ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXVIII (1990)

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

WIESŁAW SZLENK (Warszawa)

Warszawska grupa układów dynamicznych ma już 25 lat

W roku 1989 mija 25 lat od powstania warszawskiej grupy układów dynamicznych. Przedtem nikt w Warszawie nawet nie myślał ani o teorii ergodycznej, ani o układach dynamicznych.

Wiosną 1963 (lub jesienią 1962) Profesor Stanisław Mazur zebrał swoich uczniów przed seminarium z analizy funkcjonalnej w IM PAN i powiedział: „Proszę Panów, analiza funkcjonalna to nie jest temat pracy dla tylu osób, to jest temat dla jednego lub dwóch spośród was" (było nas około dziesięciu). „Proszę się zastanowić, co was interesuje i w jakim kierunku chcielibyście zmienić wasze zainteresowania badawcze" (cytuję z pamięci). Niemal cała duża grupa, pracująca w – jak to dziś nazywamy – klasycznej analizie funkcjonalnej, zaczęła szukać nowych dziedzin badawczych. I tak, S. Kwapień, T. Bojdecki, J. Zabczyk zaczęli jeździć do prof. Z. Ciesielskiego, aby specjalizować się w teorii prawdopodobieństwa (najpierw jeździli do Poznania, a od 1967 do Sopotu), Cz. Bessaga bardziej zajął się topologią nieskończenie wymiarową, S. Rolewicz zwrócił się w kierunku zastosowań matematyki. Jedynie A. Pełczyński został wierny klasycznej analizie funkcjonalnej, a W. Żelazko i Z. Sawoń pozostali przy algebrach Banacha.

Karol Krzyżewski i ja zdecydowaliśmy zająć się teorią informacji. Prof. Mazur załatwił nam obu stypendium do Moskwy do MGU. Starannie przygotowaliśmy ten wyjazd. Przez cały rok poprzedni prowadziliśmy szkoleniowe seminarium, studiując podstawowe książki (m.in. *Information Theory* Feinsteina). W Moskwie znaleźliśmy się we wrześniu 1964. Mieliśmy listy polecające od Mazura do A. N. Kołmogorowa. Andriej Nikołajewicz przyjął nas u siebie w mieszkaniu, przeczytał listy, potem powiedział, że niestety nikt aktualnie w Moskwie nie zajmuje się teorią informacji. Mamy zatem trzy możliwości: (a) zająć się teorią przesyłania informacji (którą uznaliśmy za zbyt techniczną gałąź zastosowań matematyki), (b) zająć się „teorią informacji bez prawdopodobieństwa" (tak to Kołmogorow określił, a miał na myśli to, co dziś nazywamy złożonością obliczeniową), (c) zająć się teorią układów dynamicznych. Kołmogorow sądził, że jako uczniowie Mazura znamy analizę obliczalną i zatem „teoria informacji bez prawdopodobieństwa" będzie nam najbardziej

odpowiadać, zwłaszcza że on sam wtedy się tym zajmował i pracowalibyśmy pod jego osobistym kierownictwem. Niestety, nasza wiedza o analizie obliczalnej była równa zeru i z żalem musieliśmy zrezygnować z tej oferty. Pozostały nam układy dynamiczne.

Zaraz po rozmowie z Kołmogorowem wzięliśmy się do studiowania podstawowych książek z teorii ergodycznej (Halmos) i z klasycznych układów dynamicznych (Stiepanow, Niemycki), aby zobaczyć, co to jest za teoria. I spodobała się nam od pierwszego momentu. Opiekunem naszym został J. G. Sinaj, z którym do dziś pozostajemy w bliskich kontaktach i z którym wiąże nas głęboka przyjaźń. Ale nasze początki na tej nowej niwie nie były wcale łatwe. Mając doktoraty zrobione na Uniwersytecie Warszawskim, byliśmy na poziomie studentów trzeciego kursu w MGU. Chodziliśmy więc na wykłady dla III kursu, studiowaliśmy podręczniki i bardzo wstydziliśmy się naszej niewiedzy. Z pojęciem widma operatora i rozkładu spektralnego operatora unitarnego spotkałem się po raz pierwszy właśnie na stażu w Moskwie, choć studia ukończyłem w 1958 i zajmowałem się analizą funkcjonalną. Z K. Krzyżewskim o matematyce rozmawialiśmy mieszaniną polskiego i rosyjskiego. Do dziś jeszcze pozostało mi coś z tego; gdy mowa jest o przeliczalnie krotnym widmie lebesgue'owskim, w głowie przelatuje mi myśl: „aha, chodzi o scziotnokratnyj liebegowskij spiektr".

