ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXVIII (1990)

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

ZBIGNIEW SEMADENI (Warszawa)

Raport o nauczaniu matematyki w klasach początkowych

Część I. Geneza i założenia obecnego programu

Rzut oka wstecz. Nie sposób zrozumieć obecnej sytuacji bez krótkiego choćby przeglądu zmian, które dokonały się w ostatnim ćwierćwieczu w Polsce.

W dziesięcioleciu 1965–1975 przez większość krajów świata przeszła fala reform nauczania matematyki; prowadzone one były na ogół w duchu (lub pod hasłami) tzw. „nowej matematyki". Rzecznicy zmian w nauczaniu początkowym chętnie powoływali się też na autorytet psychologa szwajcarskiego J. Piageta (nieraz dość dowolnie interpretując jego idee). Syntetyczna ocena reform dokonanych w tych latach jest bardzo trudna, m.in. dlatego, że ich realizatorzy często podkładali różne treści pod podobnie brzmiące hasła.

Wszędzie punktem wyjścia była słuszna krytyka tradycyjnych metod nauczania, przestarzałych programów i niezadowalających wyników. Nauczyciele oczekiwali lepszych metod i lepszych programów. Lansowano rozmaite ważne i płodne idee, odkryto fascynujące metody przybliżania dzieciom trudnych dla nich zagadnień. Wiele z tych zdobyczy na trwałe weszło do szkoły. Popełniono jednakże przy tym przeróżne błędy, z których najpoważniejszym było to, iż zbytnio wierzono w możliwość poprawienia sytuacji zabiegami administracyjnymi, układaniem rezolucji na konferencjach, opracowywaniem nowych pomocy dydaktycznych, publikowaniem radykalnie zmienionych podręczników. Choć systemy oświatowe były różne i choć szkoły okazały się różne, wszystkie jednak reagowały obronnie na reformy przygotowane z dala od nich. Projekty zmian nie mające autentycznego poparcia nauczycieli, opracowywane bez ich aktywnego udziału, były z góry skazane na niepowodzenia. W efekcie wiele pięknych idei nie zostało zrealizowanych. Z bogatej literatury na ten temat wymienię [1], [3], [4], [9].

Z drugiej strony, cały ów okres poszukiwań i wysiłków okazał się bardzo ważny dla dydaktyki matematyki jako dziedziny wiedzy. Dokonał się tu ogromny postęp, zarówno w wyniku rozmaitych ciekawych eksperymentów badawczych, jak i analizy doznanych niepowodzeń. Głębiej i bardziej wszech-

stronnie pojęto proces nauczania – uczenia się matematyki, a także ograniczoność naszej wiedzy oraz istniejące uwarunkowania społeczne. Coraz wyraźniejsze stawało się to, że *główną przyczyną złych wyników nauczania matematyki w klasach najmłodszych jest to, że szkoła ogranicza się do autorytarnego nauczania, nie doceniając uczenia się opartego na samodzielnym myśleniu i eksperymentowaniu przez dzieci.*

Wiadomo dziś (patrz np. [2], [20], [21]), iż dziecko myśli tak, jak potrafi w danym momencie swego rozwoju, zgodnie ze swoją dziecięcą logiką. Swe pojęcia kształtuje z dużym nakładem wysiłku umysłowego (nie zawsze zauważanego) i nie potrafi na ogół rozumować tak, jak dorosły. Z tego powodu nie należy dzieciom przekazywać matematyki jako gotowego produktu z gotowymi regułami. Większość dzieci nie potrafi pogodzić narzucanego im obcego sposobu myślenia ze swoim własnym. Zmuszone są w ten sposób do rezygnacji z samodzielnego myślenia i do mechanicznego zapamiętywania schematów (później nawet bez próby zrozumienia ich), co z konieczności prowadzi do wiedzy spaczonej i bezużytecznej.

