A. W. Archangielski, W. I. Ponomariow, *Podstawy topologii ogólnej w zadaniach*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986, str. 456; z rosyjskiego tłumaczył Teodor C. Przymusiński; nakład 2850+150 egz., cena 400.– zł; ISBN 83-01-02885-8.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Tytuł książki sugeruje, że jest ona zbiorem zadań. Ale to tytuł tłumaczenia polskiego. Tytuł oryginału brzmi *Osnowy obszczej topołogii w zadaczach i uprażnienijach*. Słowo „zadacza" można tłumaczyć jako „zadanie". Ale nie zawsze, bywa, że trzeba tłumaczyć jako „zagadnienie". Ta uwaga pod adresem tłumaczenia nie będzie niestety ostatnią.

Autorzy, znakomici przedstawiciele moskiewskiej szkoły topologii, podjęli się przedstawienia – dając czytelnikowi możliwość wypróbowania własnych sił – współczesnej problematyki topologii ogólnej. Zaczynają od elementarza. Ale istotną treścią ich książki jest dorobek kilku dziesięcioleci szkoły moskiewskiej i tego, co wokół problematyki tej szkoły powstało gdzie indziej. Jeśli już z czymś porównywać, to z *Handbook of set-theoretic topology*, dziełem szkoły amerykańskiej. Porównanie takie byłoby jednak trudne wobec dziesięcioletniej różnicy w czasie; *Podstawy* wyszły w 1973 r., a *Handbook* w 1984 r. Ani druga nie jest podręcznikiem, ani pierwsza zbiorem zadań.

Przedmowę do książki napisał P. S. Aleksandrow, twórca moskiewskiej szkoły topologii. Jego zdaniem, autorzy wywiązali się z zadania, jakie sobie postawili. Ale dodaje on: *wybrany przez nich oryginalny (w ostatnim czasie stający się już niestety także modnym) sposób wykładu – w „zadaniach i ćwiczeniach" – moim zdaniem, nie tyle pomaga, ile raczej przeszkadza im w osiągnięciu postawionego celu.*

To zdanie jednego z twórców topologii niech będzie nicią przewodnią recenzji.

Zbiory zadań – z algebry szkolnej, trygonometrii, zadań na konstrukcje geometryczne – wydają się nieraz ważniejsze od systematycznych kursów tych przedmiotów. W przypadku analizy matematycznej jest to mniej oczywiste, bowiem ranga pojęć rośnie. Jednakże zadania z analizy pozostają nadal sztuką samą dla siebie. Sprawdzić to można zapewne na wielu zbiorach zadań, ale wystarczy wspomnieć, że w klasycznej książce *Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis* Polya i Szegö nie dali wskazówek do zadań lub są one skąpe. Wskazówką bywa miejsce zadania wśród innych. Wstępy do rozdziałów są u nich zbędne, bo zadania i twierdzenia dotyczą pojęć znanych. Dają oni odpowiedzi – taka jest konwencja zbiorów zadań – ale są zwięzłe. Autorzy nie rozwiązują zadań za czytelnika. Nie zapominajmy wszakże, że jesteśmy w zakresie analizy matematycznej: całek, residuów, szeregów, etc.

Topologia ogólna – nazywana także mnogościową – a także cała teoria mnogości, ma zasadniczo inny charakter. Jej celem jest dawanie ogólniejszego rozumienia i wspólnych ujęć dla rozlicznych szczegółowych faktów z innych dyscyplin matematycznych. Słowa „weź", „podstaw", „sprawdź" i inne podobne brzmią w niej obco, bo jak ćwiczyć coś, co ma być raczej przedmiotem kontemplacji niż rachunku. Filozoficzno-kontemplacyjny rodowód kierunku mnogościowego w matematyce nie ulega wątpliwości i daje się udokumentować. Jego źródła tkwią u Zenona i Arystotelesa oraz w filozofii scholastycznej czternastego stulecia. Jest jedynie dlatego nieznany, że matematycy niechętnie przyznają się do tego rodowodu.

Nie znajdujemy więc zadań u Hausdorffa, Sierpińskiego, Aleksandrowa i Kuratowskiego. Pojawiają się później u Bourbakiego i Kelleya, ale mają tam charakter uzupełnień, komentarzy i ciekawostek. Zachęciło to późniejszych autorów do umieszczania w zadaniach coraz większych partii materiału. W książce Spaniera *Algebraic topology* dochodzi do tego, że twierdzenie Brouwera o topologicznym charakterze wymiaru euklidesowego, leżące u podstaw tego kierunku topologii, jest zamieszczone jako drobne ćwiczenie petitem.

Mimo to, w ciągu bez mała stulecia rozwoju, również i topologia ogólna nabrała w pewnych zakresach cech dyscypliny szczegółowej, gdzie chwyty dowodowe mogą być ćwiczone i gdzie jest wiele ciekawych obiek-

tów indywidualnych. Osobną książkę poświęcili tzw. „kontrprzykładom" L. A. Steen i J. A. Seebach (*Counterexamples in topology*, Springer, 1978, II wydanie). Recenzowana książka zawiera ich chyba nie mniej, ale nie stanowią one w niej odrębnego tematu. Jest to może zrozumiałe, bo to wyodrębnienie jest nieco sztuczne, ale także i szkoda, bo rzeczy proste wikła się przez to nieraz w materiał po prostu ciężki, gdzie wszystko musi być nazwane i oznaczone zgodnie z wymaganiami jakiejś teorii nadrzędnej, która dla zrozumienia tego właśnie szczegółu jest nieważna.

