ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXIX (1990)

wmptm 1897

JAN WASZKIEWICZ (Wrocław)

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

O problemie historycznych początków matematyki

1. Uwagi wstępne. Mimo podejmowanych w ciągu stuleci prób problem genezy matematyki uznać należy za nie w pełni rozwiązany. Jest on zresztą prawdopodobnie nierozwiązalny, i to z kilku zasadniczych powodów. Pierwszy z nich jest natury pragmatycznej. Co to bowiem znaczy objaśnić genezę jakiegoś społecznego czy kulturowego zjawiska? Otóż uznamy, że narodziny takie zostały objaśnione, jeśli dostatecznie dokładnie opisany będzie grunt, na którym ono wykiełkowało, warunki umożliwiające wzrost oraz czynniki, które go stymulowały, jak też (co jest bodaj najtrudniejsze) zalążki późniejszego, wykrystalizowanego już zjawiska tkwiące w stanie rzeczy poprzedzającym narodziny. Dodajmy jeszcze, że wszystkie te elementy muszą być powiązane w obraz spójny, klarowny i przekonywający.

Jak widać, tak nakreślony program jest bardzo obszerny, niemal niewykonalny, i nie można się chyba dziwić, że rzadko jest podejmowany; tym bardziej że wyniki, do których się dochodzi, są łatwo podważalne (podobnie jak same kompetencje badacza).

Wyrażana bywa zresztą wątpliwość, czy problem genezy matematyki należy do historii tej nauki. Jak pisze antropolog i historyk kultury A. L. Kroeber, *w dobrej historii nie ma definitywnego czy ostatecznego „początku" czegokolwiek. Są tylko „początki" w sensie zaczynających się etapów oraz bardziej odległych wpływów. „Początek" jakiegoś ruchu lub instytucji w ścisłym znaczeniu tego słowa nie może być dopuszczalną koncepcją w historii. Dobry historyk nie stawia takiego pytania* ([17], str. 188).

Problem genezy matematyki uważać więc można za problem filozofii, a jego rozstrzygalność za równie wątpliwą, jak innych problemów w tej dziedzinie wiedzy. Nie możemy się więc spodziewać definitywnej odpowiedzi na postawione pytanie. Poprzez analizę coraz to bardziej szczegółowych kwestii, przez rozplątywanie coraz to dalej biegnących wątków można wprawdzie tworzyć coraz bogatszy obraz, ale też natrafia się na nowe pytania wymagające odpowiedzi. Głównym efektem objaśniania jest zdanie sobie

sprawy ze złożoności pierwotnego pytania i wyodrębnienie z początkowego, filozoficznego problemu kwestii szczegółowych, mających już historyczny charakter.

Dodajmy jednak, że postępowanie takie szybko doprowadza do kolejnej istotnej bariery, jaką jest brak danych źródłowych. Barierę tę da się czasem obejść (przeformułowując problem lub korzystając z danych pośrednich) bądź załatać dziury w faktografii zręcznymi hipotezami. Jasne jest jednak, że w ten sposób dochodzimy do wniosków, które budzić muszą poważne wątpliwości z punktu widzenia naukowego rygoryzmu.

Nierozstrzygalność problemu genezy matematyki wynika również z historycznych uwikłań samego poszukiwania odpowiedzi. Co pewien czas zmieniają się bowiem poglądy na zakres podstawowych pojęć, których używamy w tłumaczeniu owych narodzin. Zmienia się nie tylko znaczenie słowa „matematyka" (nie mówiąc już o pojęciach matematycznych), ale też terminów „proces", „geneza", itp. Zmienia się też odczucie tego, co uznajemy za naturalne, a więc nie wymagające wyjaśnień, co zaś za nienaturalne, a więc nie mogące pozostać bez objaśnienia.

Zmienia się wreszcie i zespół faktów podlegających interpretacji. Nasza wiedza o dawnych kulturach ciągle się wzbogaca, przy czym dochodzi w niej czasem do gwałtownych przewartościowań. O jednym z nich, dotyczącym interesującego nas obszaru, napiszemy nieco szerzej w rozdziale 5.

Wszystko to sprawia, że problem genezy matematyki jest co jakiś czas podejmowany na nowo, przy czym dawne odpowiedzi są weryfikowane, wysuwa się nowe pytania i proponuje nowe schematy objaśniania (por. [12]). Takie jest też znaczenie pracy, jaką nad tym tematem prowadziłem w kilku ostatnich latach. Trzeba wyznać, że badanie narodzin matematyki okazało się zajęciem pasjonującym. Jeśli nawet towarzyszyło mu czasem wrażenie błądzenia po manowcach, to rekompensowała je świadomość, że czyni się to w dobrym towarzystwie. Odpowiedzi na interesujące nas pytanie szukali bowiem już Platon i Arystoteles, a w późniejszych czasach wypowiadali się w tej kwestii najwybitniejsi matematycy, filozofowie i badacze kultury. Wyniki poszukiwań przedstawiłem w serii obszernych raportów [43], na podstawie których opracowano prace [38]–[40], [42], [44], [45] i w pewnej mierze [46]. W niniejszym szkicu poprzestanę na przedstawieniu swoistości proponowanego podejścia, wypunktowaniu ważniejszych zmian, jakie wprowadza ono do obiegowej wizji genezy matematyki, i sformułowaniu kilku ogólnych wniosków wynikających z całości przedsięwzięcia.

2. Stadialny model rozwoju matematyki. Dominujący obraz dziejów matematyki składa się z trzech zasadniczych elementów. Przede wszystkim, historię tej nauki dzieli się na pewne wyraźnie wyodrębnione okresy (czy stadia rozwoju). Pierwszy — to *okres narodzin matematyki*, który zaczyna się w najwcześniejszych fazach rozwoju kultury, a ciągnie przez cały okres

wielkich, historycznych kultur Egiptu, Mezopotamii, prekolumbijskiej Ameryki oraz Chin. Drugi — to *okres matematyki elementarnej*; rozpoczął się on w Grecji VI w. p.n.e., a trwał do XVII w. n.e. Po nim nastąpił *okres matematyki wielkości zmiennych*, trwający do naszych czasów (z ewentualnym wyodrębnieniem matematyki XX wieku).

Schemat powyższy przytaczamy za Kołmogorowem [16], ale rozmaite jego warianty znaleźć można w niemal wszystkich opracowaniach dziejów matematyki począwszy od Proklosa [30]. Modyfikacje dotyczą przede wszystkim proponowanych cezur i cech charakteryzujących matematykę w poszczególnych okresach. Można więc, dla przykładu, z pierwszego okresu wydzielić matematykę w kulturach historycznych (oddzielając ją od matematyki pierwotnej), można wyodrębniać lokalne warianty matematyki elementarnej, takie jak matematyka Grecji (różna od matematyki hellenistycznej), matematyka krajów islamu, Chin czy Indii. Wielkie okresy bywają też dzielone na podokresy itd. (por. [12]).

Drugim elementem obrazu dziejów matematyki jest przeświadczenie o ich ukierunkowaniu, a więc o postępie, którego kierunek wyznaczony jest przez obecny stan matematyki. Zgodnie z nim, poprzednie fazy stanowią początkowe kroki lub niedojrzałe realizacje obecnego stadium.

Wreszcie trzecim elementem jest wizja dynamiki rozwoju, w którym stopniowo narastające zmiany w granicach poszczególnych stadiów przygotowują grunt do jakościowych skoków stanowiących przejście do kolejnych faz. Założenie ukierunkowania całego procesu powoduje dodatkowo wrażenie nieuchronności owych przeskoków, jak też „dojrzewania ich w łonie poprzednich faz".

W odniesieniu do genezy matematyki ten styl myślenia dobrze oddają następujące sformułowania A. N. Kołmogorowa:

Liczenie przedmiotów w najwcześniejszych okresach rozwoju kultury doprowadziło do stworzenia najprostszych pojęć arytmetyki liczb naturalnych. (...) *Potrzeby mierzenia (ilości ziarna, długości drogi itp.) prowadzą do pojawienia się nazw i oznaczeń najprostszych liczb ułamkowych oraz do opracowania sposobów wykonywania działań arytmetycznych na ułamkach. W ten sposób gromadzi się materiał, który stopniowo układa się w najstarszą naukę matematyczną — arytmetykę. Mierzenie pól i objętości, potrzeby techniki budowlanej, a nieco później astronomii, powodują rozwój początków geometrii.* (...) *Dopiero po nagromadzeniu obszernego materiału konkretnego w postaci oderwanych sposobów obliczeń arytmetycznych, sposobów wyznaczania pól i objętości itp. powstaje matematyka jako samodzielna nauka i rodzi się zrozumienie swoistości jej metody oraz konieczności systematycznego rozwijania jej podstawowych pojęć i twierdzeń w dostatecznie ogólnej postaci* ([16], str. 14 i 18).

