Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

kiekolwiek dyskusje zakładające prawomocność matematyki klasycznej.

Książka Beesona jest na pewno wartościowym kompendium na temat konstruktywizmu. Jednakże nie sądzę, aby zmieniła pogląd wyrażony w cytacie otwierającym niniejszą recenzję.

Jan Woleński

Rosemarie Rheinwald, *Der Formalismus und seine Grenzen. Untersuchungen zur neueren Philosophie der Mathematik*, Verlag Anton Hain, Königstein, Ts., 1984, str. 204, ISBN 3-445-02321-2.

Donald Monk przypuszcza (*Mathematical Logic*, Springer, Berlin 1976, str. 3), że wśród matematyków jest 65% platoników, 30% formalistów oraz 5% intuicjonistów. Formalizm jest więc nadal żywotnym kierunkiem w podstawach matematyki i nic dziwnego, że bywa przedmiotem odrębnych monografii. Recenzowana książka jest próbą całościowego spojrzenia na współczesny formalizm i jego filozoficzne problemy ze szczególnym uwzględnieniem tych ostatnich. Składa się z pięciu części kolejno poświęconych: pojęciu formalizmu, implikacjonizmowi, modalizmowi, problematyce niesprzeczności, istnienia i prawdy w matematyce oraz definicjom.

Przypomnijmy, że kryzys w podstawach matematyki na przełomie XIX i XX w. zaowocował powstaniem trzech alternatywnych i konkurencyjnych stanowisk w filozofii matematyki: logicyzmu, formalizmu i intuicjonizmu.

Formalizm traktował matematykę jako kolekcję abstrakcyjnych, niezinterpretowanych systemów, dla których ostatecznym uzasadnieniem są absolutne dowody niesprzeczności. Hilbert, twórca i główny przedstawiciel formalizmu, żądał, aby dowody niesprzeczności były prowadzone za pomocą tzw. metod finistycznych; *nota bene* pojęcie owych metod nigdy nie zostało należycie sprecyzowane. Nadto formaliści sądzili, że niesprzeczność jest koniecznym i wystarczającym warunkiem istnienia obiektów matematycznych. Poszukiwanie absolutnych dowodów niesprzeczności doprowadziło do powstania metamatematyki, czyli ogólnej teorii systemów sformalizowanych.

W metamatematyce formaliści reprezentowali skrajnie finitystyczny punkt widzenia i pod tym względem podzielali wiele poglądów intuicjonistów. Z kolei oba kierunki różnią się zasadniczo w kwestii istnienia obiektów matematycznych, gdyż intuicjoniści traktują niesprzeczność tylko jako konieczny warunek istnienia; w kwestiach istnienia zachodzi podobieństwo między formalizmem a logicyzmem. Nawet te pobieżne uwagi wskazują na skomplikowany charakter odniesień między logicyzmem, formalizmem a intuicjonizmem.

W początkach lat trzydziestych matematyczny program Hilberta został zachwiany (co najmniej) przez sławne twierdzenia Gödla o niezupełności systemów formalnych zawierających arytmetykę. Równocześnie Tarski wprowadził do metamatematyki infinitystyczne metody teoriomnogościowe, dzięki czemu metamatematyka stała się niezależna od rygorystycznych postulatów Hilberta. Dalszy rozwój podstaw matematyki doprowadził do wykrystalizowania się następujących kierunków: teoriomnogościowego (odpowiednik logicyzmu), teoriodowodowego (odpowiednik formalizmu) i konstruktywizmu (odpowiednik intuicjonizmu); pierwszy jest też uważany za platonizm.

Ewolucja formalizmu daje się ująć krótko jako przejście od oryginalnego metamatematycznego programu Hilberta do najnowszych prób w teorii dowodu. Wydaje mi się, że monografia o formalizmie powinna tę ewolucję opisać. Autorka obrała całkowicie odmienny punkt widzenia i zaczyna swą książkę od próby określenia „formalnego" w matematyce. Czyni to (str. 25 i dalsze) poprzez analizę różnych przeciwstawień formy i treści. W rezultacie, czemu trudno się dziwić, otrzymuje różne wersje „formalizmu", które w dalszych partiach książki są ilustrowane bardziej konkretnymi poglądami

występującymi we współczesnej filozofii matematyki.