Jeśli w zbiorze ciągów o wartościach w ustalonym zbiorze przyjąć za odległość dwu ciągów odwrotność wskaźnika, na którym te ciągi zaczynają się różnić, to dostaje się przestrzeń metryczną, w której każdy punkt kuli jest jej środkiem, kule są zawsze ze sobą rozłączne bądź zawarte jedna w drugiej, a trójkąty mogą być tylko równoramienne z podstawą nie dłuższą niż ramię; metryka ta jest zawsze zupełna, a ... Nie musi się kończyć tego zadania, bo jest dobrze znane i zresztą nietrudne. Sztuką dla sztuki jest formułowanie tego zadania bez symboli, ale autorzy popadają w inną skrajność: wprowadzają ich kilkanaście — wskaźniki się piętrzą — a kulę nazywają przedziałem Baire'a.

A oto przykład innego zadania — trudnego. Zbiór punktów stałych odwzorowania ciągłego jednokrotnego przestrzeni zwartej i ekstremalnie niespójnej w siebie jest otwarty. Twierdzenie to stanowi esencję twierdzenia o niejednorodności przestrzeni $\beta N - N$. Jest w tej formie nawet bardzo trudne, ale można je rozbić na części — autorzy to robią — i wtedy staje się zadaniem.

Nie jest natomiast zadaniem polecenie podania dowodu twierdzenia: „*Niech* X_0 *będzie* T_0*-przestrzenią, a* $P = \{U_n : n \in N\}$ *gwiaździście monotonicznym i punktowo miałkim ciągiem jej pokryć otwartych. Dla* $x, y \in X_0$ *przyjmijmy* $n(x, y) = \min\{...$" — no, ale może dajmy spokój. Wzór, którego nie skończyliśmy, służy do określenia metryki; należy dowieść siedmiu własności pewnej funkcji, stanowiących razem tezę twierdzenia metryzacyjnego. Szczegółowość sformułowania odbiera czytelnikowi wszelką satysfakcję z rozwiązania, które zamienia się w czystą pracę (autorom zajmuje stronicę druku). Wydaje się, że to twierdzenie nie tylko nie jest zadaniem, ale i nie może być przekształcone w zadanie, a jeśli już może, to jakimś dużym wysiłkiem.

Zacytowany fragment niech spełni jeszcze jedną rolę. Chodzi o tłumaczenie. Co to jest „T_0-przestrzeń"? Dlaczego tak się pisze? Bo przecież nikt tak nie mówi, bo to nawet niewygodne. Rosyjskie *izmielczajuszczajasia posledowatielnost'* jest nie tylko poprawne, ale i ładne, czego nie można powiedzieć o „miałkim ciągu". A do tego porządek, w jakim w zadaniach polskich pojawiają się rzeczownik i przymiotnik — chociaż bywa rozmaity — rządzi się pewnymi regułami. Tłumaczenie je ignoruje. Pełno więc w tekście „zwartych przestrzeni", „ciągłych funkcji", „przeliczalnych zbiorów" etc., etc. Ale zdarza się spotkać „przestrzeń metryzowalną".

Żeby krótko, ale ilustrując rozmiar zjawiska, ująć pretensje do tłumaczenia, wyliczmy: ciasność (przestrzeni), promień (w znaczeniu odcinka początkowego zbioru uporządkowanego), opierzenie (jednej przestrzeni w drugiej), indukcja topologii (co prawda jedynie w skorowidzu nazw — ale czy to lepiej, czy gorzej?), włożenie (zamiast zanurzenie) i włożenie naturalne; jest poza tym ciąg, który zbiega jednostajnie, kopia zbioru (a nie egzemplarz), teorio-mnogościowy — ale to już zbyt rozpowszechnione — zamiast prostego: mnogościowy, standardowy (zamiast zwykły) etc., etc. Pomińmy natomiast „przestrzeń naczelną", bo to pomyłka.

Jest sporo odstępstw od tekstu oryginału. Nie zawsze są udane. Oto mamy tu „stałą Lebesgue'a". Co to za stała? Taką samą stałą jest δ dobierane codziennie przez matematyków do danego ε. Autorzy piszą zgodnie z tradycją: *liczba Lebesgue'a pokrycia.*

Na wewnętrznej stronie karty tytułowej czytamy: *Do ... rozumienia książki wymagane są jedynie podstawowe wiadomości z analizy matematycznej i geometrii analitycznej.* Otóż nie. Jeśliby tak było, to na pytanie o to, czy z $\alpha < \beta$ wynika $2^\alpha < 2^\beta$, odpowiedź byłaby gotowa. Tymczasem czytelnik odesłany jest po odpowiedź do Cohena. Ta analiza matematyczna i geometria analityczna pojawiają się jedynie w tłumaczeniu, bo wydawcy oryginału piszą, że książka nie wymaga specjalnego przygotowania. To być może.

