Ministerstwo Nauki
i Szkolnictwa Wyższego



ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXIX (1990)

JAN MYCIELSKI (Boulder, Colorado)

Stanisław Marcin Ulam (1909–1984)

Daty i fakty z życiorysu Ulama. Stanisław M. Ulam urodził się 13 kwietnia 1909 r. we Lwowie i tam zdobył wykształcenie. Jego ojciec, Józef Ulam, był adwokatem; matka, Anna z domu Auerbach, była córką przemysłowca. Rodzina Ulamów była zamożna (mieli bank we Lwowie). Siostra, ojciec i stryjowie Stanisława zginęli w czasie wojny. W roku 1936 Stanisław Ulam wyjechał na stałe do Stanów Zjednoczonych. Należał do grupy matematyków, którzy przed II Wojną Światową lub w jej czasie wyjechali z Polski do Stanów Zjednoczonych i odegrali bardzo ważną rolę w rozwoju matematyki tego kraju. Wśród nich byli: Natan Aronszajn, Stefan Bergman, Samuel Eilenberg, Mark Kac, Jerzy Spława-Neyman, Otton Nikodym, Alfred Tarski i Antoni Zygmund. Uniknęli oni losu wielu milionów zamordowanych w czasie wojny, wśród których znaleźli się wybitni polscy matematycy, jak Józef Marcinkiewicz, Stanisław Saks i Juliusz P. Schauder. Inaczej potoczyłaby się historia matematyki, gdyby wojna oszczędziła tych i wielu innych uczonych, gdyby nie zdziesiątkowała polskiej i niemalże nie unicestwiła żydowskiej młodzieży w Europie.

Magisterium i doktorat Ulam uzyskał w tym samym roku 1933 na Politechnice Lwowskiej pod kierunkiem Kazimierza Kuratowskiego (o wynikach pracy doktorskiej będzie mowa dalej). Pierwszą swą pracę ogłosił w *Fundamenta Mathematicae* w 1929 r. (pozycja [1] załączonej bibliografii).

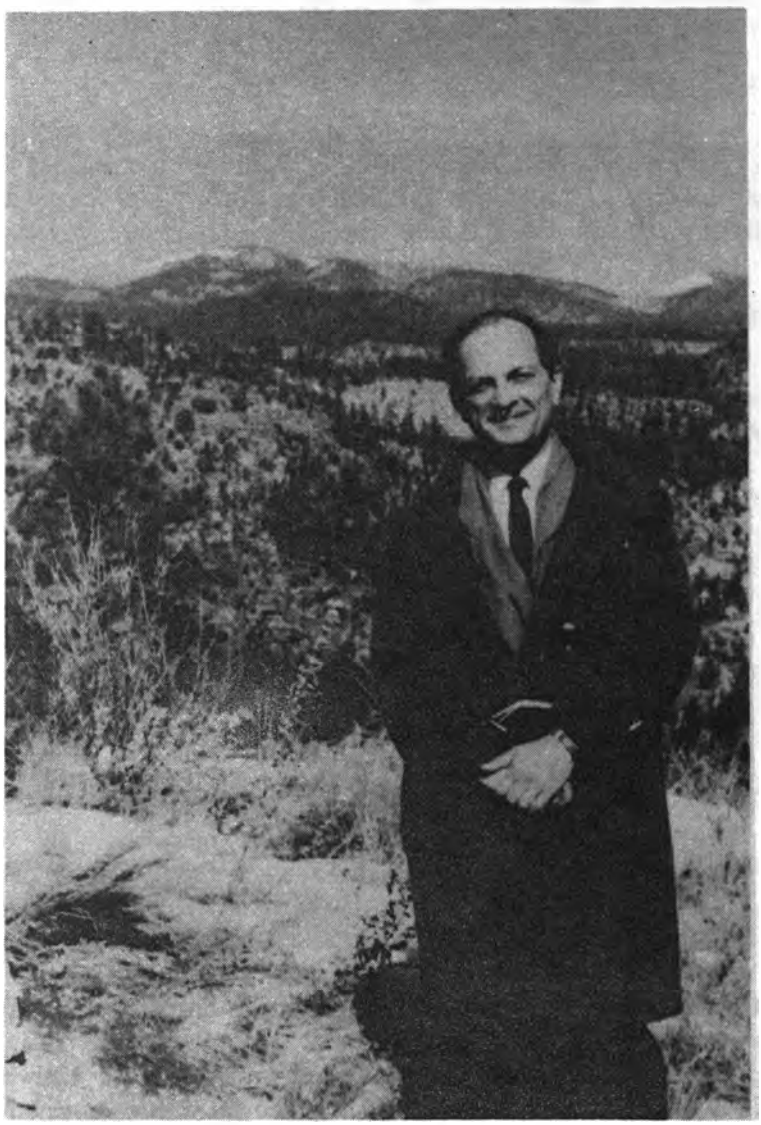
Do Stanów Zjednoczonych wyjechał po raz pierwszy w 1935 r. na zaproszenie von Neumanna do Princeton. W latach 1936–1940 był członkiem *Society of Fellows* w Harwardzie. Do 1939 roku każdego lata wracał do Lwowa. Gdy opuszczał kraj w sierpniu 1939 r. (na tym samym okręcie co Alfred Tarski), jechał do Harwardu, gdzie miał stypendium. Wojna wisiała w powietrzu i Ulam wziął ze sobą swego młodszego brata Adama, który miał zamiar studiować na Uniwersytecie Browna.

W latach 1941–1943 Stanisław Ulam był profesorem na Uniwersytecie Wisconsin w Madison. Od 1944 do 1967 r. pracował w *Los Alamos National*

Fotografia obok: wykonał Charlie Lehman, Los Alamos, późne lata czterdzieste.

Laboratory w stanie Nowy Meksyk, zaś w okresie 1965–1977 był profesorem na Uniwersytecie Colorado w Boulder. Był członkiem *National Academy of Sciences* w Waszyngtonie, *American Academy of Arts and Sciences*, *American Philosophical Society* i kilku innych towarzystw (m.in. AMS i PTM). Pracował też w kilku komitetach doradczych rządowych oraz uniwersyteckich.

Przebywał również czasowo na wielu uniwersytetach: na Uniwersytecie Południowej Kalifornii w Los Angeles w 1945, w Harwardzie w 1951 r.,



W górach nad Los Alamos

w *Massachusetts Institute of Technology* w 1956/57, na Uniwersytecie Colorado w Boulder w 1961 r. i na Uniwersytecie Kalifornijskim w La Jolla w 1962 r. Ponadto przebywał po 2 miesiące każdego roku między 1974 a 1984 na Uniwersytecie Florydzkim w Gainesville. Często jeździł wygłaszać specjalne wykłady na innych uniwersytetach amerykańskich, a także w Europie.

Napisał ponad 150 prac i trzy książki [79], [108] i [136].

W roku 1941 ożenił się z Françoise z domu Aron, Francuzką studiującą wówczas w Stanach Zjednoczonych. Mieli jedną córkę Claire (dziś Claire Weiner) i jedną wnuczkę.

Ulam umarł nagle na atak serca, 13 maja 1984 r w Santa Fe. Był w pełni sił umysłowych, bardzo aktywny i pełen projektów. Pisał nową książkę o otwartych problemach z pogranicza matematyki, fizyki i biologii. Drobną część tej pracy uratował D. Mauldin, patrz [159].

Sylwetka Stanisława Ulama. Jak widać, był Ulam człowiekiem bardzo wszechstronnym, aktywnym i ruchliwym. Miał niezwykłą łatwość nawiązywania kontaktów z ludźmi. Obdarzony wybitną inteligencją i wdziękiem, wpłynął na twórczość wielu matematyków. Bez wahania dzielił się pomysłami ze wszystkimi, którzy się jego myślami interesowali. Ponadto miał nieprzeciętną pamięć i dużą kulturę humanistyczną, którą wyniósł ze znakomitego VII Gimnazjum we Lwowie, gdzie historia, literatura, łacina i greka stały na wysokim poziomie. Jego ulubionym pisarzem był Anatol France. Dziś mniej popularny, France miał duży wpływ na polską młodzież międzywojenną (poprzez znakomite tłumaczenia Boya).