Po powrocie z rocznego stażu zaczęliśmy się już orientować, o co chodzi w teorii układów dynamicznych, ale daleko nam było do możliwości podjęcia własnych prac w tym zakresie. Profesor Mazur wysłuchał naszych kłopotów i zapytał: „Czy Sinaj nie przyjechałby na dłuższy czas do Warszawy?" Jasza Sinaj bardzo się ucieszył z wiadomości, że Uniwersytet Warszawski zaprasza go na semestr. No i wiosną 1967 przyjechał; był u nas trzy miesiące. W Warszawie miał dla nas więcej czasu niż w Moskwie. Poza wykładem z teorii ergodycznej miał seminarium z układów dynamicznych. Prywatnie godzinami rozmawialiśmy o matematyce. Jasza podsunął nam problemy z jednowymiarowej dynamiki. Zagadnienia te nie były tak modne jak dziś, ale Sinaj już wtedy twierdził, że to jest przyszłość układów dynamicznych. Nawiasem mówiąc, byliśmy blisko odkrycia roli pochodnej Schwartza dla rzeczywistej dynamiki jednowymiarowej (zrobił to D. Singer dziesięć lat później). Wykłady Sinaja zostały skrupulatnie zanotowane przez ówczesnego studenta UW J. Strelcyna i wydane jako skrypt UW. W dwa lata później skrypt ten został przetłumaczony na angielski w uniwersytecie w Aarhus (Dania).

Sinaj przyjechał do nas jeszcze raz w roku następnym, wiosną 1968, ale już tylko na sześć tygodni. W tym czasie udowodniliśmy z Krzyżewskim nasze pierwsze twierdzenie z układów dynamicznych (o istnieniu miar niezmienniczych, absolutnie ciągłych, dla tzw. przekształceń rozszerzających na rozmaitościach zwartych, opublikowane w *Studia Mathematica*). Ceną zmiany problematyki badawczej z analizy funkcjonalnej na układy dynamiczne był

okres czterech lat wytężonych studiów, bez uzyskania ani jednego własnego liczącego się rezultatu.

W końcu lat sześćdziesiątych i w początku lat siedemdziesiątych prowadziliśmy liczne seminaria i wykłady z szeroko pojętej analizy matematycznej. Dopiero w późniejszym czasie przechodziliśmy do zagadnień z układów dynamicznych. Była to naturalna droga, gdyż cała teoria wywodzi się z zastosowań matematyki do mechaniki, biologii i wielu innych działów nauki i nie powinno się uczyć tej teorii w oderwaniu od jej korzeni. Należy podkreślić, że żaden z nas dwóch z osobna nie byłby w stanie zorganizować grupy młodzieży interesującej się układami dynamicznymi. Wspólnym wysiłkiem nas obu udało się przyciągnąć kilku bardzo uzdolnionych młodych ludzi: M. Misiurewicza, M. Krycha, Feliksa Przytyckiego, M. Wojtkowskiego. Z naszego zespołu ubył J. Strelcyn, który wyemigrował w 1969 r. do Francji. Do dziś mamy z nim bardzo bliskie kontakty naukowe i prywatne.

Ukoronowaniem tego okresu naszej pracy była międzynarodowa konferencja z teorii układów dynamicznych, która odbyła się w 1977 r. w Warszawie (opisana w artykule F. Przytyckiego, *Wiadom. Mat.* 22, str. 85–89). Pomysł zorganizowania jej nie wyszedł od nas, nie ośmielilibyśmy się z tym wystąpić; propozycję taką wysunął prof. K. Jacobs z Erlangen (RFN).