Tak więc, kumulacja prostych, pochodzących z codziennej praktyki obserwacji prowadzić ma do powstania usystematyzowanej wiedzy matematycznej. Wyprzedza to narodzenie się świadomości metodologicznej, która z kolei

prowadzi (i to jakby nieuchronnie) do teorii matematycznych i matematyki uprawianej jako nauka dedukcyjna. Toteż zgodnie z ujęciem R. L. Wildera, *jest niemal niewątpliwe, iż grecka matematyka jest wynikiem zwykłej ewolucji matematyki babilońskiej*, która wcześniej *doprowadziła matematykę do stadium, gdy dwie podstawowe idee matematyki greckiej były gotowe do narodzin — idea twierdzenia i idea dowodu* ([47], str. 150–151).

Taki schemat dziejów (i narodzin) matematyki budzi wiele wątpliwości. Nie dotyczą one oczywiście samego dzielenia historii matematyki na okresy. Jest ono równie nieuniknione, co niezbędne, choć widzieć należy niebezpieczeństwa w nadmiernym usztywnianiu schematów podziału i nadawaniu cezurom zbyt wielkiej rangi. Nie kwestionujemy też oczywistego faktu nierównomierności rozwoju matematyki w dziejach ani nagłych, rewolucyjnych zmian, które od czasu do czasu można zaobserwować([1]). Sprzeciw nasz budzi to, co jest dodatkiem wnoszonym przez teleologiczne spojrzenie na dzieje matematyki. Sprecyzujemy najważniejsze zastrzeżenia i wątpliwości.

3. Czym jest „zwykła ewolucja" i czy rozwój matematyki jest ukierunkowany? Jak się wydaje, wyobrażenie *jedynie możliwej* drogi rozwoju matematyki (a więc owej *zwykłej ewolucji*, o której pisał Wilder) jest wynikiem oceniania poszczególnych faktów i tendencji *ex post*. Przy takiej perspektywie z pola widzenia nikną rzeczy, które przy synchronicznym układzie zasługiwałyby na baczniejszą uwagę. Nawet dokonania, które niegdyś odgrywały ważną rolę, oraz tendencje, które dominowały w swoim czasie, są ignorowane, o ile ich wkład w obecny stan rzeczy nie jest dostatecznie duży.

Podobne było do niedawna spojrzenie na różne procesy rozwoju, przede wszystkim na ewolucję przyrodniczą i rozwój społeczeństw. Powodowało ono, że za mało istotne ciekawostki (czy swego rodzaju skamieliny) uważano wszystkie nitki rozwoju, które nie prowadziły do tego, co uznawane było za zwieńczenie procesu ewolucji: gatunku *homo sapiens* w przyrodzie i zachodniej cywilizacji przemysłowej w rozwoju społeczeństw (czasem jako owo zwieńczenie proponowano jakąś społeczną utopię). Tak zwany darwinizm społeczny był najwyrazistszą postacią takiego podejścia. Taki a nie inny kierunek ewolucji wymuszany miał być przez selekcyjne ciśnienie środowiska, które spośród rozmaitych możliwości wybiera tę najlepszą (*przetrwanie najlepiej dostosowanych* — to definicja, a nie twierdzenie!). W takim ujęciu, mówiąc o *zwykłej ewolucji*, miało się na myśli zarówno to, że proces zmian mieści się w jej głównym nurcie, jak i wartościujące stwierdzenie o tym, że wynik jest najlepszy z możliwych, a nawet jedyny zdolny do przetrwania. Jest więc on jedyną możliwą konsekwencją wcześniejszego stanu rzeczy. Termin ten za-

([1]) Autor jest zwolennikiem kuhnowskiej koncepcji roli rewolucji w dziejach nauki [18], stosowanej również w historii matematyki [23]. Wymaga ona jednakże pewnego rozwinięcia ([43], cz. I) i ostrożności w formułowaniu wniosków (por. [34]).

wierał też w sobie przeświadczenie, że rozwój ewolucyjny jest wynikiem działania dobrze znanych i jednoznacznie opisywalnych mechanizmów i jako taki nie wymaga już dalszego objaśnienia.

Obecne spojrzenie na procesy ewolucyjne, zarówno w przyrodoznawstwie, jak i w naukach społecznych, jest bardziej złożone. W biologii nie ma już jednego, powszechnie przyjmowanego schematu ewolucji, a konkurujące ze sobą teorie różnią się znacznie zarówno opisem mechanizmów ewolucji, jak i wnioskami, do których prowadzą. Nawet koncepcje mieszczące się w obrębie dominującego, tzw. *neodarwinowskiego* paradygmatu różnią się w istotnych miejscach. (Pewien pogląd na współczesny stan teorii ewolucji dają książki [11] i [22].) W takiej sytuacji odwołanie się do *normalnej ewolucji* traci jednoznaczność, a przez to przestaje cokolwiek tłumaczyć.

Nie ratuje sytuacji nawet opowiedzenie się za jedną koncepcją procesu ewolucyjnego. Jak się bowiem wydaje, wszystkie one zgodnie przyjmują możliwość odmiennych reakcji ewoluującej populacji na wyzwania środowiska. Każde rozgałęzienie drzewa genealogicznego biologicznych taksonów jest tego dowodem. Podobne jest spojrzenie współczesnej etnologii (czy antropologii kulturowej). Ogromna liczba obserwacji pokazuje, jak rozmaite kultury mogą istnieć w zbliżonych warunkach środowiskowych (por. choćby przykłady w [2]).

Jeśli jednak w innych dziedzinach odrzuci się, podważy, czy też poważnie ograniczy tezę o ukierunkowaniu (czy determinacji) procesów rozwojowych, wówczas trudna do utrzymania staje się ona również na gruncie historii matematyki. Wymaga ona jakiegoś uzasadnienia (sama więc przestaje być prawomocnym uzasadnieniem czegokolwiek). Można też tezę tę odrzucić, co całkowicie zmienia obraz dziejów matematyki. Zamiast z rozwojem w ustalonym kierunku (co ogranicza przedmiot dyskusji jedynie do tempa zmian) mamy do czynienia z polem rozmaitych możliwości, spośród których realizowane są jedynie nieliczne. Powstaje więc pytanie o czynniki, które zdeterminowały wybór takiego a nie innego wariantu. Istotnym (i chyba najciekawszym) problemem staje się identyfikacja okresów, w których mieliśmy do czynienia z takimi rozdrożami, i wnikliwe ich zbadanie.

Jedną z takich sytuacji jest rozdroże, na którym znalazła się matematyka w V w. p.n.e. na skutek ważnego sporu między atomistami a Eleatami o naturę matematycznego continuum. Atomistyczne podejście sprzyjało przenoszeniu na nieskończenie małe atomy reguł postępowania z obiektami skończonymi (w tym — traktowania ich rozmiarów jakby to były zwykłe liczby). W ten sposób można było stosunkowo łatwo uzyskać wartościowe wyniki dotyczące pól powierzchni, objętości brył czy zależności mechanicznych. Znakomicie z metod takich korzystał Archimedes, traktując je wszakże jako źródło inspiracji; uzyskane z ich użyciem zależności uzasadniał on następnie z pomocą pochodzącej od Eudoksosa rygorystycznej metody wyczerpywania.

W postępowaniu Archimedesa widać wpływ eleackiej krytyki atomistycznego podejścia. Wskazanie przez Parmenidesa i Zenona sprzeczności, do jakich prowadzi rozbijanie continuum na niepodzielne atomy, spowodowało odrzucenie tego sposobu myślenia (czy raczej sprowadzenie go do jedynie pomocniczej funkcji, jaką pełni ono w rozumowaniach Archimedesa).

Spór o naturę continuum powrócił w czasach nowożytnych (choć jego ślady widać w średniowiecznej scholastyce). Rozstrzygnięcie, jak się wydawało ostateczne, znalazł on dopiero w XIX wieku, z chwilą ugruntowania podstaw analizy i teorii liczb rzeczywistych przez Cauchy'ego, Weierstrassa i Dedekinda. Wówczas też ustaliło się przekonanie, że dokonana eliminacja pojęcia nieskończenie małej była realizacją logicznej konieczności. Przekonanie to rzutowało również na ocenę przeszłości, w tym dokonań i poglądów matematyków z V w. p.n.e. Jak pisał C. B. Boyer, *niezależnie od tego, jak Demokryt pojmował istotę nieskończenie małych, wpływ jego był trwały. Idea ustalonej wielkości nieskończenie małej uporczywie uczepiła się matematyki, szukając często wsparcia w intuicji wtedy, gdy logika w widoczny sposób nie dawała rozwiązania, aż wreszcie w ubiegłym stuleciu ustąpiła miejsca ścisłym pojęciom pochodnej i całki* ([4], str. 43, por. [13], t. I, str. 103).