W latach, kiedy go znałem (od 1969 r.), Ulam niechętnie wdawał się w szczegóły pracy matematycznej. Wolał stawiać otwarte zagadnienia i rozważać przyszłość nauki, zwłaszcza na pograniczu matematyki, fizyki i biologii. Interesował się też bardzo astronomią. Z zamiłowaniem wymyślał zagadnienia, które można heurystycznie badać na komputerach. Przegadałem z nim wiele godzin o problemach tego typu, w szczególności o akumulacji mutacji w ewolucji gatunków i o zagadnieniu funkcjonowania mózgu ludzkiego. Ulam był pionierem i popularyzatorem zastosowań komputerów do wielu problemów stosowanych i teoretycznych (patrz niżej).

Ulam sam siebie świetnie opisał w poczytnej książce *Adventures of a Mathematician* [136], w której czytelnik znajdzie więcej szczegółów o jego życiu i stosunkach z innymi matematykami. Jego osobowość przebija też z jego artykułów o Księdze Szkockiej [152], o Kawiarni Szkockiej [113], z jego wspomnień o Banachu [34] i o von Neumannie [69] (patrz zbiór artykułów [158]).

Duży wpływ na życie Ulama miała jego żona Françoise, która z nadzwyczajną sprawnością urządzała ich kolejne domy, pomagała mu w organizacji jego licznych podróży i odgrywała dużą rolę w redagowaniu niektórych jego pism. Np. surowy tekst książki [136] był najpierw podyktowany przez Ulama

na taśmę magnetofonową i dopiero Françoise uczyniła zeń tekst pisany; dokonała przy tym niezliczonych ulepszeń. Pracowała też nad wydaniem książek [158], [161] i tomu, o którym mowa w przypisie (1). Również bibliografia prac i komunikatów Ulama podana na końcu tego artykułu została opracowana przez nią.

Należy dodać, że Ulam pracował najczęściej wspólnie z innymi matematykami i fizykami; prawie wszystkie jego prace mają dwóch lub więcej autorów. Szczególnie częstymi i zasłużonymi współautorami jego artykułów byli: Juliusz Schreier (grupy homeomorfizmów), J. C. Oxtoby (teoria miary i teoria ergodyczna), C. J. Everett (procesy stochastyczne gałązkowe i redagowanie książki *A Collection of Mathematical Problems* [79]).

Twórczość Stanisława Ulama. Prace Ulama dotyczą bardzo wielu dziedzin matematyki i dyscyplin z nią związanych(1). Część z nich ukazała się w trzech zbiorach wybranych publikacji Ulama: *Sets, Numbers and Universes* [132] (zbiór ten opatrzony jest komentarzami wielu autorów), *Science, Computers and People, A Collection of Essays from the Tree of Mathematics* [158] (są tam prace, które można by nazwać literacko-matematycznymi, nie wnikającymi w szczegóły techniczne) oraz *Analogies between Analogies, The Mathematical Reports of S. M. Ulam and His Los Alamos Collaborators* [161] (patrz też (1)). Zatem większość prac Ulama jest łatwo dostępna. (Należy wyrazić życzenie, aby podobnego losu doczekały się także prace Aronszajna.)

Twórczość Ulama jest tak urozmaicona, że nie da się jej streścić w jednym artykule. Postanowiłem omówić tu jedynie te jego rezultaty, które są bądź szczególnie ważne, bądź szczególnie mi bliskie.

A. Teoria mnogości. Na pierwszym miejscu stoi tu rozprawa doktorska Ulama [3]. Udowodnił on w niej trzy klasyczne dziś twierdzenia. Niech μ_1 oznacza pierwszy alef mierzalny w sensie miary o wartościach rzeczywistych (tzn. taki, że istnieje niezerowa skończona miara σ-addytywna określona na ciele wszystkich podzbiorów dowolnego zbioru mocy μ_1, znikająca na zbiorach jednoelementowych; niech μ_2 oznacza pierwszy alef mierzalny (tzn. taki, że istnieje miara spełniająca powyższe warunki i przyjmująca jedynie wartości

(1) Ukazał się specjalny tom *Los Alamos Science*, numer 15 (1987), poświęcony w całości (318 stron) Stanisławowi Ulamowi, jego życiu i pracy, wydany też pod tytułem *From Cardinals to Chaos, Reflections on the Life and Legacy of S. M. Ulam*, Cambridge University Press. W tomie tym bibliografia jego prac podzielona jest na działy (w nawiasie liczba publikacji w danym dziale): teoria mnogości (7), teoria miary (6), topologia (4), teoria przekształceń (12), teoria grup (7), rozmaite zagadnienia matematyczne (11), procesy gałązkowe (4), prace dotyczące broni wojskowych (14), algebra (3), metoda Monte Carlo (4), fizyka matematyczna (13), układy dynamiczne (4), napęd pojazdów kosmicznych (6), teoria liczb (4), kombinatoryka (3), komputery i obliczanie (12), biomatematyka (11), astronomia (3), złożoność obliczeniowa (2), teoria grafów (2), wspomnienia pośmiertne (5), różne (21), książki (7) (przyp. red.).

0 i 1). Oczywiście $\mu_1 \leqslant \mu_2$. Twierdzenia Ulama można sformułować następująco:

(1) μ_1 *jest nie mniejsze od pierwszego alefu słabo nieosiągalnego* (tzn. najmniejszej liczby kardynalnej $\mathfrak{m} > \aleph_0$, regularnej i granicznej).

(2) *Jeżeli* $\mu_1 > 2^{\aleph_0}$, *to* $\mu_1 = \mu_2$.

(3) μ_2 *jest nie mniejsze od pierwszego alefu mocno nieosiągalnego* (tzn. takiej liczby kardynalnej $\mathfrak{m} > \aleph_0$, że warunki $\mathfrak{n}_t < \mathfrak{m}$ dla $t \in T$ i $|T| < \mathfrak{m}$ pociągają za sobą $\prod_{t \in T} \mathfrak{n}_t < \mathfrak{m}$).

Aby naświetlić podstawowe znaczenie tych twierdzeń (które ulepszały poprzednie wyniki Banacha i Kuratowskiego), trzeba pokrótce przypomnieć historię podstaw matematyki. Pierwszą aksjomatyzację matematyki zawdzięczamy Euklidesowi (jeszcze Newton posługiwał się nią w swoich *Principiach*). Wraz z rozwojem analizy matematycznej system Euklidesa stawał się coraz mniej wygodny i w końcu został zarzucony. W XIX wieku Gottlob Frege postawił problem sformalizowania podstaw matematyki oraz wyjaśnił, że wystarczyłoby w tym celu sformalizować teorię mnogości Cantora. Problem ten został ostatecznie rozwiązany przez E. Zermelo w 1908 r. (po mniej udanych próbach Fregego, Russella i Whiteheada).

System Zermelo, nieco ulepszony przez T. Skolema i A. Fraenkla, nosi dziś nazwę ZF i jest standardową aksjomatyzacją matematyki. Chociaż ZF obejmuje niemal całą matematykę, sytuacja jest w pewnym sensie otwarta. Mianowicie, na mocy twierdzenia Gödla, jeżeli T jest teorią niesprzeczną, w której języku można wyrazić w naturalny sposób zdanie $\mathrm{Con}(T)$ mówiące, że T jest niesprzeczne, to w T nie można udowodnić tego zdania. Zatem dla każdej niesprzecznej, dostatecznie bogatej teorii T dodanie do T aksjomatu $\mathrm{Con}(T)$ stanowi istotne wzmocnienie T. Tak więc ZF nie może stanowić pułapu, pod którym zmieści się cała matematyka.

