ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXVII (1987)

wmptm 1897

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Zadania

Wszelką korespondencję dotyczącą zadań (nowe zadania, rozwiązania zadań itp.) należy kierować pod adresem: Michał Krych, Instytut Matematyki Uniwersytetu Warszawskiego, Pałac Kultury i Nauki, IX piętro, 00-901 Warszawa. Ciekawsze rozwiązania będą publikowane. Gwiazdką są oznaczone zadania, których rozwiązanie nie jest znane redakcji.

288*. Znaleźć wszystkie typy wielościanów wypukłych, w których liczba ścian jest równa liczbie wierzchołków.

W. Mnich (Opole)

289. Czy istnieje nie zawarty w prostej, właściwy, niepusty podzbiór płaszczyzny taki, że każda prosta wyznaczona przez dwa punkty tego zbioru jest jego osią symetrii?

W. Mnich (Opole)

290*. Niech S będzie sześcianem o krawędzi 3.

(a) Czy S można przedstawić w postaci sumy odcinków o długości 2, których wnętrza są parami rozłączne?

(b) Czy S można przedstawić w postaci sumy odcinków o długości 2, których wnętrza są parami rozłączne i z których każdy jest równoległy do jednej z krawędzi?

(c) Czy istnieje mierzalna rodzina $\mathscr{R}$ złożona z odcinków długości 2 o wnętrzach parami rozłącznych, której sumą jest S?

Mówimy, że rodzina $\mathscr{R}$ jest mierzalna, dokładniej: jest mierzalnym rozbiciem S modulo 0, wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje zbiór M miary 0 taki, że: $\mathscr{R}$ jest pokryciem $S \setminus M$; jeżeli R_1, R_2 są różnymi elementami $\mathscr{R}$, to $R_1 \cap R_2 \cap (S \setminus M) = \emptyset$; rodzina $\mathscr{R}$ składa się ze zbiorów mierzalnych oraz istnieje przeliczalna rodzina $\mathscr{A}$ (zwana bazą rodziny $\mathscr{R}$) złożona ze zbiorów należących do najmniejszego przeliczalnie addytywnego ciała zawierającego $\mathscr{R}$ taka, że jeżeli R_1, R_2 są różnymi elementami $\mathscr{R}$, to istnieje $A \in \mathscr{A}$ takie, że jeden ze zbiorów $R_1 \cap (S \setminus M)$, $R_2 \cap (S \setminus M)$ jest w nim zawarty, a drugi nie. Zob. I. P. Kornfeld, I. G. Sinaj, S. W. Fomin, *Ergodiczeskaja teorija*, Moskwa, Nauka 1980, str. 358.

M. Misiurewicz (Warszawa)

291. Niech U oznacza koło otwarte o środku 0 i promieniu 1, $H(U)$ rodzinę wszystkich funkcji holomorficznych w U.

Dowieść, że

(a) nie istnieje funkcja $f \in H(U)$ taka, że $\lim_{|z|\to 1} |f(z)| = \infty$;

(b) jeżeli $f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} 5^k z^{(2k)!}$, to $f \in H(U)$ oraz

$$(*) \qquad \limsup_{r\to 1} \inf_{|z|=r} |f(z)| = \infty;$$

(c) jeżeli $f \in H(U)$ i jest spełniona równość (*), to f przyjmuje każdą wartość zespoloną nieskończenie wiele razy.

Zadanie z zawodów matematycznych dla studentów w Czechosłowacji (MSV 1982)

292. Niech f będzie funkcją holomorficzną w dziedzinie $G \subset C$. Niech $M_f = \{z \in G: \exists\, n, f^{(n)}(z) = 0\}$ oznacza zbiór tych wszystkich punktów zbioru G, w których zeruje się pewna pochodna funkcji f.

(a) Dowieść, że jeżeli M_f zawiera punkt wewnętrzny i zbiór G jest spójny, to f jest wielomianem.

(b) Dowieść, że jeżeli G jest kołem otwartym, to istnieje funkcja f, dla której M_f jest gęsty w G i różny od G.

Zadanie z zawodów matematycznych dla studentów w Czechosłowacji (MSV 1985)

Krótkie informacje

Z okazji rozpoczęcia III Kongresu Nauki Polskiej profesorowie Władysław Orlicz i Kazimierz Urbanik odznaczeni zostali Krzyżem Komandorskim z Gwiazdą Orderu Odrodzenia Polski, a prof. Stanisław Łojasiewicz – Krzyżem Oficerskim.

*

Jury Medalu im. Wacława Sierpińskiego przyznało to wyróżnienie za rok 1986 profesorowi Jerzemu Łosiowi. Laureat wygłosił w dniu 14 marca 1986 r. wykład im. Wacława Sierpińskiego pt. *Grafy, modele i funkcje addytywne.*

*

Laureatami nagród Polskiego Towarzystwa Matematycznego za rok 1985 zostali Kazimierz Alster (nagroda im. S. Mazurkiewicza), Wojciech Banaszczak (nagroda im. S. Banacha), Anna Kamińska (nagroda im. T.