Tymczasem w połowie XX wieku stworzono system analizy równie niesprzeczny jak jej klasyczne ujęcie, ale opierający się na pojęciu nieskończenie małej. Analiza niestandardowa A. Robinsona([2]) nadaje ścisły sens niektórym intuicjom, które obecne są nie tylko w pracach Leibniza, ale też Lagrange'a, a nawet Cauchy'ego (por. [20]), a które swymi korzeniami sięgają Archimedesa i Demokryta.

Obecnie widać więc dobrze, że matematyka poszła w V w. p.n.e. jedną z otwierających się wówczas dróg, nie zaś drogą jedynie możliwą. Jest to wprawdzie z logicznego punktu widzenia jasne od czasów powstania geometrii nieeuklidesowej, jednakże przytoczony przykład mówi nam coś więcej. Pokazuje on, że rzeczywiście mógł być zrealizowany odmienny wariant, a nawet że był on zapoczątkowany. Wybór, którego ostatecznie dokonano, miał swoje historyczne (a nie logiczne) przyczyny, które powinny stać się przedmiotem historycznej refleksji. Waga tego przykładu polega też na tym, że dotyczy on bezpośrednio wspomnianego poprzednio podziału dziejów matematyki na okresy. Przy wyborze atomistycznej drogi inaczej ułożyłyby się relacje między matematyką elementarną a matematyką wielkości zmiennych. Inaczej więc wyglądałby najogólniejszy zarys dziejów tej nauki.

4. Czy matematyka grecka jest kontynuacją matematyki babilońskiej i egipskiej? Ważny dla nas w tym miejscu jest styk dwóch innych okresów:

([2]) Robinson miał oczywiście prekursorów, wśród których wymieniani są D. Laugwitz, C. Schmieden i A. F. Monna (por. [23]). Wypada w tym miejscu upomnieć się i o Leona Chwistka [5].

okresu narodzin matematyki i okresu matematyki elementarnej, lub, co wychodzi na jedno, matematyki greckiej i matematyki w starszych kulturach Bliskiego Wschodu. W kwestionowanym przez nas schemacie genezy matematyki ważną rolę odgrywa ciągłość rozwoju tej nauki, a więc i prawdopodobne przejęcie jej przez Greków od starszych kultur Bliskiego Wschodu, przede wszystkim Egiptu i Mezopotamii, choć również Fenicja bywa wymieniana przynajmniej jako pośrednik. Pogląd ten odnaleźć można już w źródłach starożytnych. Tak więc Proklos pisał:

Powiemy zgodnie z tradycją, że pierwsi wynaleźli geometrię Egipcjanie i że zrodziła się ona z mierzenia gruntów powtarzanego wciąż na nowo na skutek wylewów Nilu, które zacierały granice między posiadłościami. Nie należy się temu dziwić, że potrzeby praktyczne były przyczyną obmyślenia tej czy innych nauk, ponieważ wszystko, co powstaje, doskonali się w swoim rozwoju, od spostrzeżenia przechodzi się do rozumowania, od tego do ogarnięcia czystą myślą. Podobnie zatem jak Fenicjanie dali początek dokładnemu poznaniu liczb wskutek handlu i transakcji, którym się oddawali, Egipcjanie wynaleźli geometrię dla przyczyny wyżej podanej ([30], str. 64, za [19], str. 99).

Tradycja, na którą powołuje się Proklos, sięga przynajmniej Herodota, który wynalazek geometrii przypisał faraonowi Sezostrisowi (XIX w. p.n.e.). Miał on wprowadzić podatek zależny od powierzchni uprawnej, co wymagało nie tylko sporządzenia katastru, ale i jego ciągłej aktualizacji, ponieważ wylewy Nilu zmieniały powierzchnię pól ([10], I, 109). Inaczej rzecz widział Arystoteles ([1], 981b20), który wprawdzie również twierdzi, że geometrię wynaleziono w Egipcie, ale widzi odmienne tego przyczyny. Jego zdaniem nauki tej nie stworzono pod presją konieczności. Wręcz przeciwnie, zawdzięcza ona powstanie dostatecznej ilości czasu wolnego, który kapłani egipscy mogli poświęcić intelektualnym poszukiwaniom.

Jak powiedzieliśmy, poglądy tego rodzaju stały się częścią składową obiegowego obrazu dziejów matematyki i znaleźć je można w powszechnie dostępnych opracowaniach przedmiotu (np. [13], [19], [36], [37]). Trzeba wszakże dodać, że ostatnio pojawiają się głosy krytyczne względem tej obiegowej wizji (por. [12] i [25]). Ja również przeprowadziłem jej szczegółową krytykę [39], z której przytoczę tutaj wnioski końcowe.

Przede wszystkim trzeba zauważyć, że w zakresie wiedzy matematycznej, jak i w innych dziedzinach, przenoszone z jednej kultury do innej mogły być głównie (jeśli nie wyłącznie) idee powszechnie dostępne, takie, których źródłem czy raczej przekaźnikiem mógł być niemal dowolny obserwator. Spostrzeżenie to ogranicza zakres wymiany, ale nie jej zasięg terytorialny. Trzeba bowiem zdawać sobie sprawę, że już w okresie prehistorycznym Bliski Wschód tworzył zwartą całość, a drogi handlowe łączące Mezopotamię, Palestynę, Iran i Anatolię umożliwiały *nie tylko dokonywanie wymiany dóbr materialnych, lecz również rozprzestrzenianie się idei i wynalazków* ([3], str. 404). W obieg ten włączone były również wybrzeża Anatolii, a dzięki pomostowi cykladz-

kiemu — również Grecja kontynentalna. W ciągu całego okresu objętego badaniami historycznymi Bliski Wschód i wschodnia część basenu Morza Śródziemnego tworzyły *mimo swego zróżnicowania* (...) *pewną jedność dzięki rozległości kontaktów, wymiany i stosunków* ([35], str. 15).

Na terenie tym krążyły wątki mitologiczne, kulty i obrzędy, wizje kosmologiczne i techniki wróżbiarskie (np. hepatoskopia), wynalazki takie, jak lidyjska moneta, mezopotamski abak czy fenicki alfabet, technologie, wytwory sztuki i jej style. Można przyjąć, że środkiem transferu były nie tylko pojedyncze osoby — kupcy, kolonizatorzy, najemni żołnierze, wygnańcy i podróżnicy. Pewne ludy wręcz wyspecjalizowały się w tej roli. Znana jest rola Fenicjan, a także wpływ centralnie położonej Krety czy późniejsza rola Greków.

W ten sposób powstawał pewien wspólny podkład, wprawdzie zróżnicowany, ale zawierający wiele elementów jednakowych. Powtórzmy jednak, a w tym momencie staje się to tautologią, że wspólnota dotyczyła jedynie rzeczy i idei, które mogły być przedmiotem transferu bądź jako gotowe towary, bądź jako względnie dostępne idee i pomysły. W mniejszym stopniu dotyczy to tych sfer kultury, których obieg ograniczony był przez jakiegoś typu wtajemniczenie. Zawsze bowiem polega ono na wejściu w grono osób nie tylko mających pewien niedostępny ogółowi zasób wiedzy, ale też powiązanych szczególnego rodzaju poczuciem lojalności. Bez względu na to, czy chodzi o krąg kapłanów, uczestników jakiegoś kultu czy po prostu o elitę intelektualną, wiedza będąca w ich posiadaniu chroniona jest przed dostaniem się w niepowołane ręce za pomocą rozlicznych barier (z których część może tkwić w samej naturze owej wiedzy).

W interesującym nas przedmiocie można chyba przyjąć, że do wspólnego dorobku całego tego obszaru należały podstawowe techniki rachunkowe (przede wszystkim z użyciem abaka), techniki geodezyjne i zastosowanie przyrządów pomiarowych, wreszcie podstawowy zrąb wiedzy astronomicznej potrzebnej dla celów kultowych czy nawigacyjnych. Dodać tu można znajomość twierdzeń Talesa i Pitagorasa (a raczej technik pomiarowych i obliczeniowych, które my wiążemy z tymi twierdzeniami, bo samo ich wysłowienie jest niewątpliwym wkładem Greków).