Istnieją jednak znacznie skuteczniejsze metody wzmacniania teorii ZF niż dodanie aksjomatu $\mathrm{Con}(\mathrm{ZF})$. Na przykład, teoria ZF wraz z aksjomatem mówiącym, że istnieje alef słabo nieosiągalny, jest znacznie mocniejsza niż $\mathrm{ZF} + \mathrm{Con}(\mathrm{ZF})$. Pociąga ona bowiem za sobą teorię

$$T_0 = \mathrm{ZF} + \mathrm{Con}(\mathrm{ZF}) + \mathrm{Con}(\mathrm{ZF} + \mathrm{Con}(\mathrm{ZF})) + \ldots,$$

a nawet teorię $T_0 + \mathrm{Con}(T_0)$, itd. Na skali coraz to mocniejszych teorii mnogości możemy posuwać się bardzo dużymi krokami. Oto kilka takich kroków:

$S_0 = \mathrm{Z}$ = oryginalna teoria Zermelo,
$S_1 = \mathrm{ZF}$,
$S_2 = \mathrm{ZF}$ + istnieją alefy mocno nieosiągalne,
$S_3 = \mathrm{ZF}$ + istnieją alefy mierzalne,
$S_4 = \mathrm{ZF}$ + aksjomat determinacji dla $L(\boldsymbol{R})$ + zasada zależnych wyborów,

S_5 = ZF + istnieją alefy 1-rozszerzalne([2]),
S_6 = ZF + aksjomat Vopěnki.

Niech $S < T$ oznacza relację: T pociąga za sobą Con(S). Z wysłowionego powyżej twierdzenie Gödla wynika, że relacja $<$ jest antysymetryczna.

Praca doktorska Ulama była opublikowana w 1930 r. Znane były wówczas tylko systemy $S_0, \ldots, S_3$. System S_2 został zaproponowany przez Hausdorffa, a pewne jego wzmocnienie — przez Mahlo. S_3 można uważać za wynalazek Ulama, a jego rezultaty — za pierwsze badania relatywnej siły takich teorii. Na przykład, jego twierdzenie (3) mówi, że $S_2 \leqslant S_3$.

Wiadomo, że $S_0 < S_1 < S_2$ (łatwe wnioski z twierdzenia Gödla); $S_2 < S_3$ (twierdzenie Hanfa i Tarskiego 1960); $S_3 < S_4$ (twierdzenie Solovaya 1968); $S_4 < S_5$ (twierdzenie Martina i Steela 1989); $S_5 < S_6$ (Vopěnka); dziś znamy wiele innych podobnych rezultatów i problemów otwartych.

Warto zauważyć, że aksjomat istnienia alefów 1-rozszerzalnych Reinhardta jest bardzo intuicyjny i wynika z następującej zasady refleksji: jeżeli uniwersum Cantora ma pewną własność W, to istnieje też ranga, która ma własność W; *rangą* nazywamy tu każdy zbiór postaci V_α, gdzie ciąg pozaskończony $V_0, V_1, \ldots, V_\omega, \ldots$ jest zdefiniowany indukcyjnie jako

$$V_\xi = \bigcup_{\eta<\xi} P(V_\eta), \quad \text{gdzie } P(x) = \{y\colon y \subseteq x\}.$$

Ponieważ alefy 1-rozszerzalne są mierzalne (twierdzenie Reinhardta), przeto istnienie alefów mierzalnych Ulama wynika z bardziej intuicyjnego aksjomatu istnienia liczb 1-rozszerzalnych.

Sformułowane wyżej twierdzenia (1) i (3) Ulama były pierwszymi nietrywialnymi krokami w badaniach hierarchii mocnych teorii mnogości. Znaczenie tych teorii (a w szczególności rola aksjomatów wzmacniających teorię ZF) jest szczególnie widoczne w teorii zbiorów rzutowych, ich determinacji, mierzalności, własności Baire'a, własności separacyjnych itd.

Twierdzenie (2) Ulama stale jeszcze inspiruje nowe badania. W 1952 roku S. Mazur udowodnił następujące twierdzenie: Niech $\varkappa_0$ będzie najmniejszym alefem takim, że istnieje funkcja $f\colon 2^{\varkappa_0} \to \boldsymbol{R}$, która jest ciągowo ciągła, ale nie ciągła; wówczas $\varkappa_0$ jest nie mniejsze od pierwszej liczby słabo nieosiągalnej. 20 lat później G. Choodnovsky([3]) udowodnił, że $\varkappa_0$ spełnia twierdzenie (2) Ulama, tj. jeśli $\varkappa_0 > 2^{\aleph_0}$, to $\varkappa_0 = \mu_2$ (pytanie, czy $\varkappa_0 = \mu_1$, pozostaje otwarte).

Pośród innych prac Ulama dotyczących teorii mnogości na uwagę zasługuje praca [1], w której znajdujemy pomysłowe zastosowanie grafów do

---

([2]) Definicję i podstawowe własności alefów 1-rozszerzalnych można znaleźć w pracy Reinhardta, Fund. Math. 84 (1974).

([3]) *Sequentially continuous mappings and realvalued measurable cardinals*, w: *Infinite and Finite Sets*, Keszthely (Węgry), 1973, Colloq. Math. Soc. János Bolyai 10, 275–288.

pewnego zagadnienia Kuratowskiego związanego z efektywną implikacją Bernsteina

$$2\alpha = 2\beta \to \alpha = \beta$$

dla dowolnych liczb kardynalnych α i β.

Wreszcie Ulam pierwszy zdefiniował w Księdze Szkockiej grę nieskończoną, która posłużyła H. Steinhausowi i autorowi tego artykułu do sformułowania aksjomatu determinacji (patrz komentarz w [132]).

B. Teoria ergodyczna i teoria miary. Już przed wojną J. Schreier i S. Ulam zajmowali się grupą autohomeomorfizmów sfery n-wymiarowej S^n (por. np. [18]). Praca Oxtoby'ego i Ulama [26] również dotyczy tej grupy i zawiera m.in. dwa fundamentalne twierdzenia:

(1) *Jeżeli μ jest bezatomową skończoną miarą borelowską na S^n, dodatnią na zbiorach otwartych, to istnieje homeomorfizm h: $S^n \to S^n$ taki, że $\mu \circ h = c\lambda$, gdzie c jest stałą, a λ jest miarą Lebesgue'a na S^n.*

(2) *Dla $n \geqslant 2$, homeomorfizmy ergodyczne kostki $I^n = [0, 1]^n$ na siebie stanowią zbiór rezydualny* (czyli dopełnienie zbioru pierwszej kategorii Baire'a) *w przestrzeni wszystkich autohomeomorfizmów kostki I^n zachowujących miarę Lebesgue'a.*

Przez *homeomorfizm ergodyczny* rozumiemy tu każdy homeomorfizm kostki I^n na siebie zachowujący miarę Lebesgue'a (tzn. $\lambda(h(X)) = \lambda(X)$ dla dowolnego zbioru mierzalnego $X \subseteq I^n$) i spełniający ponadto warunek: jeżeli $0 < \lambda(X) < 1$, to $\lambda(X \setminus h(X)) > 0$. Odległość w przestrzeni autohomeomorfizmów określa się wzorem

$$\operatorname{dist}(g, h) = \max_{x \in I^n} \|g(x) - h(x)\| + \max_{x \in I^n} \|g^{-1}(x) - h^{-1}(x)\|;$$

łatwo sprawdzić, że otrzymuje się w ten sposób przestrzeń ośrodkową, zupełną i w sobie gęstą.

