń daje sobie radę z rachunkami. Podstawowe znaczenie ma to, czy uczeń wie, kiedy jakie działanie trzeba zastosować w konkretnej sytuacji. Człowiek rozumiejący sens operacji arytmetycznych liczy bardziej świadomie i popełnia mniej błędów.* (...) *Dotychczas zbyt często zdarzało się, że od ucznia najpierw wymagano mechanicznego opanowania rachunku, a dopiero później bezskutecznie próbowano doprowadzić go do rozumienia pojęć.* (...) *Nowy program nie postuluje ani wyłącznie sprawnego rachowania (jak to robił uprzedni), ani też wyłącznie rozumienia pojęć i własności działań (jak to niektórzy mylnie interpretują), lecz sprawne rachowanie oparte na właściwym rozumieniu pojęć.* (...) *Trzeba sobie jednak zdać sprawę z tego, że pomimo potencjalnych korzyści, jakie daje nowy program, istnieje niebezpieczeństwo obniżenia sprawności rachunkowej uczniów. Może się tak stać w przypadku nauczania według nowego programu, lecz starymi metodami oraz w przypadku nauczania zbyt formalnego, nie dostosowanego do możliwości dzieci, a w szczególności przedwczesnego dążenia do uściślenia pojęć.*

Jeszcze jedna uwaga. W powyższym liście, w punkcie 2, dwukrotnie w kolejnych zdaniach wymienione jest tam słowo „program", co może wywrzeć wrażenie, że chodzi o ten sam program. W rzeczywistości André Lichnerowicz miał na myśli program liceum (i to francuski), natomiast ja – program najniższych klas szkoły podstawowej (a więc okres owych słupków). Programy te są ze sobą nieporównywalne. Co więcej, aktualne polskie programy: dla klas I–III i dla klas IV–VIII były opracowane przez różne (niemal rozłączne) zespoły osób, istotnie różne są też koncepcje tych programów.

Zbigniew Semadeni

([2]) E. Puchalska i Z. Semadeni, *Kontrowersje wokół techniki rachunkowej*, w książce: *Nauczanie początkowe matematyki*, tom I, WSiP Warszawa 1981, str. 46–49.