Skoro jednak jakiś element kultury jest nieswoisty, wspólny dla różnych ludów danego obszaru, to trudno jest w nim upatrywać przyczynę powstania jakiegoś swoistego, unikalnego zjawiska. Pytać raczej wypada wówczas, jaka sprzyjająca konfiguracja czynników umożliwiła efekt nie obserwowany w innym miejscu.

Takim wysoce swoistym zjawiskiem jest matematyka grecka. Trzeba bowiem wyraźnie zaznaczyć, że już w najwcześniejszym okresie nie znajdujemy w niej wielu podstawowych rysów tych matematyk, które miały być jej źródłem. Stosunkowo mało dla niej ważny jest praktyczny aspekt, nie ma śladów pozycyjnego zapisu Babilończyków czy egipskich ułamków. Są natomiast rzeczy, których (pomimo usilnych starań) nie udało się znaleźć

w matematyce przedgreckiej: ścisłe i ogólne wysłowienie twierdzeń oraz ich racjonalne uzasadnianie, które później rozwinęły się w dedukcyjną metodę matematyki. Jak to ujmuje Neugebauer, geometria we współczesnym znaczeniu (wywodząca się z greckiej kultury) *bardzo mało zawdzięcza temu skromnemu zasobowi podstawowych wiadomości geometrycznych, który niezbędny jest dla zaspokojenia praktycznych potrzeb* ([27]). Musimy bowiem przyznać – pisał Platon – *że Hellenowie udoskonalają wszystko, co otrzymują od barbarzyńców* ([28], 987e). Wyjaśnienie tego fenomenu, przynajmniej w odniesieniu do matematyki, jest naszym zdaniem ważniejsze od wskazania ewentualnych zapożyczeń.

5. Czy kumulacja wiedzy zwiększa szanse rewolucji naukowej? Jeszcze ogólniej można spytać, czy długotrwałość jakiegoś zjawiska jest argumentem na rzecz prawdopodobnej zmiany? Na tak ogólne pytanie trudno jest dać jednoznaczną odpowiedź, choć, jak się wydaje, zwolennicy krytykowanej tu wizji genezy i rozwoju matematyki zdają się dawać odpowiedź pozytywną. Zgodnie z celem tego szkicu zwrócimy więc uwagę na fakty, które mogą podważyć obowiązujący schemat. Wskażemy też możliwość odmiennego podejścia (przede wszystkim w obrębie interesującego nas fragmentu dziejów matematyki).

Rozpatrzmy (za [6], [8], [33] i [44]) konkretny przypadek początków najlepiej znanej i prawdopodobnie najlepiej rozwiniętej przedgreckiej matematyki – tak zwanej matematyki babilońskiej([3]). Matematykę tę zapoczątkowało intensywne użycie na terenie Dwurzecza i obszarach przyległych (z Syrią, południową Anatolią i Iranem) specyficznej metody księgowania i rachowania za pomocą tzw. kamyków – glinianych żetonów (czy też pionków) o rozmaitym kształcie i rozmiarach (na ogół 1–2,5 cm)([4]). Okres użycia kamyków, wraz z powolnym rozwojem tego sposobu przetwarzania danych przez wprowadzanie coraz to nowych rodzajów żetonów, wypełnia ogromnie długi okres od połowy IX do końca IV tysiąclecia p.n.e. Nawet i później były one jeszcze stosowane, choć ze względu na wynalazek pisma straciły na znaczeniu.

([3]) Tej, tradycyjnej nazwy będziemy się trzymać w dalszym ciągu, choć może być ona kwestionowana w obu członach. Niewłaściwe jest określenie terytorialne, gdyż mamy tu do czynienia ze wspólnym dorobkiem nie tylko ludów Dwurzecza (Sumerów, Akadyjczyków, Babilończyków, Asyryjczyków), ale i innych, nawet odległych terenów, które znalazły się pod ich wyraźnym wpływem. Nie był to więc twór babiloński. Można też, do czego jeszcze wrócimy, kwestionować nazywanie go matematyką.

([4]) Na kamyki te zwrócił uwagę w latach pięćdziesiątych bieżącego stulecia A. L. Oppenheim. Interesujące jest to, że odkrył je w opisach wcześniejszych wykopalisk, gdzie ewidencjonowano je jako masowo występujące przedmioty o małej wartości i niejasnym przeznaczeniu (por. [3], str. 110–111). Sytuację wyjaśniło ostatecznie właściwe zinterpretowanie bull (p. [33]). Hipotezę Oppenheima rozbudowała D. Schmandt-Besserat [32], która zbadała i sklasyfikowała cały materiał archeologiczny, rozszyfrowując znaczenie licznych typów kamyków.

Zróżnicowane pod względem kształtu i wielkości kamyki były używane jako odpowiedniki czy symbole realnych obiektów i ich kolekcji. Niektóre z nich pełniły też funkcję liczebników — oznaczały określoną ilość obiektów symbolizowanych przez inne kamyki. Te materialne symbole mogły być poddawane działaniom mającym wiele cech rachowania, a które imitowały manipulacje pierwowzorami kamyków. To mechaniczne księgowanie wyników gospodarczych, wierzytelności czy zysków z transakcji jest podobne do używania bierek, karbów czy supełków od dawna znanych historykom matematyki.

Do końca IV tysiąclecia, dzięki rozwojowi systemu kamyków, operowano co najmniej 15 różnymi ich typami (z 250 podtypami). Rzuca to pewne światło na zwiększający się zakres danych objętych tym sposobem księgowania, jak też na społeczne i gospodarcze przyczyny owego wzrostu.

W pierwszej połowie IV tysiąclecia pojawia się wreszcie istotnie nowy element — przechowywanie kamyków w glinianych kulach o średnicy do 8 cm (zwanych *bullami*). Były to swego rodzaju księgi rachunkowe czy może dokumenty o innym charakterze (np. listy przewozowe czy skrypty dłużne). Odciskanie na zewnętrznej powierzchni bulli zamkniętych w niej kamyków (co umożliwiało wgląd w zawartość bez niszczenia powłoki) i odciskanie pieczęci właściciela (czy może nadawcy) stanowiło fazę przejściową do specyficznego dla Mezopotamii sposobu przechowywania informacji poprzez wyciskanie w miękkiej glinie zapisu liczb i słów.

Datowane na początek III tysiąclecia p.n.e. pierwsze zachowane teksty z Uruk miały taki pośredni charakter. Pisane były na glinianych tabliczkach pismem piktograficznym i zawierają liczby w zapisie addytywnym. W niektórych przypadkach (podobnie jak na bullach) zapis nie jest uporządkowany. Przy tym piktogramy są odciskami bądź wizerunkami kamyków używanych w owym czasie. Dalsza ewolucja pisma i zapisu liczbowego (wraz z rozwojem algorytmów rachunkowych i tablic wielkości użytecznych w prowadzeniu gospodarki, w tym — tablic wielkości liczbowych mających pewne matematyczne znaczenie) powiązana była z przemianami struktur administracyjnych, politycznych i gospodarczych na obszarze Mezopotamii. Kolejne fazy tych przemian wyznaczane są przez reformy ustrojowe dokonane przez Sargona z Akadu (XXIV w.), III dynastię z Ur (XXI w.) czy wreszcie Hammurabiego (1792–1750 r. p.n.e.). Ten ostatni okres jest szczególnie istotny dla historii matematyki, ponieważ pochodzi z niego większość najbardziej interesujących tekstów matematycznych. Potem nastąpił długotrwały okres stagnacji, trwający praktycznie aż do epoki Seleucydów (III w. p.n.e.)

Wyrażona w ostatnim zdaniu ocena dotyczy matematycznej treści tabliczek. Trzeba bowiem zaznaczyć, że w całym tym długim okresie doskonalono stosowane algorytmy i rozbudowywano pomocnicze środki obliczeniowe, na przykład tablice odwrotności liczb (por. [15] i [44]).

Powyższe dane wskazują, że trwałość pewnych schematów (połączona z gromadzeniem wiedzy wynikającej z ich stosowania) nie ułatwiała ani nie przygotowywała późniejszych zmian. Wręcz przeciwnie, blokowała je. Nadawała bowiem regułom działania sankcję tradycji, a wynikom ich stosowania walor oczywistości. Niknęła więc możliwość refleksji nad schematami rachowania (i pomiarów), nie mówiąc już o ich kwestionowaniu czy proponowaniu zasadniczych zmian. Toteż w niemal niezmiennej postaci rachowanie za pomocą kamyków trwało przez tysiąclecia, podobnie zresztą jak trwałe było rachowanie za pomocą karbów, bierek i supełków quipu, czy stosowanie elementarnych technik pomiarowych. W praktyce współczesnego cieśli — nawet analfabety — widać schematy powtarzane przez stulecia, jeśli nie tysiąclecia. Stagnacja metod rachowania w Mezopotamii począwszy od połowy II tysiąclecia p.n.e. miała podobny charakter. Wszystko to wskazuje na zależność dokładnie przeciwną kwestionowanej tu tezie o roli kumulacji wiedzy w przygotowaniu przewrotów w jej zakresie.