Trudno nie docenić tych dwóch pięknych twierdzeń. Drugie z nich Ulam kiedyś popularnie przedstawił tak: Jeżeli lekko zamieszamy szklankę wody, to — z uwagi na lepkość i nieściśliwość wody — otrzymujemy homeomorfizm zachowujący miarę i wówczas (2) mówi w szczególności, że każda pomyślana powierzchnia, która dzieli wodę na dwie części, zostanie przez ten homeomorfizm wygięta. (Należy dodać, że przed pracą [26] nie było nawet wiadomo, czy istnieją jakiekolwiek ergodyczne homeomorfizmy sześcianu $[0, 1]^3$ na siebie.) Po znanych przykładach stosowania metody kategorii przez Banacha twierdzenie (2) było następnym dużym sukcesem tej metody. Twierdzenie to pozostaje w centrum bardzo dziś żywych badań w teorii ergodycznej.

Wspomnę jeszcze o moich rozmowach z Ulamem o tym twierdzeniu. Wiadomo, że metoda kategorii daje niekiedy rezultaty nieintuicyjne; np.

z mocnego prawa wielkich liczb Borela wynika, że zbiór liczb przedziału [0, 1] mających rozwinięcie dwójkowe o frekwencji jedynek równej $\frac{1}{2}$ ma miarę Lebesgue'a równą 1. Rezultat ten wydaje się — w pewnym sensie — zgodny z doświadczeniem fizycznym. Tymczasem ten sam zbiór jest pierwszej kategorii, czyli jest „zerowy" w sensie kategorii. Wobec tego, czy twierdzenie Oxtoby'ego i Ulama ma jakiekolwiek znaczenie fizyczne? Trudność polega na tym, że nie mamy żadnej rozsądnej miary w przestrzeni autohomeomorfizmów kostki $[0, 1]^n$, która by nam pozwoliła wysłowić odpowiednią hipotezę probabilistyczną([4]).

C. Procesy gałązkowe, stabilność i niestabilność. Everett i Ulam w swych znanych pracach [39], [40] o procesach typu Galtona–Watsona studiowali prawdopodobieństwa związane z kaskadami cząstek elementarnych wywołanych uderzeniami bardzo energicznych cząstek lub przy rozpadach atomów. Ich główne rezultaty dotyczyły liczebności populacji cząstek różnych rodzajów, np. neutronów i jąder uranu lub stosunków liczebności tych populacji (wykorzystali oni przy tym klasyczne twierdzenie Frobeniusa i Perrona o potęgach macierzy mających wyrazy nieujemne). Od tego czasu teoria procesów gałązkowych rozwinęła się znacznie([5]).

Ciekawe wyniki dotyczące stabilnych i niestabilnych (przyciągających i odpychających) punktów stałych (periodycznych i innych) opublikowali Stein i Ulam w [90]. Tematyka ta jest też związana z klasyczną pracą Volterry o okresowości liczebności populacji różnych gatunków ryb w stawach. Relatywną liczbę osobników każdego z n gatunków traktuje się jako współrzędną barycentryczną sympleksu $(n-1)$-wymiarowego. Sympleks ten poddaje się transformacji opisującej prawo rozwoju tych populacji. Stein i Ulam śledzili ruchy punktów w sympleksie przy iteracji różnych prostych transformacji i otrzymali bardzo osobliwe trajektorie punktów. Ich doświadczenia sugerują istnienie skomplikowanych zbiorów przyciągających, tzw. dziwnych atraktorów (*strange attractors*) będących granicami orbit; jest to obecnie bardzo żywa dziedzina badań.

D. Układy nieliniowe. Teoria tzw. układów nieliniowych była zapoczątkowana pracą Fermiego, Pasty i Ulama [58]. Eksperymentując na komputerze, odkryli oni, że drgająca struna, której klasyczne równanie zaburzono pewnym wyrazem nieliniowym, niemal powraca do swojej pierwotnej pozycji znacznie wcześniej, niżby na to wskazywały rozważania statystyczne. Pomimo występowania wyrazu nieliniowego energia nie rozpływa się po wyższych

([4]) Ostatnio udało mi się wysłowić następującą hipotezę w języku pojęć mojej pracy *Locally finite theories*, J. Symbolic Logic, 1986: Pośród homeomorfizmów zachowujących miarę i będących danego rzędu komplikacji, czyli należących do jednego ze skończonych uniwersów Ω_q zdefiniowanych w tej pracy, znaczna większość jest ergodyczna.

([5]) Patrz T. E. Harris, *The Theory of Branching Processes*, 1963.

składowych harmonicznych, ale pozostaje na pierwszych kilku i nieraz powraca na pierwszą. Praca ta zapoczątkowała wiele badań fizyków i matematyków, m.in. teorię solitonów itd. (wiele prac na ten temat można znaleźć w *Physical Society of Japan, Selected Papers*, Vol. 1, 1974; patrz też tom ([1])).

E. Przyczynki do topologii. Ulam miał bardzo geometryczny sposób myślenia i interesował się pytaniami topologii geometrycznej.

Jego własne przyczynki topologiczne były bardzo ciekawe. Z Kuratowskim [6] rozszerzył twierdzenie Fubiniego na teorię zbiorów pierwszej kategorii i rezydualnych. Ze Schreierem [18] pokazał, że każdy homeomorfizm sfery S^n da się jednostajnie aproksymować odpowiednimi złożeniami pewnych czterech stałych homeomorfizmów. Z Borsukiem [4], [14] wprowadził ciekawe pojęcie produktów symetrycznych oraz homeomorfizmów przybliżonych. Z Auerbachem i Schreierem [19], [20] pokazał, że prawie każda (w sensie miary) para elementów półprostej zwartej grupy Liego generuje gęstą podgrupę. Wszystkie te prace miały echa w późniejszej literaturze (patrz komentarze w [132] i poniżej w części G tego artykułu).

F. Komputery, metoda Monte Carlo, bomba wodorowa. W pracach von Neumanna, Richtmyera i Ulama [38] oraz Metropolisa i Ulama [41] zaproponowane zostało zastosowanie komputerów do statystycznego badania średnich za pomocą próbek losowych. Wielowymiarowe całki dają się niejednokrotnie oszacować tą metodą, nawet wówczas, gdy wszystkie inne metody zawodzą. Ulam badał tym sposobem skuteczność osłon stosów atomowych (tzw. zagadnienia transportowe) i wiele innych zagadnień, np. szacował całki względem miary Wienera([6]).

Za pomocą komputerów Ulam studiował też ewolucję gromad gwiazd pod wpływem przyciągania grawitacyjnego oraz ewolucję puli genetycznej pod wpływem mutacji przy rozmnażaniu płciowym. Bawił się też wymyślaniem prostych reguł prowadzących do ciekawych ewolucji pewnych dyskretnych systemów dynamicznych (patrz [67], [75], [82], [86], [92], [94], [102], [104]). Kilka prac Ulama jest jeszcze objętych tajemnicą wojskową. Do nich należy np. idea, która doprowadziła Tellera do konstrukcji bomby wodorowej.

G. Problemy Ulama. Ulam doprowadził sztukę formułowania nowych pytań do poziomu pewnej doskonałości, jakby osobnej umiejętności matematycznej. Jego książka [79] jest po prostu kolekcją otwartych pytań (czytelnik może z niej poznać jego gusta lepiej niż z jego prac, które były zwykle wspólne z innymi autorami). Ulam wpłynął na twórczość wielu matematyków podejmujących jego zagadnienia.

([6]) Patrz [47] oraz J. Halton, *A retrospective and prospective survey of the Monte Carlo method*, SIAM Rev. 12 (1970), 1–63.

Najsłynniejszą jego hipotezą, udowodnioną przez Borsuka wkrótce po jej sformułowaniu, jest tzw. *twierdzenie o antypodach*: Dla każdej funkcji ciągłej $f\colon S^2 \to R^2$ istnieją dwa punkty antypodyczne x i $-x$ na sferze takie, że $f(x) = f(-x)$. Znany jest też wniosek z twierdzenia o antypodach pochodzący od Steinhausa: Dla każdych trzech zbiorów mierzalnych w R^3 (niekoniecznie rozłącznych) istnieje przynajmniej jedna płaszczyzna, która połowi każdy z nich co do objętości.