Brak wierności w tłumaczeniu daje się odczuć i w tych miejscach, gdzie tekst wychodzi poza matematykę i pojawiają się przymiotniki wartościujące. W przedmowie P. S. Aleksandrow wspomina o książce Kelleya (wydanej niedawno, bo w 1955 roku) *no ustariewszej bolsze cziem upomnianutyje klassiczeskije soczinienija* (Hausdorffa i Kuratowskiego). Jest to wyrzut, ale łagodny (oj, postarzał się ten Kelley ...). Po polsku zaś czytamy: „ale bardziej przestarzałej niż ...". „Przestarzały" — to słowo wyraźnie umniejszające, ale tłumaczenie jakby nie dostrzega i tego, że to umniejszenie działa w obie strony. To są subtelności — ktoś powie. Ale to jest również PWN, i to zobowiązuje.

W tłumaczeniu polskim dodano nowe pozycje bibliograficzne. Ale nie oddzielono ich w spisie — naruszając zwyczaj — od pozycji cytowanych w oryginale. Przypisy są często niekorzystne dla autorów. Jeśli bowiem jakieś rozwiązanie stało się znane już po wyjściu książki po rosyjsku, to czy nie należało napisać „Teraz wiadomo, że ..." a nie „Wiadomo, że ..."? Również drobne pomyłki autorów mogłyby być prostowane bez sygnalizowania zmian.

W jednym z dodanych w tłumaczeniu przypisów jest błąd. W podanej pracy na str. 116, wskazanej przez tłumacza, nie ma cytowanych przykładów. Recenzent upewnił się, że nie ma ich w żadnej z prac cytowanego autora.

Zapewne można by znaleźć modyfikacje trafne. Rolą recenzenta jest jednak mieć pecha w tego rodzaju poszukiwaniach. Oto tekst polski: „... *przestrzeń spełnia warunek* T_1, ... *jeśli dla każdych dwu różnych* (! — *ten wykrzyknik nie zaszkodzi*) *punktów* x *i* y *tej przestrzeni istnieje otoczenie punktu* y *nie zawierające punktu* x". A co z punktem x? — chciałoby się zakrzyknąć. Ale tu przychodzi w sukurs tłumaczeniu logika formalna: rola x i y jest w tym zdaniu równorzędna, więc o punkt x zadba właśnie ta logika. Czyżbyśmy więc przyznali tłumaczeniu rację? Nie. Bo zdanie można wypowiedzieć bez tej zawiłości „... jeśli dla dowolnych dwu punktów tej przestrzeni każdy z nich ma otoczenie, do którego nie należy pozostały". Tak zresztą — mniej więcej — piszą autorzy. Do zakresu swoistej logiki należy również zawartość następującej uwagi wobec autorów: „... *definicja Q-ciężaru jest błędna*".

Książkę pisali jednak autorzy. Uznają oni za zaletę to, co inni przeważnie uznają za wadę. Pozwalają sobie na wielką swobodę w układzie materiału. Nie oddzielają twierdzeń łatwych od trudnych. Zamieszczają zadania prowokacyjnie trywialne obok zadań nie do rozwiązania. Jest to tendencja świadomie antydydaktyczna — wręcz anarchizująca[1]).

„*Nigdzie nie poruszamy historii danego zagadnienia, nie podajemy poza niewieloma wyjątkami, kto pierwszy* ..." Jaka jest reguła rządząca tymi wyjątkami — autorzy nie piszą. Swoje credo na temat tej swobody dla siebie wygłaszają w słowie „*Do Czytelnika*". Stawiają na czytelnika aktywnego, który sprosta żywiołowości autorów: „*pragniemy, ażeby Czytelnik znajdował swoje własne metody rozwiązywania szczególnie najtrudniejszych zadań i żeby w ten sposób rozwijał swoje zdolności twórcze, co bez wątpienia* ..." I jakby na przekór temu podają rozwiązania aż nazbyt szczegółowo.

Ale mimo to jedynie czytelnik lubiący żywiołowość będzie tym, który przede wszystkim odniesie korzyści ze studiowania książki Archangielskiego i Ponomariowa. Nie zrażając się drobiazgami — o których było tak wiele — dotrze do naprawdę trudnych i aktualnych problemów topologii mnogościowej, zarówno takich, które są problemami dla siebie, jak i takich, których znajomość pomoże mu w studiowaniu innych dyscyplin matematycznych. Od recenzenta tylko jedna rada: przeczytać przedtem jednak tego staromodnego Kelleya, wydanego jeszcze raz niedawno (1981) po rosyjsku z posłowiem napisanym przez jednego z autorów recenzowanej książki.

Jerzy Mioduszewski

([1]) Inną tendencję prezentuje Edwin E. Moise w *Introductory problem courses in topology and analysis*, Springer, Universitext, 1982. Cechą tej książki jest dydaktyczność, a celem kurs podstawowy analizy i topologii, i dlatego nie porównuję jej z recenzowaną tu książką, mimo że jest zbliżona tytułem.