We wszystkich przytoczonych sytuacjach drobne zmiany, jakie można było zaobserwować, nie dotyczyły istoty metody rachowania, a jedynie realizowały tkwiące w niej możliwości rozwoju, wyczerpując je zarazem w miarę upływu czasu. System stawał się coraz sztywniejszy, a przez to istotne, samorzutne jego przemiany były coraz mniej prawdopodobne. Jak to ujmuje przyrodnik R. Dubos, *u wszystkich żywych systemów, czy będą to embriony, krajobrazy, czy kultury, organizacja początkowa ogranicza możliwości reorganizowania się systemu* ([7], str. 15).

Jeśli więc zaobserwować można radykalne zmiany metod rachowania, to wynikały one z czegoś całkiem innego. Zamknięcie kamyków w bulli było genialnym pomysłem, na który niewielki wpływ miała ilość typów aktualnie stosowanych kamyków czy operacyjna biegłość w manipulowaniu nimi. To raczej okoliczności stosowania — zasięg handlu, konieczność korzystania z pośredników itp. mogły mieć tu jakieś znaczenie. Podobnie było z innymi stadiami naszkicowanej tu ewolucji. One również miały wyraźny związek nie z samym centrum umiejętności arytmetycznych, ale z ich peryferiami, bądź wręcz z zewnętrznymi okolicznościami, takimi jak reformy administracyjne i gospodarcze. Powtórzmy więc raz jeszcze, że rewolucje zdarzają się raczej na przekór długotrwałej kumulacji, niż z niej wynikają.

Dla genezy matematyki greckiej jeszcze jeden element ma tu istotne znaczenie. Otóż okres, w którym pojawiają się w Mezopotamii ciekawsze zagadnienia matematyczne, jest krótki i przypada nie pod koniec, ale raczej na początku pewnej nowej fazy rozwoju (w życiu politycznym wiąże się go z reformami Hammurabiego). Mamy wówczas do czynienia z gwałtownym rozwojem pewnego typu badań, przy czym tendencja wówczas zarysowana nie jest później kontynuowana. Wygląda to tak, jakby była ona jedną z możliwości próbnie rozwijanych w czasie, gdy zasób matematycznej wiedzy tego obszaru jeszcze nie skostniał. Kierunek ten został później poniechany, gdyż nie

było nań istotniejszego zapotrzebowania. Nie był on też zgodny z wzorem całości babilońskiej wiedzy, jak i całej babilońskiej kultury.

Z podobnymi mechanizmami stagnacji mamy do czynienia w sytuacji tzw. *pułapki ewolucyjnej* opisywanej w biologii, kiedy to stopniowa ewolucja jakiegoś gatunku (czy ogólniej — biologicznego taksonu) powoduje niemal doskonałe dostosowanie do warunków otoczenia. Wszelkie odchylenia od normy, jako niekorzystne dla ewoluującej całości, są wówczas eliminowane. Różnorodność zmniejsza się tak, że mało prawdopodobne stają się jakiekolwiek dalej idące zmiany. Stanowi to ogromne zagrożenie dla istnienia danej populacji, redukując możliwość znalezienia odmiennej „niszy ekologicznej", w której mogłaby ona egzystować. Mała elastyczność czyni ją więc mało odporną na choćby drobne zmiany środowiska. Nie pozwala też na znalezienie innego, nawet znacznie korzystniejszego wariantu rozwoju.

Zgodnie ze współczesnymi teoriami ewolucji wyjście z takiej sytuacji wieść może poprzez szok zmiany otoczenia, kiedy to przystosowanie nagle przestaje być idealne [14]. Inną możliwością jest otwarcie nowych dróg rozwoju dzięki *dewiantom*, osobnikom, których genotyp jest znacząco odmienny od standardu ewoluującej populacji [9]. Oba te schematy widzieć można w naszkicowanej wyżej ewolucji babilońskiej matematyki. Żaden z nich nie ma jednak wiele wspólnego z pokutującym w historii matematyki prostym mechanizmem kumulacji doświadczenia aż do chwili zajścia jakościowej zmiany. Kumulacja taka może prowadzić do pułapki rozwojowej, o jakiej była mowa wyżej.

6. Czy liczenie i pomiary musiały doprowadzić do matematyki dedukcyjnej? Z poprzednich wywodów wynika, że odpowiedź na to pytanie jest negatywna. Przejście od praktycznej matematyki do teorii naukowej dokonało się raz, i nie ma w nim niczego nieuchronnego. Jak to ujął Einstein w powszechnie znanej odpowiedzi na pytanie, czemu taki przewrót nie dokonał się w Chinach: *Nie należy się dziwić, iż chińscy mędrcy tego nie zrobili. Zdumiewające jest, że te odkrycia zostały w ogóle dokonane* ([29], str. 134). Praktykowanie księgowości i pomiarów nie prowadziło do matematyki w starożytności, jak nie prowadzi w chwili obecnej. (Analogiczny, ale bardziej dosadny przykład: gospodyni domowa nie uprawia chemii, choć procesy chemiczne o znacznej złożoności leżą u podstaw gotowania, prania i czyszczenia. Co więcej, obserwacje z tego zakresu do żadnej chemii nie doprowadziły!)

Jednakże przytoczone schematy przyrodnicze rzucają pewne światło na problem źródeł matematyki greckiej. Otóż trzeba zauważyć, że w VI w. p.n.e. grecka wiedza matematyczna (podobnie jak i filozofia, której była częścią) dopiero się tworzyła. Nie wyczerpała więc jeszcze, w przeciwieństwie do starszych kultur w jej otoczeniu, możliwości rozwoju, jakie w niej tkwiły. Na marginesie warto dodać, że w kulturze Grecji starożytnej, a nawet w samej strukturze greckiego świata występowały czynniki silnie przeciwdziałające kostnieniu nie tylko w tym zakresie: w sztuce współistniały różne porządki,

rozmaite były systemy polityczne i prawne, mitologie, kalendarze, systemy miar i wag. (O roli tej różnorodności szerzej piszę w [43].) W tych warunkach matematyka mogła rozwinąć się dalej niż w kulturach, u których Grecy pobierali nauki.

Trzeba też widzieć, że z punktu widzenia całości kulturowej, o której pisaliśmy w poprzednim paragrafie, a która stanowiła podkład dla powstającej greckiej matematyki, grecka kultura VI w. stanowiła rodzaj odchylenia od normy: leżała na peryferiach i rozwijała się w odmienny sposób. Zamiast scentralizowanych organizmów gospodarczych państwowych i świątynnych mamy do czynienia z dużą liczbą niezależnych podmiotów gospodarczych (i politycznych). Zamiast potężnych inwestycji (które w Grecji owego okresu należały do rzadkości) mamy do czynienia ze znacznie mniejszą skalą przedsięwzięć. Można za to znaleźć i specyficznie greckie zastosowania, wiążące się z prowadzoną z ogromnym rozmachem akcją kolonizacyjną (por. [39]). W greckiej matematyce i jej szybkim rozwoju widać więc skutki działania obydwu wspomnianych w poprzednim rozdziale sposobów wyjścia z pułapki ewolucyjnej, w jakiej znalazła się matematyka w starszych kulturach Bliskiego Wschodu.

7. Czy geodezja to geometria, a księgowość to arytmetyka? Zawsze, ilekroć przenosimy na obszar odmiennych kultur pojęcia i terminy, które zidentyfikowano i zanalizowano dla naszej kultury, pojawić się musi (a przynajmniej powinien) problem prawomocności takiego zabiegu. Polega on bowiem zawsze na stosowaniu analogii, która może być bardziej lub mniej udana. Zauważywszy zjawisko, które przy wstępnej (na ogół powierzchownej) identyfikacji wykazuje cechy czegoś dobrze nam znanego, odruchowo stosujemy termin, do którego przywykliśmy. Dopiero później formułuje się różne dodatkowe określenia, które niekiedy wręcz podważają pierwotną klasyfikację. Postępowanie takie może prowadzić do nieporozumień i wiele z nich odnotowano w antropologii. Tak więc, dla przykładu, pierwsze „przymiarki" kazały wymianę kula na wyspach Zachodniego Pacyfiku [21] lub potlacz Indian Zachodniego Wybrzeża [2] klasyfikować i interpretować w kategoriach ekonomicznych. Mimo jednak wielu zewnętrznych podobieństw mamy tu do czynienia ze zjawiskami o odmiennym charakterze, ze sposobami budowania i utrwalania więzi społecznych, w których strona ekonomiczna spleciona jest z innymi wymiarami (ludycznym, rytualnym, magicznym) w sposób odbiegający od standardów europejskich.