Wrażenia z rozmów z Ulamem. Najmilszą cechą Ulama była jego naturalność i otwartość. Podziwiałem też jego mądrość, gdy rozmawiał z młodymi matematykami. Nigdy nie krytykował ich wysiłków, zawsze starał się je zobaczyć od najlepszej strony. Jednocześnie patrzał na świat z perspektywy przyrodnika, który prace matematyków "czystych" uważa tylko za wprawki, czyniące ludzi zdolnymi do badania natury. Krytykował poświęcanie życia dla takich wprawek (które nazywał chińskimi łamigłówkami). Różniliśmy się pod tym względem, bo ja — podziwiając cudowną sztukę matematyków — uważam takie poświęcenie za naturalne, on zaś wolał myśleć i mówić o fizyce, o biologii i o problemach matematycznych, które z nich wynikają.

Łączyły nas wspólne zainteresowania teorią gier i teorią mnogości (zagadnienia jego młodości), najbardziej zaś moja nadzieja, że potrafimy matematycznie wytłumaczyć, jak funkcjonuje mózg ludzki, czyli czym jest myślenie oraz uczenie się. O tych problemach rozmawialiśmy bardzo często. Udało nam się zakończyć jedną pracę [114] o odległościach genetycznych w gatunkach, którą później ulepszyli J. Kahane i R. Marr (J. Combin. Theory Ser. A 13 (1972)). Nie udało nam się jednak dojść do jakichś dostatecznie konkretnych sformułowań dotyczących funkcjonowania mózgu. Później, pamiętając nasze rozmowy, sam napisałem o tym pewne prace, por. Adv. Appl. Math. 9 (1988), 465–480.

Spis publikacji S. M. Ulama

Skróty: ASPM — Annales de la Société Polonaise de Mathématiques,
BAMS — Bulletin of the American Mathematical Society,
CR — Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris,
FM — Fundamenta Mathematicae,
LASL — Los Alamos Scientific Laboratory,
* oznacza prace włączone do zbioru [132],
** oznacza artykuły włączone do zbioru [158],
*** oznacza artykuły włączone do zbioru [161].

[1]* *Remark on the generalized Bernstein's theorem*, FM 13 (1929), 281–283.

[2]* *Concerning functions of sets*, FM 14 (1929), 231–233.

[3]* *Zur Masstheorie in der allgemeinen Mengenlehre*, FM 16 (1930), 140–150 (przekład polski: *O teorii miary w ogólnej teorii mnogości*, Ossolineum, Lwów 1933).

[4]* (i K. Borsuk) *On symmetric products of topological spaces*, BAMS 37 (1931), 875–882.

[5]* (i J. Schreier) *Sur une propriété de la mesure de M. Lebesgue*, CR 192 (1931), 539–542.
[6]* (i K. Kuratowski) *Quelques propriétés topologiques du produit combinatoire*, FM 19 (1932), 247–251.
[7]* (i S. Mazur) *Sur les transformations isométriques d'espaces vectoriels normés*, CR 194 (1932), 946–948.
[8]* *Zum Massbegriff in Produkträumen*, w: 4th International Congress of Mathematicians, Zürich, 1932, Verhandlungen, Vol. 2, 1932, 118–119.
[9]* (i J. Schreier) *Sur le groupe des permutations de la suite des nombres naturels*, CR 197 (1933), 736–738.
[10] *Problème*, FM 20 (1933), 285.
[11]* (i J. Schreier) *Sur les transformations continues des sphères euclidiennes*, CR 197 (1933), 967–968.
[12]* (i K. Kuratowski) *Sur un coefficient lié aux transformations continues d'ensembles*, FM 20 (1933), 244–253.
[13]* (i J. Schreier) *Über die Permutationsgruppe der natürlichen Zahlenfolge*, Studia Math. 4 (1933), 134–141.
[14]* (i K. Borsuk) *Über gewisse Invarianten der ε-Abbildungen*, Math. Ann. 20 (1933), 311–318.
[15]* *Über gewisse Zerlegungen von Mengen*, FM 20 (1933), 221–223.
[16]* (i J. Schreier) *Eine Bemerkung über die Gruppe der topologischen Abbildungen der Kreislinie auf sich selbst*, Studia Math. 5 (1934), 155–159.
[17] (i Z. Łomnicki) *Sur la théorie de la mesure dans les espaces combinatoires et son application au calcul des probabilités. I. Variables indépendantes*, FM 23 (1934), 237–278.
[18]* (i J. Schreier) *Über topologische Abbildungen der Euklidischen Sphären*, FM 23 (1934), 102–118.
[19]* (i H. Auerbach) *Sur le nombre de générateurs d'un groupe semi-simple*, CR 201 (1935), 117–119.
[20]* (i J. Schreier) *Sur le nombre des générateurs d'un groupe topologique compact et connexe*, FM 24 (1935), 302–304.
[21]* (i H. Auerbach, S. Mazur) *Sur une propriété caractéristique de l'ellipsoïde*, Monatsh. Math. 42 (1935), 45–48.
[22]* (i J. Schreier) *Über die Automorphismen der Permutationsgruppe der natürlichen Zahlenfolge*, FM 28 (1937), 258–260.
[23]* (i J. C. Oxtoby) *On the equivalence of any set of first category to a set of measure zero*, FM 31 (1938), 201–206.
[24] *Problème*, FM 30 (1938), 365.
[25]* (i J. C. Oxtoby) *On the existence of a measure invariant under a transformation*, Ann. of Math. (2) 40 (1939), 560–566.
[26]* (i J. C. Oxtoby) *Measure-preserving homeomorphisms and metrical transitivity*, Ann. of Math. (2) 42 (1941), 874–920.
[27]* *What is measure?*, Amer. Math. Monthly 50 (1943), 597–602.
[28] (i N. Metropolis, E. Teller) *Pressures developed by nuclear ...*, LASL, LA-161 (1944), 12 stron, tajne.
[29]*** (i D. Hawkins) *Theory of multiplicative processes*, LASL, LA-171 (1944), odtajnione 1946.
[30]* (i D. H. Hyers) *On approximate isometries*, BAMS 51 (1945), 288–292.
[31]* (i C. J. Everett) *On ordered groups*, Trans. Amer. Math. Soc. 57 (1945), 208–216.
[32] (i J. L. Tuck) *Possibility of initiating a thermonuclear reaction ...*, LASL, LA-560 (1946), 21 stron, tajne.
[33]* (i C. J. Everett) *Projective algebra I*, Amer. J. Math. 68 (1946), 77–88.
[34] *Stefan Banach 1892–1945*, BAMS 52 (1946), 600–603.

[35] (i S. Banach) *Problèmes 34, 35, 35 RL*, Colloq. Math. 1 (1947), 152–153.

[36]* (i D. H. Hyers) *Approximate isometries of the space of continuous functions*, Ann. of Math. 48 (2) (1947), 285–289.

[37] (i R. D. Richtmyer) *On the nuclear composition of the implosion-type bomb during the last stages of the explosion*, LAMS-559 (1947), 3 strony, tajne.

[38]*** *Statistical methods in neutron diffusion*, Work done by S. Ulam, J. von Neumann, Report written by R. D. Richtmyer, J. von Neumann, LASL, LAMS-551 (1947) (odtajnione 1959). Opublikowane w: J. von Neumann, *Collected Works*, Vol. V, 751–764, Pergamon Press, 1963; także Ann. Hist. Comput. 7 (2) (1985), 148–155.

[39] (i C. J. Everett) *Mutltiplicative systems in several variables*, Part I, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 34 (1948), 403–405.

