Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

ale wbrew zapowiedzi z przedmowy, czytelnik nie znajduje tu zbyt wielu przykładów zastosowania teorii do budowy modeli probabilistycznych przydatnych w telekomunikacji, automatyce, informatyce, elektronice i innych działach techniki. Dla ilustracji podam, że w ważnym rozdziale 5, na 32 zamieszczone przykłady, tylko 4 dotyczą zastosowań, a jedynie przykład 5.5 o energii wiązki laserowej przechodzącej przez kryształ NaCl spełnia oczekiwania czytelnika.

Opracowanie graficzne książki, autorstwa Tadeusza Pietrzyka, imponuje. Książka zawiera aż 244 rysunki!

Nieporozumieniem wydaje się dwutorowy sposób przedstawienia materiału. Nurt główny, zawierający podstawowy materiał, wyłożony jest tu metodą „łopatologiczną". Za przykład może służyć cytat ze str. 93: *Warunek mierzalności jest słaby z punktu widzenia zastosowań i można bez obawy zakładać, że każda wynikająca z problemów praktycznych funkcja określona na zbiorze zdarzeń elementarnych jest zmienną losową.*

Natomiast zagadnienia trudniejszego nurtu uzupełniającego są tłumaczone bardzo lapidarnie. Np. na str. 101 czytamy: *Widzimy, że definicja procesu stochastycznego z czasem dyskretnym jest niemal identyczna z definicją zmiennej losowej, a różnica polega na zamianie zbioru wartości funkcji. Wiele pojęć, które wprowadzamy dla zmiennej losowej, przenosi się bez zmian na „uogólnione" zmienne losowe, choć proces stochastyczny z czasem dyskretnym, ze względu na bardziej złożoną strukturę przeciwdziedziny, ma specyficzne własności, których tu rozważać nie będziemy (patrz np.* [18], [28], [5], [9]).

Autor adresuje swoją książkę zarówno do czytelnika „zainteresowanego głębiej teorią prawdopodobieństwa", jak i tego z „brakami w wykształceniu matematycznym". (Wątpię tylko, czy tacy są na wydziałach elektroniki.) To dla tych drugich jest nurt podstawowy, zajmujący około 70% tekstu. Co natomiast znajduje czytelnik z pierwszej grupy? Nurt uzupełniający drukowany mniejszą czcionką zawiera sporo elementarnych dowodów, np. o σ-ciałach w rozdziale 1 i o wartościach oczekiwanych w rozdziale 3. Dalej, informację o procesach stochastycznych w rozdziale 2 oraz podstawowe twierdzenia z teorii miary i teorii prawdopodobieństwa. Podane są one na ogół bez dowodów i bez próby komentarza, ale za to z odsyłaczem do mało dostępnej książki M. Loeve'a *Probability Theory*, Princeton, Van Nostrand, 1963.

Wadą dydaktyczną podręcznika jest brak powiązania rachunku prawdopodobieństwa ze statystyką matematyczną. Autor pisze jedynie na str. 467, że statystyka stanowi podstawowe narzędzie pracy inżyniera i badacza. Również książka nie wyjaśnia właściwie kluczowej roli twierdzeń granicznych. Ba, autor poświęca im tylko 34 strony tekstu, co stanowi zaledwie 6,2% całej książki!

Ten za obszerny w stosunku do swojej treści podręcznik nie ma zdecydowanej koncepcji. Odnosi się wrażenie, że autor chciał równocześnie napisać podręcznik elementarny, monografię i poradnik metodyczny. (Umieścił w tekście aż 288 kompletnie rozwiązanych przykładów!) To niemożliwe do zrealizowania zadanie nie mogło się oczywiście udać. Szkoda, że nie zauważył tego ani recenzent, ani Komitet Redakcyjny serii wydawniczej *Podręczniki Akademickie Elektronika – Informatyka – Telekomunikacja*. Poza tym myślę, że stare powiedzenie *non multa, sed multum* ciągle obowiązuje w podręcznikach matematycznych, nawet tych dla wydziałów elektroniki.

Aleksander Weron

A. M. Gleason, R. E. Greenwood, L. M. Kelly, *The William Lowell Putnam Mathematical Competitions, Problems and Solutions: 1938–1964*, The Mathematical Association of America, 1980, str. xi+652, ISBN 0-88385-428-7.

Książka wydana przez *The Mathematical Association of America* (MAA), stowarzyszenie wykładowców amerykańskich i kanadyjskich *colleges*, zawiera zadania z zawodów Putnama. Zawody te organizowane są corocznie w USA lub w Kanadzie. Uczestni-

czą w nich studenci amerykańscy i kanadyjscy, tak zwani *undergraduates*.