W Polsce w latach sześćdziesiątych zdawano sobie sprawę, że programy są przestarzałe, a wyniki nauczania niezadowalające. Oto miarodajna opinia z tego okresu: *Rozwiązywanie zadań odbywa się pod kierownictwem i przy dużej pomocy nauczyciela lub kilku, stale tych samych uczniów. Myślową bierność pozostałych maskuje ich mechaniczna aktywność, polegająca na przepisywaniu do zeszytów tego, co jest napisane na tablicy* (...) *Pozostawieni sami sobie wykonują niewłaściwe działania* (...) *Zdecydowana większość uczniów nie umie rozwiązywać samodzielnie nie tylko nowych zadań, lecz nawet powtórzyć, jak się rozwiązuje zadania dokładnie opracowane przed kilku tygodniami w klasie* ([8], str. 215). Szeroko zakrojone badania przeprowadzone w czerwcu 1966 na próbie 1000 szkół i 30852 uczniów klas IV przez Centralny Ośrodek Metodyczny [15] potwierdziły niezadowalające postępy sporej części uczniów, np. okazało się, że aż 18% uczniów nie dało poprawnej odpowiedzi na bardzo łatwe pytanie: *Napisz liczbę o 9 większą od 80.*

Przygotowania do reformy programu nauczania początkowego matematyki zaczęły się pod koniec lat sześćdziesiątych. Projekt nowego programu opublikowano w 1971 r.; wprowadzono go do szkół w 1975 r. Zasadnicza struktura tego programu obowiązuje do dziś, z jednym bardzo istotnym wyjątkiem: projekt z 1971 przewidywał, że po klasie III tematy arytmetyczne będą kontynuowane i utrwalane w klasie IV. Tego później zabrakło. W projekcie dziesięciolatki klasa IV miała pełnić inną funkcję, i tak już zostało. W latach 1978, 1981, 1983 i 1987 do programu klas I–III wprowadzono różne drobne zmiany (niektóre z nich polegały na kasowaniu poprzednich poprawek). W sumie obecny program jest znacznie bardziej wyważony niż jego wersje z lat siedemdziesiątych, w szczególności sporo mniej ważnych tematów zostało wykreślonych. Znacznie dojrzalsza jest dziś interpretacja tego programu, zarówno w samym tekście dokumentu, jak i w istniejących publikacjach.

Założenia obecnego programu dla klas I–III. Najważniejszą zmianą, którą przyniosła reforma nauczania początkowego matematyki z lat siedemdziesiątych, jest rezygnacja z nieskutecznego dzielenia materiału na drobne porcje i wyuczania dzieci po kolei każdej z osobna. W miejsce opierania nauczania na wytwarzaniu u ucznia nawyków rachunkowych w drodze wielokrotnego powtarzania tych samych schematów postuluje się, by uczeń rozumiał (oczywiście na swoim poziomie) *sens* wykonywanych rachunków i na tej podstawie nabył umiejętność liczenia.

Znacznie większy nacisk kładzie się na wykonywanie *konkretnych czynności* przez ucznia. Proponuje się też stosowanie w nauczaniu odpowiednio dobranych *problemów*, interesujących dla uczniów, przedstawianych im konkretnie i rozwiązywanych początkowo przez manipulacje przedmiotami lub ich wyobrażeniami. Dopiero na tej podstawie powinno się przechodzić do wykonywania działań arytmetycznych na liczbach. Program zachęca również do stosowania różnorodnych *form pośrednich* (m.in. środków graficznych, takich jak drzewa, grafy, tabelki itp.) ułatwiających dziecku przejście od konkretnego działania do abstrakcyjnych pojęć, rozumowań i formuł.

Obecny program *zakłada, że dziecko osiągnęło początki operacyjności rozumowania* (na poziomie konkretnym). Nie jest to wprawdzie powiedziane *explicite* w tekście programu, wynika jednak jednoznacznie z doboru treści i z uwag o realizacji, w szczególności z nacisku na łączenie działań arytmetycznych z działaniami odwrotnymi. Sądzę, że od tej cechy programu trudno byłoby odstąpić. Myślenie matematyczne jest w swej istocie operacyjne. Dostosowywanie jednego, ogólnie obowiązującego programu do mniejszości uczniów nie będących jeszcze w stanie myśleć operacyjnie krzywdziłoby pozostałą większość. Jedynym rozwiązaniem jest większa elastyczność programów.

Odrzucono dawniejszą praktykę „usztywniania" rozumowania dzieci przez uczenie ich tylko jednej, ściśle określonej metody wykonywania obliczeń. Uczniowie powinni być zachęcani — w okresie, gdy kształtują się u nich pojęcia i umiejętności rachunkowe — do stosowania różnych metod obliczania wyniku danego działania arytmetycznego. Ma to przyczynić się do *elastyczności ich myślenia*, a zarazem wstępnie przygotowywać ich do rachunków algebraicznych, z którymi spotkają się w klasach starszych. Przykładem może tu być obliczenie $13+8-3 = 10+8 = 18$, oparte na kompensacji $+3$ i -3. Jest ono dostępne dzieciom pod warunkiem, że się to przedstawi na konkretach. W dawnym nauczaniu takich obliczeń w ogóle nie było, a trzymanie się sztywnych schematów prowadziło do trudniejszego rachunku: $13+8 = 13+7+1 = 21$, $21-3 = 21-1-2 = 18$.