[40]*** (i C. J. Everett) *Multiplicative systems in several variables*, LASL, Part I: LA-683 (1948), Part II: LA-690 (1948), Part III: LA-707 (1948).

[41]* (i N. Metropolis) *The Monte Carlo method*, J. Amer. Statist. Assoc. 44 (1949), 335–341.

[42] (i G. F. Evans, J. von Neumann) *Outline of a method for the calculation of the progress of thermonuclear reactions*, LASL, LAMS-831 (1949), 14 stron, tajne.

[43] (i E. Fermi, M. Planck) *Considerations of the thermonuclear reactions*, LASL, LA-1158 (1950), 36 stron, tajne; odtajniona wstępna nota w: E. Fermi, *Collected Papers*, Vol. 2, Univ. of Chicago Press, 1965, 978.

[44] (i C. J. Everett) *Ignition of a large mass of deuterium, I*, LASL, LA-1076 (1950), tajne.

[45] (i J. Elliott, C. J. Everett, J. Houston, F. Ulam) *Ignition of a large mass of deuterium, II*, LASL, LA-1124 (1951), 22 strony, tajne.

[46] (i E. Teller) *On heterocatalytic detonations, I*, LASL, LAMS-1225 (1951), 20 stron, tajne.

[47] *On the Monte Carlo method*, w: Proc. of 1949 Symposium on Large-Scale Digital Calculating Machines, Harvard Univ. Press, 1951, 207–212.

[48]* (i D. H. Hyers) *Approximately convex functions*, Proc. Amer. Math. Soc. 3 (1952), 821–828.

[49] (i W. Goad) *Observable effect ... in thermonuclear reactions*, LASL, LAMS-1331 (1952), tajne.

[50]* *Random processes and transformations*, w: Proc. of International Congress of Mathematicians, Cambridge, Mass. 1950, Vol. 2, Amer. Math. Soc., 1952, 264–275.

[51] (i C. J. Everett, E. C. Cashwell, D. W. Rechard) *Monte Carlo calculation of the number of fissions per source neutron*, LASL, LA-1592 (1953), 30 stron, tajne.

[52]* (i N. C. Metropolis) *A property of randomness of an arithmetical function*, Amer. Math. Monthly 60 (1953), 252–253.

[53]*** (i J. Pasta) *Heuristic studies in problems of mathematical physics on highspeed computing machines*, LASL, LA-1557 (1953).

[54]* (i D. H. Hyers) *On the stability of differential expressions*, Math. Mag. 28 (1954), 59–64.

[55]*** (i C. J. Everett) *On a method of propulsion of projectiles by means of external nuclear explosions*, LASL, LAMS-1955 (1955) (odtajnione 1973).

[56]*** *On the ergodic behavior of dynamical systems*, LASL, LA-2055 (1955), w: *Lectures on Physics of Ionized Gases*, J. L. Tuck (red.), 1–13.

[57] *Hommage to Fermi*, Santa Fe New Mexican, Thursday, January 6, 1955.

[58]*_*** (i E. Fermi, J. Pasta) *Studies of non-linear problems*, LASL, LA-1940 (1955), 20 stron, także w: E. Fermi, *Collected Papers*, Vol. 2, Univ. of Chicago Press, 1965, 978–988, z notą wstępną, 977.

[59]* (i V. L. Gardiner, R. Lazarus, N. Metropolis) *On certain sequences of integers defined by sieves*, Math. Mag. 29 (1956), 117–122.

[60] (i M. Battat i inni) *Some suggestions for experiments with nuclear explosions*, LASL, LAMS-2087 (1956), tajne.

[61] (i E. Teller) *Thermonuclear device*, Top secret patent application, Aug. 12, 1957, 54 strony.

[62]* (i J. Kister, P. R. Stein, W. Walden, M. B. Wells), *Experiments in chess*, J. Assoc. Comput. Mach. 4 (2) (1957), 174–176.

[63]** (i P. R. Stein) *Experiments in chess on electronic computing machines*, Chess Review 25, Jan. 1957, 13–15, także Computers and Automation, Sept. 1957, 14–20.

[64]* *Infinite models in physics*, w: *Proc. 7th Symposium in Applied Mathematics, Brooklyn, April 14–15, 1955*, Amer. Math. Soc. Symposia Appl. Math. 7, McGraw-Hill, 1957, 87–95.

[65]** *Marian Smoluchowski and the theory of probabilities in physics*, Amer. J. Phys. 25 (7) (1957), 475–481.

[66]** *On some new possibilites in the organization and use of computing machines*, IBM Research Report RC-86, May 1957, 16 stron.

[67] (i P. R. Stein) *Study of certain combinatorial problems through experiments on computing machines*, w: Proc. of 1955 High Speed Computer Conference, Baton Rouge, La., Louisiana State Univ. Press, 1957, 101–106.

[68] *The Scottish Book: A Collection of Problems*, z książki trzymanej w kawiarni Szkockiej we Lwowie przez Lwowski Oddział Polskiego Towarzystwa Matematycznego, tłumaczone, wydane, wydrukowane i rozpowszechniane przez S. Ulama, 1957, 88 stron, przedrukowane przez LASL, LA-6832 (1967), także w: *The Scottish Book, Mathematics from the Scottish Café*, R. D. Mauldin (red.), Birkhäuser, Boston 1981.

[69]** *John von Neumann, 1903–1957*, BAMS 64 (2) (1958), 1–49; także w: *Perspectives in American History*, Vol. II, Harvard Univ. Press, 1963.

[70]** *The late John von Neumann on computers and the brain*, recenzja, Scientific American, June 1958, 127–130.

[71]*** *On the possibility of extracting energy from gravitational systems by navigating space vehicles*, LASL, LAMS-2219 (1958).

[72]*** (i C. L. Longmire, F. Reines) *Some schemes for nuclear propulsion*, LASL, LAMS-2186 (1958) (odtajnione 1973).

[73] *Statement*, w: *Astronautics and Space Exploration Hearings*, U.S. House of Representatives, 85th Congress, 2nd Session, H.R. 11881, April 15–May 12, 1958, 602–613.

[74] *BATO and some suggestions for experiments with nuclear explosions*, w: Joint AEC Weapons Labs. Symposium, Livermore, February 6–8, 1957, Proc. Univ. of Calif. Rad. Lab., UCRL-4893 (1957), 54 strony, tajne.

[75]* (i J. Pasta) *Heuristic numerical work in some problems of hydrodynamics*, Mathematical Tables and Other Aids to Computation 13 (1959), 1–12.

[76] Recenzja książki *Funkcje rzeczywiste* Romana Sikorskiego, BAMS 65 (1959), 305–306.

[77]*** (i P. R. Stein, M. Menzel) *Quadratic transformations*, part I, LASL, LA-2305 (1959), 158 stron.

[78] *Statement*, w: *Frontiers in Atomic Energy Research*, Hearings of Sub. Comm. on R. & D., 86th Congress, 2nd Session, March 22–April 5, 1960, 282–285.

[79]* *A Collection of Mathematical Problems*, Interscience, N.Y. 1960, także *Problems in Modern Mathematics*, Science Editions, 1964 (przekład rosyjski: *Niereszonnyje Matiematiczeskije Zadaczi*, 1964).

[80] *Monte Carlo calculations in problems of mathematical physics*, w: *Modern Mathematics for the Engineer*, E. Beckenback (red.), McGraw-Hill, 1960, 95–108 (261–281 w II wydaniu, 1962).

[81]* *On some statistical properties of dynamical systems*, w: 4th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Univ. of California, June 20–July 30, 1960, Vol. 3, UC Press, 1961, 315–320; przekład rosyjski: *O niekotorych statisticzeskich swojstwach dinamiczeskich sistem*, Matematika 7 (5) (1963), 137–142.

