ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXVIII (1988)

wmptm 1897

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Zadania

Wszelką korespondencję dotyczącą zadań (nowe zadania, rozwiązania zadań itp.) należy kierować pod adresem: Michał Krych, Instytut Matematyki Uniwersytetu Warszawskiego, Pałac Kultury i Nauki, IX piętro, 00-901 Warszawa. Ciekawsze rozwiązania będą publikowane. Gwiazdką są oznaczone zadania, których rozwiązanie nie jest znane redakcji. Niektóre zadania publikowane w tym dziale mogły być znane dawniej, jednak ani autorowi, ani redakcji, nic o tym nie wiadomo.

293. Niech f będzie funkcją rzeczywistą klasy C^3 określoną na pewnym przedziale otwartym zawierającym 0, przy czym

$$f(0) = f'(0) = 0 < f''(0).$$

Niech

$$g(x) = \left(\frac{\sqrt{f(x)}}{f'(x)}\right)' \quad \text{dla } x \neq 0,\ g(0) = 0.$$

Dowieść, że funkcja g jest ograniczona w pewnym otoczeniu 0. Rozstrzygnąć, czy twierdzenie jest prawdziwe dla funkcji klasy C^2.

M. Misiurewicz (Warszawa)

294. Podać przykład miary borelowskiej, bezatomowej, półskończonej (σ-skończonej) na przedziale (0, 1) takiej, że jedyną funkcją ciągłą całkowalną względem tej miary jest funkcja zerowa.

M. Krych (Warszawa)

295. Niech $f\colon [0, 2\pi] \to [0, 1]$ będzie funkcją całkowalną w sensie Riemanna i niech

$$a = \int_0^{2\pi} f(t)\sin t\,dt, \qquad b = \int_0^{2\pi} f(t)\cos t\,dt.$$

Dowieść, że $a^2 + b^2 \leqslant 4$.

Zadanie z zawodów matematycznych dla studentów w Czechosłowacji (MSV 1986)