Zauważmy, że takie a nie inne nazwanie badanego zjawiska ma duże znaczenie. Stosowanie nazwy pociąga bowiem za sobą liczne skojarzenia, całą wiedzę o analizowanym zjawisku, którą milcząco zakładamy. Powstać stąd mogą kwestie dopasowania wzorca do badanego fenomenu. Stwierdzenie bowiem istotnych różnic powoduje konieczność jakiegoś ich wytłumaczenia oraz ewentualnej modyfikacji owej z góry zakładanej wiedzy, wzbogacenia

teorii tak, by nowo zidentyfikowany wariant w niej się mieścił. W przypadku udanej identyfikacji zabiegi takie prowadzą do ważnych wniosków poznawczych, przy nieudanej — powodują powstanie chybionych, skupionych na artefaktach programów badawczych. Podobne trudności związane z pojęciem nauki są opisane w [40].

Z czymś podobnym należy się liczyć również w przypadku matematyki. Dotychczasowy sposób postępowania każe przenosić ten termin z naszej kultury do innych, gdy tylko napotykamy rachowanie i pomiary geometryczne, a nawet geometryczne zdobnictwo. Czy jednak nie postępujemy tu zbyt pochopnie?

Bez cienia wątpliwości rodowód współczesnej matematyki możemy cofnąć do Grecji starożytnej. Mamy tam do czynienia ze zjawiskiem nie tyle analogicznym do matematyki, ile związanym z nią genetycznie oraz wręcz tożsamym pod względem metodologii i przyjętych form ekspresji. Euklides nie tylko stworzył paradygmat matematyki, ale też dał wykład jej ważnej części, obowiązujący przez następne dwa tysiące lat. Od Euklidesa możemy cofnąć się jeszcze do pitagorejczyków, którzy wprowadzili do obiegu sam termin „matematyka" dla oznaczenia zespołu nauk, który stał się średniowiecznym *quadrivium* (geometria, arytmetyka, astronomia i muzyka). Można wreszcie cofnąć się do Talesa, którego sami Grecy uważali za twórcę nowej nauki. Tu niewątpliwa nitka genetyczna urywa się, a jej nawiązanie do Egiptu lub Babilonii prowadzi, jak już wskazywaliśmy, do istotnych trudności.

Przeniesienie nazwy „matematyka" na te kultury ma już charakter myślenia za pomocą analogii (choć nie wyklucza to genetycznych nawiązań, o których mówi tradycja grecka). Podobnie jest i z matematyką w tzw. kulturach pierwotnych. O tym, że mówimy o niej, decydują dwie rzeczy: po pierwsze — występowanie liczb i figur geometrycznych wraz z wykonywanymi na nich operacjami, po drugie fakt, że *my* podobne zagadnienia rozpatrujemy w ramach szkolnej matematyki. Czy nie jest to jednak identyfikacja oparta na zbyt wątłych podstawach? Przecież współczesnego księgowego nie uznamy za matematyka tylko dlatego, że uprawia rachunki (i to intensywnie!).

Zauważmy, że dokonana identyfikacja pociąga za sobą cały program badawczy polegający na poszukiwaniu w badanych „matematykach" tego, co jest istotną cechą matematyki greckiej, jak też na próbach wyjaśnienia, dlaczego poszukiwania te nie przynoszą rezultatów. Matematyka grecka ma charakter dedukcyjny. Ogólne twierdzenia są jasno formułowane i jeśli to jest możliwe — dowodzone. Tak opracowane sformułowania układają się w całości zwane teoriami. Powstaje więc szereg pytań. Jakie teorie znali Babilończycy czy Egipcjanie? Jakie twierdzenia? Jakie dowody umieli przeprowadzić? Kiedy pojawiło się teoretyczne myślenie w matematyce i z czego wyrosło? Próbując odpowiedzieć na te pytania, napotykamy jednak istotne trudności. Niczego bowiem nie udaje się ustalić na podstawie zachowanych źródeł. Wszystko, co o tym czytamy w opracowaniach historii matematyki, jest wynikiem rekon-

strukcji dokonywanych przez badaczy. Sytuacja ta przypomina wspomniane wyżej przypadki rozpatrywania w antropologii artefaktów wynikających z błędnej interpretacji (a nawet identyfikacji) analizowanych zjawisk.

Takie wątpliwości doprowadziły mnie (patrz [41]) do zakwestionowania obecnego utożsamienia z matematyką całej „przedgreckiej matematyki", „matematyki empirycznej" czy jakkolwiek inaczej nazwie się tę część rozmaitych kultur. Ze względu na społeczną i kulturową funkcję, pragmatyczne standardy ścisłości, nacisk kładziony na algorytmy, a nawet sposoby przekazywania wiedzy — mamy tu do czynienia z czymś znacznie bliższym dzisiejszej informatyce niż matematyce. Skoro zaś przy nazywaniu tego zjawiska i tak jesteśmy skazani na stosowanie analogii — warto zastosować tę, która oddaje najistotniejsze jego cechy. Będziemy więc w dalszym ciągu mówili o informatyce babilońskiej, informatyce pierwotnej itp. Można też mówić i o greckiej informatyce, mianowicie o owej praktycznej matematyce (zwanej *logistyką*), którą sami Grecy wyraźnie oddzielali od matematyki teoretycznej.

W tym miejscu spotykam się zwykle z zarzutem, że taka zmiana nazewnictwa wymaga bliższego określenia stosowanych terminów, a przynajmniej starannego rozgraniczenia ich zakresów. Jest to postulat słuszny, ale trudny do spełnienia, i to nie tylko w odniesieniu do dwóch dziedzin wiedzy, o których mowa. Również w przypadku nauk o tak starej tradycji jak matematyka i fizyka całkowicie zawodziły nie tylko dotychczasowe próby ich określenia, ale nawet przeprowadzenia między nimi linii demarkacyjnej. Szerzej kwestie terminologiczne omawiam w [44] i [45]. Tutaj poprzestaniemy na rozróżnieniu nie wykraczającym poza poziom precyzji dotychczasowego zwyczaju językowego. Do tego celu wystarczy nam zaś sformułowanie amerykańskiej *National Science Foundation* ([26], str. 455):

Nowa akademicka dyscyplina — informatyka (computer research) zakorzeniona jest w naukach matematycznych, elektronice i logice. Użycie komputerów pobudza jej rozwój, z drugiej zaś strony tworzy ona wiedzę służącą doskonaleniu techniki komputerowej. Odmiennie niż w naukach fizycznych, mających do czynienia z wewnętrznymi własnościami materii fizycznej, informatyka odkrywa pojęcia i prawa rządzące procedurami rozwiązywania zagadnień i rozwija systemy obliczeniowe, które je testują i wykorzystują. Przedmiot jej badań zawiera strategie i algorytmy rozwiązywania zagadnień, metody reprezentacji i przekształcania informacji, programy wykonywania procedur obliczeniowych i maszyny do realizacji programów.

Abstrahując od występujących w powyższym sformułowaniu odwołań do współczesnej techniki elektronicznej (lub uogólniając je tak, by obejmowały dowolne narzędzia obliczeniowe), otrzymamy obraz informatyki jako dziedziny wiedzy będącej intelektualną „nadbudową" nad praktyką przetwarzania danych numerycznych (lub szerzej — informacji ilościowych), w czym mieszczą się zresztą i różnorodne techniki pomiarowe. Analogicznie i równie zasadnie jako o praktycznej matematyce (poprzedzającej teoretyczną re-

fleksję w tym zakresie) można więc mówić o *praktycznej informatyce*, która byłaby czymś powszechnym. Tak pojmowana informatyka występuje w każdej kulturze.

Spojrzenie od tej strony na najlepiej rozwiniętą i najlepiej znaną informatykę starożytności, tzw. matematykę babilońską, prowadzi do istotnej zmiany rangi problemów (por. [15]). Najważniejsze stają się pytania o genezę i ukształtowanie specyficznego systemu obliczeniowego, z jego charakterystycznymi cechami (istotna rola pozycyjnego, sześćdziesiątkowego zapisu liczb, szerokie użycie tabel itd.). W naturalny sposób pojawia się problem pomocniczych środków obliczeniowych oraz zakresu i cech szczególnych powszechnie używanych algorytmów. W przypadku problemów matematycznych o praktycznym znaczeniu pojawia się pytanie o zakres stosowalności proponowanej metody rozwiązania i jej skuteczność (jakość uzyskiwanego przybliżenia, wydajność algorytmu, jego organizacja itp.).