[82] *Stability of many-body computations*, w: *Hydrodynamic Instability*, Proc. Sympos. Appl. Math. 13, N.Y., April 14–15, 1960, Amer. Math. Soc., 1960, 247–258.

[83] (i C. J. Everett) *Nuclear propelled vehicle, such as a rocket*, British Patent 877, 392, Sept. 13, 1961.

[84] *Open problem*, w: *Recent Advances in Game Theory*, Princeton Univ. Press, 1962, 223.

[85] *Electronic computers and scientific research*, w: *The Age of Electronics*, Lincoln Lab. Centennial Lectures, C. Overhage (red.), McGraw-Hill, 1962, 95–108; w: Computers and Automation, part I, 12 (8) (1963), 20–24; part II, 12 (9) (1963), 35–40.

[86]** *On some mathematical problems connected with patterns of growth of figures*, w: Proc. Sympos. Appl. Math. 14, Amer. Math. Soc., 1962, 215–224; także w: *Cellular Automata*, A. W. Burks (red.), Univ. of Illinois Press, 1970, 219–231.

[87]* *Some properties of certain non-linear transformations*, w: Proc. Conf. on Mathematical Models in Physical Sciences, Notre-Dame Univ., April 15–17, 1962, Prentice-Hall, 1963, 85–95.

[88] *Communication*, w: *Nuclear Test Ban Treaty Hearings*, Comm. on Foreign Relations, U. S. Senate, 88th Congress, 1st Sess. Exec. M. Aug. 12–27, 1963, Govt. Print. Off., 1963, 505–506 i 993.

[89] *Some problems of a dilettante, No 110, 111, 112*, w: Proc. of Number Theory Conf., Boulder, Colorado, August 5–24, 1963, Univ. of Colorado Press, 1963, 114.

[90]*** (i P. R. Stein) *Non-linear transformation studies on electronic computers*, LASL, LA-DC 5688 (1963), 128 stron; także Rozprawy Matematyczne 39 (1964), 1–66, oraz *Cellular Automata*, A. Burks (red.), Univ. of Illinois Press, 1970, 244–263.

[91]* *Combinatorial analysis in infinite sets and some physical theories*, Rev. Soc. Ind. Appl. Math. 6 (1964), 343–355.

[92]** *Computers*, Scientific American 211 (3), Sept. 1964, 203–214.

[93] (i F. di Luzio, W. von Braun, M. Hunter, I. Asimov) *The future of nuclear energy in space*, An Aerospace Panel Discussion at Amer. Nucl. Soc. Meeting, Cincinnati, April 1963, preprint edited by R. F. Trapp; także Nuclear News 5 (7, 6), (1964), 8–10, 12, 14.

[94] (i W. E. Walden) *Possibility of an accelerated process of collapse of stars in a very dense centre of a cluster or a galaxy*, Nature 201 (1964), 1202.

[95]* (i M. L. Stein, M. B. Wells) *A visual display of some properties of the distribution of primes*, Amer. Math. Monthly 71 (1964), 516–520.

[96]** *The Orion project*, Nuclear News 8 (1), Jan. 1965, 25–26.

[97] *La machine créatrice*, w: *Le Robot, La Bête et l'Homme*, Rencontres Internationales de Genève, 3 Sept. 1965, Editions de la Baconnière, Neuchâtel 1966, 31–42.

[98] *Collapse of stellar systems*, w: Proc. of 25th Int. Astron. Union Symposium, Thessaloniki, August 17–22, 1964, Int. Astron. Union, 1966, 76–77.

[99] *An education in applied math.*, Proc. of May 24–27, 1966 SIAM Conf. in Aspen, Colorado, SIAM Rev. 9 (1967), 343–344.

[100]* (i C. J. Everett) *On some possibilities of generalizing the Lorentz group in the special relativity theory*, J. Combin. Theory 1 (1966), 248–270.

[101]** *Thermonuclear devices*, w: *Perspectives in Modern Physics*, Bethe Festschrift, R. Marschak (red.), Interscience, 1966, 593–601.

[102]** *How to formulate mathematically problems of the rate of evolutions?*, w: *Mathematical Challenges to the Neo-Darwinian Interpretation of Evolution*, A. Wistar Institute Monograph 5 (June 1967), 21–33.

[103]* (i M. L. Stein) *An observation on the distribution of primes*, Amer. Math. Monthly 74 (1967), 43–44.

[104]*** (i R. G. Schrandt) *On recursively defined geometrical objects and patterns of growth*, LASL, LA-3762 (1967), 19 stron; także w: *Cellular Automata*, A. W. Burks (red.), Univ. of Illinois Press, 1970, 232–243.

[105]* (i G. H. Meisters) *On visual hulls of sets*, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 57 (1967), 1172–1174.

[106] *On general formulations of simulation and model construction*, w: *Prospects for Simulation and Simulators of Dynamic Systems*, Shapiro & Rogers (eds.), Spartan Books, McMillan, 1968, 3–7.

[107] *Numerical studies of star systems*, w: *Colloque sur le Problème des N Corps*, Editions du CNRS, 1968, 265–267.

[108] (i M. Kac) *Mathematics and logic, retrospects and prospects*, Britannica Perspectives 1 (1968), 557–732; również: *Mathematics and Logic*, Praeger, N.Y. 1968; przekład francuski: *Mathématiques et Logique*, Dunod, Paris 1973; przekład serbsko-chorwacki: Zagreb 1977; przekład hiszpański: *Matemáticas y Logica*, Caracas 1979.

[109]* (i W. A. Beyer) *Note on the visual hull of a set*, J. Combin. Theory 4 (1968), 240–245.

[110] *Computations on certain binary branching processes*, w: *Computers in Mathematical Research*, North-Holland, Amsterdam 1968, 168–171.

[111]* (i P. Erdös) *On equations with sets as unknowns*, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 6 (1968), 1189–1195.

[112]** *Philosophical implications of some recent scientific discoveries*, w: *Science, Philosophy and Religion*, Proc. Symp. Kirtland Air Force Labs., Albuquerque, N. M., 1968, 44–48.

[113] *Wspomnienia z kawiarni Szkockiej*, Wiadom. Mat. 12 (1969), 49–58.

[114]* (i J. Mycielski) *On the pairing process and the notion of genealogical distance*, J. Combin. Theory 6 (1969), 227–234.

[115]*** (i W. Beyer, R. Schrandt) *Computer studies of some history-dependent random processes*, LASL, LA-4246 (1969).

[116]*** (i C. J. Everett) *The entropy of interacting populations*, LASL, LA-4256 (1969).

[117]** *The applicability of mathematics*, w: *The Mathematical Sciences: A Collection of Essays*, C. Overhage (red.), MIT Press, 1969, 1–6.

[118] (i P. R. Stein) *Lectures in non-linear algebraic transformations*, w: *Studies in Mathematical Physics*, A. O. Barut (red.), Reidel, 1970, 263–314.

[119] *Foreword*, w: G. Gamow, *My World Line. An Autobiography*, Viking Press, N.Y. 1970, vii–x.

[120]*** (i R. Schrandt) *Some elementary attempts at numerical modeling of problems concerning rates of evolutionary processes*, LASL, LA-4573-MS (1971).

[121]* (i P. Erdös) *Some probabilistic remarks on Fermat's last theorem*, Rocky Mountain J. Math. 1 (1971), 613–616.

[122]*** (i W. Beyer, M. L. Stein) *The notion of complexity*, LASL, LA-4822 (1971).

[123] *Generalization of product isomorphisms*, streszczenie w: *Recent Trends in Graph Theory*, Lecture Notes in Math. 186, Springer, 1971, 215.

[124] *Testimony*, w: Proc. of Honeywell Inc. vs. Sperry Rand Corp., U.S. District Court, District of Minnesota, Minneapolis, Minn., Sept. 7, 1971, 7342–7438.

[125]*** (i W. A. Beyer, T. F. Smith, M. L. Stein) *Metrics in biology, an introduction*, LASL, LA-4973 (1971).