Drugą imprezą międzynarodową zorganizowaną przez warszawską grupę układów dynamicznych był semestr w Centrum Banacha jesienią 1986 r. Wzięło w nim udział 161 uczestników, w tym 121 z zagranicy. Przyjechali tak wybitni matematycy, jak G. Margulis (ZSRR, laureat medalu Fieldsa z 1978 r.), A. Katok (USA), G. Roussari (Francja). Kierownikiem semestru był K. Krzyżewski, a poważną część trudu kierowania pracami semestru wziął na siebie F. Przytycki, sekretarz semestru.

Obecnie zespół układów dynamicznych w Warszawie liczy 24 osoby, w tym 5 doktorów habilitowanych (1 profesor i 4 docentów), 9 doktorów i 5 magistrów (wszyscy mają już swoje własne oryginalne wyniki); do tego dochodzi 2 studentów także mających własne wyniki. Ponadto do tej grupy doliczyć należy jeszcze trzy osoby przebywające na stałe za granicą. Średnio raz na dwa lata dołącza do tego zespołu ktoś z utalentowanych absolwentów. Większość członków grupy pracuje na UW, ale są także i pracownicy SGGW, PW, IM PAN oraz jedna osoba w seminarium duchownym.

Zespół ten liczy się już w świecie. M. Misiurewicz i F. Przytycki cieszą się zasłużonym uznaniem międzynarodowym, są zapraszani na wszystkie ważne konferencje (w tym na całe semestry), przebywali długie okresy w takich prestiżowych ośrodkach, jak *Institut des Hautes Etudes Scientifiques* we Francji, *Instituto de Matematica Pura e Aplicada* w Brazylii czy *University of Warwick* w W. Brytanii. M. Misiurewicz został zaproszony do wygłoszenia sekcyjnego odczytu na Międzynarodowym Kongresie Matematyków w Warszawie w 1983 (z układów dynamicznych odczyty mieli wówczas również: R. Mañe z IMPA, A. B. Katok z Caltech, G. E. Sell z Minnesoty i A. Lasota

z Uniwersytetu Śląskiego). W dziedzinie dynamiki jednowymiarowej M. Misiurewicz zaliczany jest do ścisłej czołówki światowej. Pozostali koledzy mogą również pochwalić się rozwiązaniem istotnych problemów, z których wiele było przez długi czas na liście zagadnień nie rozwiązanych i uznanych za trudne. Na uwagę zasługuje świetna habilitacja dra H. Żołądka na UW (1987); jego rozprawa spotkała się z entuzjastyczną wręcz opinią W. I. Arnolda, który napisał w recenzji, że „praca ta zamyka pewien rozdział badawczy". M. Misiurewicz jest członkiem zespołu redakcyjnego *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, najpoważniejszego w świecie pisma z tej dziedziny matematyki. Ponadto M. Misiurewicz i F. Przytycki są członkami zespołu redakcyjnego nowego pisma *Dynamics Reports*.

Obecnie tematyka badawcza grupy warszawskiej koncentruje się głównie na następujących zagadnieniach: (1) dynamika przekształceń odcinka i okręgu, ze szczególnym uwzględnieniem zagadnień ergodycznych; (2) dynamika odwzorowań wymiernych sfery Riemanna oraz dynamika funkcji całkowitych na płaszczyźnie zespolonej; (3) bilardy i anty-bilardy; (4) osobliwości pól wektorowych i ich bifurkacje (głównie w R^2); (5) pola wektorowe na rozmaitościach niezwartych; (6) zaburzenia losowe układów dynamicznych; (7) zastosowania teorii układów dynamicznych do zagadnień biologicznych.

Poza Warszawą jest jeszcze kilka zespołów zajmujących się teorią układów dynamicznych i teorią ergodyczną: są zespoły w Katowicach, Krakowie, Toruniu i we Wrocławiu. Grupy te mają również wiele osiągnięć liczących się w świecie.

Tak mniej więcej przedstawia się historia i stan obecny warszawskiej grupy układów dynamicznych w momencie jej „srebrnego wesela". Następne podsumowanie – już na „złote gody" – napisze pewnie już ktoś inny.