Wszystkie te pytania widzieć trzeba na tle zakresu i charakteru decyzji, w które uwikłane jest przetwarzanie danych numerycznych, i na tle struktur społecznych, politycznych i gospodarczych, których funkcjonowanie umożliwia (i które z kolei stwarzają zapotrzebowanie na przetwarzanie danych oraz zapewniają środki do jego działania i rozwoju). Ogólnie — jest to problem kulturowego usytuowania informatyki babilońskiej, które było z gruntu różne od roli, jaką pełniła matematyka w kulturze greckiej. Na drugi plan schodzą tu pytania, które w tym kontekście stawiała historia matematyki: o twierdzenia, dowody i teorie, czy prekursorstwo w stosunku do później rozwiniętych fragmentów matematyki.

Prowadzi to do znaczących przewartościowań [44]. W szczególności samo postawienie i schemat objaśniania genezy matematyki ulega zmianie.

8. Inne postawienie problemu genezy matematyki. Skoro ewolucja matematyki nie jest jednoznacznie wyznaczona przez następstwo faz rozwoju, skoro nie jest zdeterminowana działaniem wewnętrznych i zewnętrznych czynników, skoro „matematyka empiryczna" nie musiała prowadzić do matematyki teoretycznej typu greckiego, skoro możemy zakwestionować jakiś istotniejszy wpływ innych kultur na grecką matematykę, skoro wreszcie nie musimy rachunków przedgreckich uważać za matematykę — to problem genezy matematyki należy postawić na nowo.

Przede wszystkim *jedna z największych zagadek historii* ([29], str. 19), jaką jest różnica między babilońskim a greckim sposobem uprawiania matematyki, okazuje się nieporozumieniem. Nie widać bowiem żadnych powodów, dla których zupełnie różne (choć mające ze sobą wiele wspólnego) dziedziny wiedzy, rozwijane na dodatek w odmiennych kulturach, miałyby być do siebie podobne. Obecnie też sposoby uprawiania informatyki i matematyki różnią się bardzo istotnie. W starożytnej Grecji różnice między filozoficzną a praktyczną matematyką (logistyką i geodezją) były prawdopodobnie zbliżone do

tych, które widać między matematyką grecką a informatyką Egiptu czy Babilonii. Prowadziło to zresztą już wówczas do nieporozumień, odnotowanych zarówno w dialogach Platona, jak i w komediach Arystofanesa.

W naszym ujęciu, matematyka (to znaczy matematyka grecka) narodziła się jako część filozofii i razem z nią uczestniczyła w próbach odpowiedzi na najbardziej fundamentalne pytania o kształt i podstawę kosmicznego ładu — o *arché* (szeroko o tym piszę w [39]). Taka była jej funkcja w szkole pitagorejczyków, jak też w myśli Talesa i jego uczniów. Taką też rolę przypisywała jej doktryna Platona i te późniejsze nurty myśli europejskiej, które najsilniej wpłynęły na rozwój matematyki (por. [41]). Problemy kosmologiczne miały decydujące znaczenie dla powstania greckiej matematyki, bądź — jeśli ktoś woli — dla przekształcenia się w matematykę tych fragmentów kultury, które w innych przypadkach nie wykroczyły poza informatyczny kanon.

Również metoda matematyki — dedukcja — ma bezpośredni związek z myślą filozoficzną. Stanowi bowiem ona wysubtelnienie dialektyki — dyskusji filozoficznej, której celem było na ogół ustalenie prawdziwego stanu rzeczy, ale czasem (jak w przypadku sofistów) wykazanie intelektualnej przewagi nad przeciwnikiem. Poprzez ten zwyczaj dyskusji, wszechobecny w greckiej kulturze, dochodzimy do powiązania genezy matematyki z unikalnym greckim wynalazkiem, jakim był demokratyczny ustrój państwowy. Tak więc w greckim przypadku mamy współwystępowanie trzech nie znanych wcześniej zjawisk: dedukcyjnej matematyki, dyskursu filozoficznego i demokracji. Zbadanie tego splotu jest ważnym i pasjonującym problemem historii.

Trzeba bowiem wyraźnie powiedzieć, że każda struktura społeczna stwarza zapotrzebowanie na przetwarzanie danych niezbędnych w jej funkcjonowaniu. (Aby uniknąć błędów etnocentryzmu i anachronizmu, przy ocenie potrzeb trzeba uwzględniać również czynniki kulturowe.) Toteż pewien zasób tego, co nazwaliśmy informatyką (umiejętności pomiarowe i rachunkowe wraz z pojęciami niezbędnymi do ich przekazywania), spotkać można we wszystkich kulturach. Świadczą o tym znaleziska archeologiczne z epoki paleolitu i badania etnologiczne. Zakorzenione są one zresztą w bezpośredniej, nie opartej na liczeniu percepcji liczby kilku obiektów, jaką stwierdzono u licznych gatunków zwierząt, jak też na bezpośredniej ocenie odległości oraz percepcji cech przedmiotów, które stały się przedmiotem geometrii.

Umiejętności rachunkowe i pomiarowe zamknięte są w pewien system przetwarzania danych (czy też system informatyczny danej kultury), analogiczny do systemu językowego i również jak on podstawowy. Składa się nań: nazewnictwo liczb i ich oznaczenia (niekoniecznie jest to jeden, uniwersalny układ), procedury działań na nich, pomocnicze środki obliczeniowe itp. Obydwa wspomniane systemy mają zresztą wiele wspólnych elementów. Najbardziej oczywiste są liczebniki i zapis (pochodzenie pisma od oznaczeń liczbowych jest coraz powszechniej akceptowaną hipotezą). System infor-

matyczny dzieli również z językiem bardzo ważną właściwość. Współuczestniczy on w kształtowaniu obrazu świata i zakreślaniu kręgu zagadnień, które w danej kulturze mogą być zwerbalizowane, a więc stawiane sobie i innym. Stosuje się więc do niego znana teza językoznawcy E. Sapira, że *na to, jak widzimy, słyszymy i ogólnie doświadczamy, ma duży wpływ to, że zwyczaje językowe naszej społeczności preferują pewne wybory interpretacyjne* ([31], str. 89). Jest to też jeden z ważnych powodów stabilności omawianego systemu, o której warto powiedzieć więcej.

Raz ukształtowany system przetwarzania danych jest bardzo stabilnym składnikiem kultury. Trudno sobie wyobrazić coś trwalszego niż użycie bierek jako sposobu księgowania od epoki kamiennej do XIX wieku. Opisany uprzednio „zapis" liczb za pomocą glinianych kamyków jest innym przykładem tej stabilności. Jedną z przyczyn jest powszechne użycie systemu informatycznego i jego uwikłanie w sytuacje podstawowe dla życia społecznego (jak pisaliśmy, włącznie z samą percepcją świata). Innym powodem może być połączenie różnorodnych umiejętności — od czysto mentalnych do manualnych, niezbędnych w sprawnym operowaniu systemem (podobne przyczyny stabilności języka podkreśla Sapir [31], str. 44). Dodajmy wreszcie, że system ten, jeśli jest względnie rozbudowany, może spowodować powstanie kręgu osób wtajemniczonych w jego używanie i posiadających dzięki temu pewien zasób faktycznej władzy nad życiem zbiorowym. Trwałość i stabilność sposobów przetwarzania danych staje się wówczas jednym z czynników konserwujących strukturę społeczną.

Duża bezwładność sprawia, że system informatyczny jest do pewnego stopnia odporny na wyzwania, jakie stanowić mogą nowe potrzeby czy jego ewidentne (dla postronnego obserwatora) niedogodności. Warto wszakże zauważyć, że przy ocenie tych ostatnich jesteśmy często warunkowani własnymi nawykami, które nie pozwalają dostrzec dobrych stron odmiennych sposobów działania. Na przykład P. Tannery, który biegle opanował joński sposób oznaczeń liczbowych, oceniał go znacznie wyżej niż inni badacze.

Istnienie wydajnego systemu przetwarzania danych numerycznych było bez wątpienia warunkiem powstania dużych, scentralizowanych struktur politycznych i leżących u ich podstaw stosunków społecznych. Toteż nie może specjalnie dziwić, że pod wieloma względami podobny zasób wiedzy z tego zakresu spotykamy w starożytnym Dwurzeczu, Egipcie, Chinach czy w kulturach prekolumbijskiej Ameryki. Wszędzie tam uwikłana jest ona w procesy decyzyjne i w struktury sprawowania władzy (mającej w pewnym stopniu biurokratyczny charakter).