[126] *Some combinatorial problems studied experimentally on computing machines*, w: *Application of Number Theory to Numerical Analysis*, S. K. Zaremba (red.), Academic Press, 1972, 1–10.

[127]** *Some ideas and prospects in biomathematics*, Ann. Rev. Biophys. & Bioeng. 1 (1972), 277–291.

[128]** *Gamow and Mathematics*, w: *Cosmology, Fusion and Other Matters*, A Gamow Memorial Volume, F. Reines (red.), Univ. of Colorado Press, 1972, 272–279.

[129]** *Ideas of space and space time*, Rehovot Mag., Weizman Inst. Sci., Rehovot, Israel, Winter 1972/1973, 29–33.

[130] (i W. Beyer, M. L. Stein, T. F. Smith) *A molecular sequence metric and evolutionary trees*, Math. Biosci. 19 (1974), 9–25.

[131] *New rules and old games*, Outlook, Mountain View Publishing Co., Boulder, Colo. 11 (Spring 1974), 32.

[132] *Sets, Numbers and Universes*, Selected Papers, W. A. Beyer, J. Mycielski i G.-C. Rota (red.), MIT Press, 1974.

[133] *Infinities*, w: *The Heritage of Copernicus*, J. Neymann (red.), MIT Press, 1974, 378–392.

[134] *Arthur Koestler et le défi du hazard*, Entretien avec Stan Ulam de Pierre Debray-Ritzen, w: *Arthur Koestler*, Cahiers de l'Herne, Paris 1975, 428–432.

[135]** *Physics for mathematics*, w: *Physics and our World*, Proc. of Amer. Inst. Phys. Symp. in Honor of V. F. Weisskopf, 28 (1976), 113–121.

[136] *Adventures of a Mathematician, Autobiography*, Scribner's, N.Y. 1976, przedrukowane paperback 1977 i 1983; przekład japoński: Mathematical Superstars, Tokyo 1979.

[137] *Generators for algebras of relations*, BAMS 82 (1976), 781–782.

[138] *The role of abstract mathematical ideas in possible conceptual advances in natural sciences, more specifically biology*, w: Proc. of Intern. Colloq. on the Role of Mathematical Physics in the Development of Science, Collège de France, Paris, UNESCO, 1977, 12–25.

[139] (i A. R. Bednarek) *Some remarks on relational composition in computational theory and practice*, w: *Fundamentals of Computation Theory*, Lecture Notes in Comput. Sci. 56, Springer, 1977, 22–31.

[140]*** (i A. R. Bednarek) *On the theory of relational structures and schemata for parallel computation*, LASL, LA-6734 (1977).

[141] (i A. R. Bednarek) *Projective algebra and the calculus of relations*, J. Symbolic Logic 43 (1978), 56–63.

[142] (i A. R. Bednarek) *An integer valued metric for patterns*, w: *Fundamentals of Computation Theory*, Akademie-Verlag, Berlin 1979, 52–57.

[143] (i F. R. K. Chung, P. Erdös, R. L. Graham, F. F. Yao) *Minimal decomposition of two graphs into pairwise isomorphic subgraphs*, w: Proc. 10th Conf. on Combinatorics and Graph Theory and Computing, Boca Raton, Fla., April 2–6, 1979, 3–18.

[144]** *A mathematical physicist looks at computing*, Rehovot Mag., Weizman Inst. Sci., Rehovot, Israel, 9 (1) (1980), 47–49.

[145] *Preface*, w: K. Kuratowski, *A Half-Century of Polish Mathematics*, Pergamon Press, 1980, v–vi.

[146] *On the operations of pair production, transmutations and generalized random walks*, Adv. in Appl. Math. 1 (1980), 7–21.

[147]** *Von Neumann: The interaction of mathematics and computing*, w: *A History of Computing in the Twentieth Century*, Academic Press, 1980, 93–99.

[148]** *Kazimierz Kuratowski*, 1896–1980, Polish Review 26 (1981), 62–66; zmodyfikowana przez autora wersja ukazała się jako wstęp do: K. Kuratowski, *Selected Papers*, PWN, Warszawa 1989.

[149]*** *On the notion of analogy and complexity in some constructive mathematical schemata*, LASL, LA-9065 (1981).

[150]*** *Speculations about the mechanisms of recognition and discrimination*, LASL Preprint LA-UR 82–62 (1981).

[151]** *Future applications of mathematics in the natural sciences*, w: *American Mathematical Heritage: Algebra and Applied Mathematics*, Texas Tech. Math. Series 13 (1981), 101–114.

[152] *An anecdotal history of the Scottish Book*, w: *The Scottish Book, Mathematics from the Scottish Café*, R. D. Mauldin (red.), Birkhäuser, Boston 1982, 3–14.

[153] *Reflexions on the brain's attempts to understand itself*, Gamow Memorial Lecture, Univ. of Colorado, Oct. 3, 1982, preprint.

[154]** *Introduction*, w: *Selected Studies: Physics-Astrophysics, Mathematics, History of Science*, a volume dedicated to the memory of Albert Einstein, Th. M. Rassias i G. M. Rassias (red.), North-Holland, 1982, ix–x.

[155] *Transformations, iterations and mixing flows*, w: *Dynamical systems II*, A. R. Bednarek i L. Cesari (red.), Academic Press, 1982, 419–426.

[156] *Reflections of the Polish masters*, wywiad z M. Kacem i S. Ulamem przeprowadzony przez M. Feigenbauma, Los Alamos Science 3 (3) (1982), 54–65.

[157] *Speculations on some possible mathematical frameworks for the foundations of certain physical theories*, Letters of Mathematical Physics, 10, No. 2–3. Aug.–Oct. 1985, 101–106.

[158] *Science, Computers and People, A Collection of Essays from the Tree of Mathematics*, G.-C. Rota i M. Reynolds (red.). Birkhäuser, Boston 1986.

[159] (i R. D. Mauldin) *Mathematical problems and games*, Adv. in Appl. Math. 8 (1987), 281–344.

[160] *Reflections on the brain's attempts to understand itself*, Los Alamos Science 15 (1987), 283–287.

[161] *Analogies betweeen Analogies, The Mathematical Reports of S. M. Ulam and his Los Alamos Collaborators*, A. R. Bednarek i Françoise Ulam (red.), Univ. of California Press, Berkeley 1990.

Abstrakty

Lista ich wynosi 55 pozycji; są to na ogół anonse wyników lub streszczenia prac. Ukazały się one w:

Ann. Soc. Polon. Math. 9 (1930), 195, 198, 200, 201, 204; 10 (1931), 123, 125, 127, 128; 12 (1933), 115, 118; 13 (1934), 141, 142; 17 (1938), 112.

BAMS 44 (1938), 195, 347, 786; 45 (1939), 83, 232; 47 (1941), 708; 48 (1942), 44, 361–362, 368; 49 (1943), 49, 57, 367–368; 50 (1944), 57, 60–61, 496; 51 (1945), 59, 660; 53 (1947), 506, 1120; 54 (1948), 646; 55 (1949), 51, 51–52, 670–671; 56 (1950), 63, 63–64.

A.E.C. Information Meeting, Brookhaven Natl. Lab., April 26–28, 1948, Abstracts of papers, BNL-17, Special, 1948, 27.

Proc. of March 1954 symposium of Monte Carlo methods, Univ. of Fla., Wiley, 1956, 63.

Amer. Math. Monthly 63 (1956), 607.

Amer. Chem. Soc. Abs. of papers, 133 (1958), 33-4K.

Amer. Math. Soc. Notices 6 (1959), 68–69; 7 (1960), 234, 642; 12 (1965), 614.

Monsanto Chem. Co. Meeting, Clinton Natl. Lab., Oct. 13–15, 1974, Mon. Chem. Co. Abstracts of Papers, Mon-411, #14, 1947.