Analizowanie matematyki z punktu widzenia różnych możliwych przeciwstawień formy i treści jest z pewnością interesujące, ale – moim zdaniem – zamazuje historię formalizmu jako ważnej propozycji w podstawach matematyki. W tej sytuacji trudno się nawet dziwić stwierdzeniu (str. 25), że Hilbert nie był formalistą w sensie właściwym. Dodam, że trudno się zorientować, jaki sens wedle autorki jest „właściwy". Natomiast pojęcie „formalnego" w matematyce staje się bardzo pojemne. W istocie rzeczy nie ma chyba takiego poglądu na matematykę, któremu nie dałoby się przypisać jakiejś „szczypty" formalizmu; formalnymi są także metody zalecane przez „teoriomnogościowców" i konstruktywistów.

Część II i III książki zawiera ilustracje poczynionych wcześniej ustaleń. Autorka wyróżnia: *implikacjonizm syntaktyczny*, *implikacjonizm semantyczny* oraz *modalizm*; mają to być współczesne filozofie matematyki. Z grubsza rzecz biorąc, implikacjonizm syntaktyczny odpowiada kierunkowi teorio-dowodowemu, implikacjonizm semantyczny – kierunkowi teoriomnogościowemu, a modalizm jest szczególnym przypadkiem konstruktywizmu; są to jednak moje domysły, a nie stwierdzenia autorki. Przy takim „przekładzie", blaski i cienie poszczególnych propozycji są znacznie bardziej czytelne.

Autorka w swoich rozważaniach korzysta z twierdzeń Gödla, ale rewolucja w metamatematyce spowodowana przez te twierdzenia (i wprowadzenie do metamatematyki metod infinitystycznych) nie jest – moim zdaniem – wystarczająco podkreślona.

Zamazuje to kwestię granic formalizmu, gdyż co innego to znaczy, jeśli bierze się pod uwagę granice programu Hilberta, a co innego, gdy się mówi o granicach formalizmu w innych znaczeniach; wszak twierdzenia Gödla określa się jako limitacyjne w stosunku do programu Hilberta. Twierdzenia te wraz z rezultatem Tarskiego o niedefiniowalności prawdy pokazały, że semantyka tzw. bogatych systemów formalnych (tj. zawierających arytmetykę) nie jest wyrażalna w ich składni. Ten fakt, jak sądzę, powinien być punktem wyjścia każdej analizy formalizmu i jego granic. Mimo wielu pożytecznych informacji, ta część książki budzi poważne zastrzeżenia.

Natomiast znacznie korzystniej przedstawiają się rozdziały IV i V poświęcone niesprzeczności, istnieniu, prawdzie i definicjom, ale i tutaj znaczenie rezultatów metamatematycznych nie jest chyba do końca wyeksploatowane. Na uwagę zasługują przede wszystkim fragmenty zawierające rozważania ontologiczne. Polskiemu czytelnikowi nasuwa się przy tym uwaga (smętna w jakimś sensie), że nie ma informacji o Chwistku i Leśniewskim jako o „prominentach" nominalizmu.

W sumie monografia R. Rheinwald budzi bardzo mieszane uczucia. Od strony filozoficznej podejmuje niebanalne problemy, w wielu fragmentach czyni to w sposób interesujący. Natomiast książka nie „trafia" chyba problemy metamatematyczne związane z formalizmem Hilberta i jego granicami. Mniemam, że owych 30% matematyków, o których wspomina Monk, nie przyjmie tej monografii za opracowanie „ich" formalizmu.

Jan Woleński

Książki nadesłane

Peter H. Starke, *Sieci Petri, Podstawy – Zastosowania – Teoria*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1987, nakład 3000 egz., str. 150, cena zł 240.– Z niemieckiego przetłumaczył Jacek Żurek. ISBN 83-01-07443-4.