Nie powinny też dziwić pewne epizody rozwoju owej wiedzy, kiedy to wykraczała ona poza usankcjonowane kanonem granice. Próby zrobienia czegoś nowego zgodne są z naturą ludzką, jak i z naturą ewoluujących populacji. Były to jednakże epizody zamknięte w czasie (jak na przykład okres

Hammurabiego w dziejach Mezopotamii), po których informatyka wracała w wyżłobione przez stulecia koleiny.

Matematyka powstała gdzie indziej, w oparciu o inne mechanizmy i w odpowiedzi na inne potrzeby. Cud grecki był jednak zjawiskiem wyjątkowym i nie da się go sprowadzić do normalnego rozwoju przez kumulację praktycznej wiedzy obliczeniowej i pomiarowej, czy też do zapożyczeń od Egipcjan i Babilończyków. Jest on problemem nieusuwalnym z historii matematyki.

Bibliografia

[1] Arystoteles, *Metafizyka*, tłum. K. Leśniak, PWN, Warszawa 1984.

[2] R. Benedict, *Wzory kultury*, tłum. J. Prokopiuk, PWN, Warszawa 1966.

[3] P. Bieliński, *Starożytny Bliski Wschód od początków gospodarki rolniczej do wprowadzenia pisma*, PWN, Warszawa 1985.

[4] C. B. Boyer, *Historia rachunku różniczkowego i całkowego*, tłum. S. Dobrzycki, PWN, Warszawa 1964.

[5] L. Chwistek, *Liczby nieskończenie małe i ich zastosowanie*, w: *Pisma filozoficzne i logiczne*, t. II, PWN, Warszawa 1963, 301–302.

[6] P. Damerow, *Die Entstechung des arithmetischen Denken*, w: P. Damerow, W. Lefevre (red.), *Rechenstein, Experiment, Sprache*, Klett-Cotta, Stuttgart 1981, 9–138.

[7] R. Dubos, *Pochwała różnorodności*, tłum. E. Krasińska, PIW, Warszawa 1986 (Biblioteka Myśli Współczesnej).

[8] J. Friberg, *Numbers and measures in the earliest written records*, Scientific American 249 (5) (1984), 78–85.

[9] R. Galar, *Handicapped individua in evolutionary process*, Biol. Cybernet. 53 (1985), 1–9.

[10] Herodot, *Dzieje*, tłum. S. Hammer, PWN, Warszawa 1959.

[11] A. Hoffman, *Wokół ewolucji*, PIW, Warszawa 1983 (Biblioteka Myśli Współczesnej).

[12] A. P. Juszkiewicz, *Matiematika i jejo istorija w rietrospiektiwie*, w: [48], 28–74.

[13] A. P. Juszkiewicz (red.), *Historia matematyki od czasów najdawniejszych do początków XIX stulecia*, t. I–III, tłum. S. Dobrzycki, PWN, Warszawa 1975–1977.

[14] P. M. Kirkpatrick, *Quantum evolution and punctuated equilibrium in continuous genetic characters*, American Naturalist 119 (1982), 833–848.

[15] D. E. Knuth, *Ancient Babylonian algorithms*, Comm. ACM 15 (1972), 671–677.

[16] A. N. Kołmogorow, *O matematyce*, tłum. A. Wiweger, PWN, Warszawa 1955.

[17] A. L. Kroeber, *Istota kultury*, tłum. P. Sztompka, PWN, Warszawa 1973.

[18] T. S. Kuhn, *Struktura rewolucji naukowych*, tłum. H. Ostromęcka, PWN, Warszawa 1968.

[19] S. Kulczycki, *Z dziejów matematyki greckiej*, PWN, Warszawa 1973.

[20] I. Lakatos, *Cauchy and the continuum*, Math. Intelligencer 1 (3) (1978), 151–161.

[21] B. Malinowski, *Argonauci Zachodniego Pacyfiku*, PWN, Warszawa 1985 (wyd. 2).

[22] E. Mayr, *Populacje, gatunki i ewolucja*, tłum. zbior., WP, Warszawa 1974.

[23] F. A. Miedwiediew, *Niestandartnyj analiz i istorija klassiczeskogo analiza*, w: [48], 75–84.

[24] H. Mehrtens, *T. S. Kuhn's theories and mathematics*, Historia Math. 3 (1976), 297–320.

[25] R. Murawski, *Humanizacja matematyki, czyli o nowych prądach w filozofii matematyki*, Studia Filozoficzne 8 (1986), 67–79.

[26] *National Science Foundation Budget Request for Fiscal Year 1987*, Notices Amer. Math. Soc. 33 (1986).

[27] O. Neugebauer, *The Exact Sciences in Antiquity*, Brown Univ. Press, Providence, R.I., 1957.

[28] Platon, *Epinomis*, w tłum. ros. A. N. Jegunowa, *Poslezakonije*, w: Platon, *Soczinienija w triech tomach*, t. 3, cz. 2, Izd. Mysl', Moskwa 1972.
[29] D. J. de Solla Price, *Węzłowe problemy historii nauki*, tłum. H. Krahelska, PWN, Warszawa 1965.
[30] *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum libri commentarii*, ed. G. Friedlein, Leipzig 1873.
[31] E. Sapir, *Kultura, język, osobowość, Wybrane eseje*, tłum. B. Stanosz i R. Zimand, Warszawa 1978 (Biblioteka Myśli Współczesnej).
[32] D. Schmandt-Besserat, *The earliest precursor of writing*, Scientific American 238 (6) (1978), 38–45.
[33] M. Stępień, *Gliniane „kamyczki", neolityczni handlarze i początki najstarszego pisma*, Mówią Wieki 12 (1986), 14–19.
[34] B. Tuchańska, *Kuhnowskie pojęcie paradygmatu a problem opisania rozwoju nauki*, Zagadnienia Naukoznawstwa 23 (1) (1987), 69–96.
[35] J. P. Vernant, *Źródła myśli greckiej*, tłum. J. Szacki, PWN, Warszawa 1969.
[36] B. L. van der Waerden, *Science Awakening*, Noordhoff, Groningen 1954.
[37] — (with contributions by P. Huber), *Science Awakening II: The Birth of Astronomy*, Leyden–New York 1974..
[38] J. Waszkiewicz, *Astronomia a początki geometrii greckiej*, w: *Matematyka, Nauczanie, Społeczeństwo*, z. 1, Wyższa Szkoła Rolniczo-Pedagogiczna w Siedlcach (1988), 34–44.
[39] —, *Korzenie greckiej geometrii, Studium socjokulturowych uwarunkowań genezy matematyki*, Prace Naukowe Ośrodka Badań Prognostycznych Politechniki Wrocławskiej nr 21, Monografie nr 8, Wrocław 1988.
[40] —, *Nauka w systemie kultury*, Prace Naukoznawcze i Prognostyczne 1–2 (46–47) (1985), 51–66.
[41] —, *O pewnych kulturowych uwarunkowaniach rozwoju matematyki*, Zagadnienia Naukoznawstwa 13 (4) (1977), 549–570.
[42] —, *Przemiany apriorycznych struktur poznawczych*, cz. I–II, Prace Naukoznawcze i Prognostyczne 3–4 (56–57) (1987), 95–115; 2 (59) (1988), 77–104.
[43] —, *Socjokulturowe problemy genezy matematyki*, cz. I–V, Raporty Ośrodka Badań Prognostycznych Politechniki Wrocławskiej, SER SPR nr 137, 139, 143 oraz PRE nr 171 i 172, Wrocław 1982–1987.
[44] —, *System informatyczny jako składnik kultury (studium przypadku matematyki babilońskiej)*, Prace Naukowe Ośrodka Badań Prognostycznych Politechniki Wrocławskiej nr 19, Monografie nr 7, Wrocław 1987.
[45] —, *System przetwarzania danych numerycznych jako składnik kultury*, Prace Naukoznawcze i Prognostyczne 1–2 (50–51) (1986), 33–44.
[46] J. Waszkiewicz, A. Wojciechowska, *On the origin of reductio ad absurdum*, Acta Antiqua (Budapeszt) (w druku).
[47] R. L. Wilder, *Evolution of Mathematical Concepts: An Elementary Study*, The Open University, Milton Keynes 1978.
[48] *Zakonomiernosti razwitija sowriemiennoj matiematiki. Mietodologiczeskije aspiekty*, Nauka, Moskwa 1987.