Najważniejsze jest to, by uczniowie wykonując jakieś obliczenie robili to świadomie, z przekonaniem o słuszności swego postępowania, a nie ograniczali się do mechanicznego stosowania wyuczonych reguł.

Duży nacisk kładzie się na *zadania tekstowe*, i to nie tylko na ich *roz-*

wiązywanie, ale też i na ich samodzielne *układanie* przez uczniów (np. do danej formuły $3+5=8$). Dopuszcza się nawet dawanie uczniom zadań mających *celowe defekty sformułowania* (np. nadmiar lub niedomiar danych, dane sprzeczne itp.), aby stworzyć konflikt poznawczy i osiągnąć przez to lepsze zrozumienie przez uczniów, czym jest zadanie tekstowe, oraz przyczynić się do bardziej uważnego i krytycznego czytania i analizowania tekstów zadań.

Program nauczania jest *spiralny*; zakłada wcześniejsze przygotowywanie ucznia do podstawowych pojęć przez wykonywanie odpowiednio pomyślanych ćwiczeń propedeutycznych na konkretach, poprzedzających (nieraz o wiele miesięcy) wprowadzenie nazw i symboli.

Bardzo ważne jest wyraźne odróżnienie w programie *treści podstawowych*, które powinny być należycie i w sposób trwały opanowane przez uczniów, od *treści uzupełniających*. Te ostatnie służą pogłębianiu i lepszemu opanowaniu materiału podstawowego. Wyróżnia się trzy funkcje tematów uzupełniających: *wspierającą* uczenie się materiału podstawowego, *propedeutyczną* (wstępne zbieranie doświadczeń potrzebnych później) i *stymulującą* rozwój umysłowy ucznia. Dawniej wszystko, co program wymieniał, miało być długo ćwiczone (niestety, znaczna część nauczycieli przeniosła ten sposób myślenia do nowego programu, traktując treści uzupełniające tak, jak gdyby trwałe ich opanowanie obowiązywało ucznia).

Wiele osób nie zdaje sobie sprawy z faktu, że mimo licznych zmian w programie *zasadniczy szkielet arytmetyczny podstawowych treści obecnego programu niewiele różni się od tego, co obowiązywało w latach sześćdziesiątych* (kwestię tę rozwinę poniżej).

Na początku klasy I i na początku klasy II program przewiduje propedeutyczne ćwiczenia klasyfikacyjne związane z wyróżnianiem rozmaitych zbiorów, jednakże – wbrew obiegowym opiniom – zbiory zajmują stosunkowo drobną część materiału nauczania (na około 2 początkowe tygodnie w klasie I i tyleż w klasie II).

Znacznie więcej (niż do 1975 r.) jest obecnie geometrii (jakkolwiek jest mniej niż w roku 1930). Wprowadzono do nauczania m.in. sieć kwadratową (konkretyzowaną przez kołki geoplanu lub kratki), rozpoznawanie linii prostopadłych i równoległych oraz obliczanie obwodu prostokąta.

Dyskusyjna jest proporcja ilościowa treści podstawowych do uzupełniających. Słychać głosy, że tych drugich jest za dużo.

Część II. Ocena wyników reform

W ocenie tej wydzielę 5 elementów: 1) ocena obecnych podręczników i pomocy naukowych, 2) ocena, jak program jest realizowany przez nauczycieli, 3) ocena trudności programu, 4) analiza niepowodzeń szkolnych, 5) próba porównania obecnej i dawnej wiedzy uczniów w klasach początkowych. Choć są to sprawy ściśle ze sobą powiązane, należy je analizować osobno, aby mieć

pełniejszy obraz, co może być przyczyną, a co skutkiem obserwowanych zjawisk.