Kilka słów o historii zawodów. Powstały one z inicjatywy Williama Lowella Putnama, związanego ze słynnym uniwersytetem Harvarda. Dzięki funduszom zapisanym w testamencie rodziny Putnam, zawody organizowane są do dzisiaj. Pierwsze odbyły się w 1928 roku; rywalizowały wówczas drużyny Harvardu i Yale. W obecnej formie (trzyosobowe drużyny walczą w konkurencji drużynowej, prowadzi się też klasyfikację indywidualną) rozgrywa się je od 1938 roku (z wyjątkiem lat 1943–45). Jednemu wytypowanemu laureatowi konkursu indywidualnego przyznaje się stypendium w Uniwersytecie Harwarda. Laureatami konkursu Putnama byli m. in. J. Milnor, D. Mumford, D. Quillen.

Niniejsza książka składa się z następujących części: Wstęp. Teksty zadań. Rozwiązania. Artykuły z *The American Mathematical Monthly* o zawodach Putnama, napisane przez: G. Birkhoffa, L. E. Busha, L. J. Mordella, L. M. Kelly'ego. Można ją uznać za zbiór zadań (348 problemów), przy czym zbiór to dość niezwykły, otrzymaliśmy bowiem pozycję pięknie wydaną (dedykowana jest uczestnikom zawodów), z bardzo starannie opracowanymi rozwiązaniami i przypisami. Do wielu zadań podano po kilka rozwiązań (pierwsze rozwiązanie odpowiednie do poziomu uczestników, w następnych używa się bardziej zaawansowanych metod).

Chciałbym podkreślić, że sporo zadań w recenzowanej pozycji to proste problemy wymagające – obok znajomości elementarnych definicji – przede wszystkim dużej sprawności rachunkowej (dotyczy to zwłaszcza zadań z rachunku różniczkowego i całkowego oraz geometrii analitycznej). Słowo *proste* nie musi oznaczać, że coś jest równocześnie *łatwe*. Ale są tutaj zadania do rozwiązywania, odpowiednie dla studentów; na szczęście komisja przygotowująca problemy na zawody Putnama nie dopuszcza do znęcania się nad studentami stawianiem zadań w rodzaju: „Udowodnij zasadnicze twierdzenie algebry".

Zadania z zawodów Putnama dostosowane są do programów pierwszych lat studiów matematycznych uczelni amerykańskich i kanadyjskich. W książce większość stanowią zadania z rachunku różniczkowego i całkowego (*calculus*), elementarnych równań różniczkowych, algebry wyższej (wyznaczniki i teoria równań) i geometrii (planimetria i geometria analityczna). Można w niej znaleźć zadania z teorii liczb, kombinatoryki, teorii grafów, teorii mnogości, rachunku prawdopodobieństwa.

Nie ulega wątpliwości, że poziom amerykańskiej matematyki jest niezwykle wysoki. Myślę, że składa się na to również przywiązywanie dużej wagi do działalności edytorskiej (szybko wydawane monografie, świetne podręczniki, zbiory zadań, wspaniałe pisma popularyzujące matematykę takie jak *The American Mathematical Monthly*, *Mathematics Magazine*). Przykładem tej działalności jest recenzowana książka. Z całą pewnością bardzo szeroki krąg czytelników (uczniowie szkół średnich, studenci, matematycy, miłośnicy matematyki) znajdzie w niej wiele ciekawych informacji i zadań.

Z nadzieją na tak pięknie wydawane książki i u nas chciałbym zakończyć przykładami trzech zadań z zawodów Putnama:

Pokaż, że równanie

$$(9-x^2)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 9-y^2$$

charakteryzuje rodzinę krzywych stożkowych stycznych do czterech boków ustalonego kwadratu.

Niech w będzie liczbą niewymierną, $0 < w < 1$. Udowodnij, że w ma jednoznaczne rozwinięcie w postaci

$$w = \frac{1}{p_0} - \frac{1}{p_0 p_1} + \frac{1}{p_0 p_1 p_2} - \frac{1}{p_0 p_1 p_2 p_3} + \ldots,$$

gdzie $p_0, p_1, p_2, p_3, \ldots$ są liczbami naturalnymi, $1 \leqslant p_0 < p_1 < p_2 < p_3 < \ldots$ Znajdź p_0, p_1, p_2 dla $\frac{1}{2}\sqrt{2}$.

Niech S będzie skończonym podzbiorem prostej $\mathbf{R}$. Mówimy, że S ma własność powtarzającej się odległości, jeśli każda odległość między punktami z S (oprócz odległości między dwoma skrajnymi punktami z S) powtarza się przynajmniej dwa razy. Pokaż, że jeśli S ma własność powtarzającej się odległości, to stosunek dowolnych dwóch odległości między punktami z S jest liczbą wymierną.

Piotr Zarzycki