Podręczniki, pomoce naukowe. W ostatnim piętnastoleciu podręczniki matematyki dla klas początkowych zmieniły się bardzo. Nie wszystkie były zresztą udane, i to w znacznym stopniu przyczyniło się do fałszywych wyobrażeń o nowym programie. W szczególności w niektórych podręcznikach z lat siedemdziesiątych było dużo materiału nie przewidzianego przez program. Ponadto po każdej korekcie programu trzeba było wielu lat, nim zmiany te znalazły odbicie w podręcznikach. Obecnie notujemy już znacznie lepszą zgodność podręczników z programem. Pod pewnymi względami są one lepsze niż w wielu innych krajach, jakkolwiek zarzucić im można, że nie zawsze odpowiednio stopniowane są trudności([1]), a także zdarzają się w nich zadania wykraczające poza program i w żaden sposób nie oznakowane([2]). Nadal pracuje się nad ulepszaniem podręczników, potrzeba na to jednak wielu lat spokojnej pracy. Dorobiliśmy się także serii bardzo szczegółowych książek dla nauczyciela([3]).

W latach siedemdziesiątych zaczęto wydawać w Polsce zeszyty ćwiczeń do klasy I, II i III. Ma to ogromne znaczenie dla procesu nauczania i powinno być kontynuowane, pomimo trudności z papierem. Niestety z powodów ekonomiczno-organizacyjnych zaniechano wydawania podręczników równoległych.

Wprowadzaniu reformy w latach siedemdziesiątych towarzyszyła produk-

---

([1]) Na przykład, na str. 48 najnowszego podręcznika dla klasy I pojawiają się (bez uprzedniego przygotowania): grafy (proste i odwrotne), tabelki funkcyjne (też dla działań prostych i odwrotnych), grafy dla działań złożonych oraz tabelki ze zmiennymi w postaci △, ○ i □. Tyle nowego materiału na jednej stronie!

([2]) Na przykład, na str. 93 zeszytu ćwiczeń dla klasy III (wydanie I, 1987) wśród zadań do samokontroli (z poleceniem: *Wykonaj zupełnie samodzielnie następujące zadania*) znajdują się zadania z działaniami trudniejszymi od wymienionych przykładowo w programie, w tym jedno zadanie wymagające dzielenia przez ułamek $\frac{2}{3}$.

Inny przykład: w programie klasy III czytamy: „Bardzo proste przypadki pamięciowego dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia" (w zakresie miliona), oraz do tego komentarz: „W klasie III nie przewiduje się wykonywania obliczeń w zakresie miliona poza tymi, które pogłębiają rozumienie zapisu pozycyjnego, np. $450\,000 + 372 = 450\,372$, $2 \cdot 100\,000 = 200\,000$". Natomiast w podręczniku do klasy III znajdujemy zadania takie jak np. pamięciowe dodawanie (str. 124):

$$545\,000 + 325\,000 + 224\,000 = .$$

Członkowie PTM mogą zastanowić się, jaka jest prawidłowa odpowiedź na pytanie: *Ile boków ma koło?* postawione w zeszycie ćwiczeń do klasy III szkoły podstawowej, str. 62. Odpowiedzi uczniów są rozmaite: jeden, dwa, bardzo wiele, zero. Rodzice szukają wskazówek w podręczniku i znajdują jedynie stwierdzenie, że trójkąty i czworokąty to „figury, których bokami są odcinki".

([3]) Wyszły już tomy dzieła zbiorowego [12], opartego na wykładach NURT z lat 1975–1977, pięknie wydane przez WSiP (wielokolorowy druk). Tomy 1 i 2 mają być wznowione.

cja wielu znakomitych pomocy dydaktycznych (klocki, geoplany itp.) dla klas I–III. W ostatnich latach wiele z tych pomocy nie można było nabyć, toteż nowsze szkoły nie mają ich w ogóle, a w starszych zaczyna ich brakować, bo straty nie są odnawiane. Jest to sytuacja wysoce niepokojąca, gdyż zwiększa werbalizm nauczania.

Ocena realizacji programu w praktyce szkolnej. Program zakłada spójność treści nauczania, używanego języka i metod nauczania. Jednakże w praktyce szkolnej do pełnej spójności jeszcze daleko. M.in. nie udało się dotąd przezwyciężyć wieloletnich przyzwyczajeń nauczycieli do wyuczania wszystkiego, co napisane w podręczniku, i domagania się od dzieci dosłownego powtarzania podanych sformułowań bez zwracania należytej uwagi na to, co dziecko z tego pojmuje. Ponadto program opiera się na założeniu operacyjności rozumowania uczniów i w tej samej konwencji opracowano podręczniki, jednakże znalazło to tylko częściowy wyraz w nauczaniu.

Wiadomo, że istnieje silna korelacja między poziomem wiedzy nauczyciela a reprezentowaną przez niego postawą. Nie rozwijam tu sprawy matematycznych kwalifikacji nauczycieli klas I–III, bowiem nie widzę, w jaki sposób można by szybko osiągnąć znaczącą poprawę w tym zakresie. Jedno jest pewne: nie załatwi tego tradycyjne dokształcanie nauczycieli; musi to być łączone z autentyczną aktywizacją ich myślenia.

Nie poruszam tu też znanych bolączek (takich jak np. przeludnione klasy). Za najważniejszy uważam problem *niewłaściwych metod nauczania i wadliwych postaw pedagogicznych* (o tej drugiej sprawie wiele ostatnio się pisało). Zasygnalizuję tu kilka problemów o fundamentalnym znaczeniu.

Prawo ucznia do błędu – to sprawa, której się ostatnio poświęca coraz więcej uwagi. Pomimo ogromnej wagi tego problemu nie będę go tu rozwijał, sprawa bowiem w równym stopniu dotyczy klas starszych.

Ściśle związana z tym jest inna sprawa: Nauczyciel zbyt rzadko stara się zrozumieć, co dziecko chce powiedzieć; typowe jest oczekiwanie na pewne sformułowanie – to, na które nauczyciel z góry się nastawił. Myśl dziecka nie odpowiadająca temu oczekiwaniu jest najczęściej odrzucana bez uważnego wysłuchania go do końca, zwłaszcza gdy ma ono trudności ze sformułowaniem swych myśli. Wynika to m.in. z braku elastyczności myślenia nauczyciela, a to z kolei jest efektem sztywnych form nauczania, jakim on sam podlegał, gdy był dzieckiem czy studentem.

Sytuację pogarsza jeszcze głęboko zakorzenione przeświadczenie, że nauczyciel ma zawsze rację. Gdy do tego dochodzi skłonność do trzymania się schematów, pojawiają się konflikty z tymi uczniami, którzy przedstawiają jakieś nietypowe rozumowanie; wieści o konfliktach dochodzą do rodziców i – niezależnie od ich reakcji – sprawa ma zawsze negatywne skutki wychowawcze.

Nauczyciele (w dobrej wierze) stale i uporczywie domagają się od dzieci, by

mówiły „pełnymi zdaniami" i nie zadowalają się naturalnymi, krótkimi odpowiedziami, w tym także odpowiedziami uznanymi za najzupełniej normalne u dorosłych, jak np. „tak" lub „cztery". Powoduje to przerywanie myśli dziecka i wybijanie go z toku rozumowania. Umiejętność mówienia pełnymi zdaniami jest niewątpliwie bardzo ważna, lecz sprawa ta nie może przesłaniać tego, co w matematyce najważniejsze: spójności rozumowania (ćwiczenie mówienia można połączyć z powtarzaniem i utrwalaniem zrozumianego już przez dziecko materiału).

Nieraz zmusza się dzieci do *pozornych ułatwień metodycznych*, niepotrzebnych im w danym momencie, np. w sytuacji, gdy dla ucznia klasy I jest oczywiste, że $14-3=11$ (i potrafi to sensownie wyjaśnić), nauczyciel wymusza napisanie w zeszycie ciągu równości

$$14-3=10+(4-3)=10+1=11,$$

których sensu uczeń nie rozumie. Podkreślić należy tu, że krytyka dotyczy tu nie tego akurat ciągu równości, lecz faktu *zmuszania ucznia do pisania czegoś, co nie ma dla niego sensu*, i tym samym ignorowanie jego własnego myślenia.

Sprawa pozornych ułatwień jest słabo zbadana i nie poświęca się jej dość uwagi. Wiara w to, że wykonywanie przez ucznia wszystkich kolejnych kroków ułatwia mu zrozumienie metody postępowania, jest szeroko rozpowszechniona, choć wiele wskazuje na to, że bywa akurat odwrotnie. Ja sam dopiero niedawno (pod wpływem uwag Aleksandry Urbańskiej, doświadczeń moich magistrantek i własnych obserwacji) zrozumiałem, iż często uczniowi klas początkowych łatwiej jest samodzielnie wykonać jakieś obliczenie niż zrozumieć, w jaki sposób ma wykonywać pośrednie kroki (to drugie wymaga wniknięcia w nasze intencje dydaktyczne). Przykładów można dać wiele, takich jak powyższe obliczenie różnicy $14-3$. A oto inny, szczególnie ważny przykład. Rozważmy trzy typy równań i *zwykły* sposób ich rozwiązywania:

(a) $x+6=10, \quad x=10-6, \quad x=4;$

(b) $11-x=8, \quad 8+x=11, \quad x=11-8, \quad x=3;$

(c) $7\cdot x=42, \quad x=42:7, \quad x=6.$

Równania typu (a) pojawiają się obecnie w klasie I, równania typu (b) w klasie III, równania typu (c) w klasie II. Po reformie 1975 roku równania typu (b) były jakiś czas w klasie I i II, skąd je usunięto, bo sprawiały olbrzymie kłopoty. W klasach I–II pozostały równania typu (a) i (c), a podręczniki jako wzorzec rozumowania podają wyżej napisane przekształcenia. Otóż uczniowie często są w stanie rozwiązać równania (a), (b), (c) w pamięci, a nauczyciele to zwalczają (zapewne jako „zgadywanie") i domagają się przekształcania równań. Paradoks polega na tym, że ci mali uczniowie rozumują poprawnie (w sposób zbliżony do rozumowania matematyka!), a nauczyciele to kwestionują. Używając naszego języka powiemy, że uczeń uznaje, iż x jest rozwiązaniem

równania, *bo spełnia to równanie*; w ich języku w przypadku równania (a) brzmi to: „$x = 4$, *bo* $4+6 = 10$". Sprawa ta omówiona była w [13], str. 183, teraz jednak rozdźwięk między naturalnym rozumowaniem ucznia a narzucanym mu przez szkołę widzę bardziej wyraźnie, okazuje się bowiem, że rozumowanie przez podstawianie jest zjawiskiem powszechnym([4]); w szczególności zdarza się, że uczeń błędnie przekształca równanie (bo to jest dla niego trudne), ale ma poprawną odpowiedź, którą znajduje w pamięci wprost z równania.

W równaniu (c) etap pośredni $x = 42 : 7$ wydaje się nam zupełnie oczywisty. Spróbujmy jednak przeanalizować kolejne operacje, które uczeń ma wykonać. Nie potrafi on (my też) rozdzielić w pamięci 42 kasztanów na 7 równych części. Musi odwołać się do zapamiętanych iloczynów, do tabliczki mnożenia, do tego, że $7 \cdot 6 = 42$, i przekształcić to na $42 : 7 = 6$. Tak więc każe się uczniowi zamienić szukanie niewiadomego czynnika na dzielenie po to tylko, aby on za chwilę w pamięci sprowadzał dzielenie do szukania niewiadomego czynnika. Przejście od niewiadomego czynnika do dzielenia opłaca się dopiero przy liczbach wielocyfrowych, gdy nie odwołujemy się już do zapamiętanych iloczynów, lecz stosujemy algorytm dzielenia.

Mógłby ktoś rzec, że w takim razie równanie z literą x jest tu zupełnie zbędne. Sprawa nie jest jednak taka prosta, bowiem z kolei obserwowane były sytuacje, w których sama konieczność określenia, czym jest niewiadoma, a potem napisanie równania ułatwiało uczniowi zrozumienie i rozwiązanie zadania tekstowego. Innymi słowy, x jest tu pewną „podpórką" przy matematyzacji zadania. Natomiast w początkowym okresie *nie powinno się wymagać od uczniów przekształcania równań* (to powinno następować później, dopiero przy trudniejszych równaniach, gdy nie da się znaleźć rozwiązania w pamięci). Z drugiej jednak strony jest dla mnie oczywiste, że ogromnie trudno będzie przekonać nauczycieli o słuszności proponowanego tu podejścia, innego niż to, które stosuje się w klasach starszych. Być może jedynym wyjściem będzie rezygnacja z litery x w I klasie i pisanie równań w postaci $\square + 6 = 9$.

Zatrzymaliśmy się dłużej na sprawie równań, gdyż jest ważna, mało znana i dość charakterystyczna. Z innych spraw szczególnie niepokojące jest pojawienie się w ostatnim dziesięcioleciu takich zjawisk jak nadmiar klasówek, stawianie dwójek uczniom klasy I, którzy opacznie zrozumieli polecenie lub wykonali niewłaściwy rysunek, oraz domaganie się (na wywiadówkach, a czasem i w specjalnych listach), by rodzice przerobili z dzieckiem jakiś dział programu!

Ocena trudności programu matematyki dla klas I–III i przeciążenia uczniów. Jest to sprawa kluczowa i przy rozważaniu jej należy wziąć pod uwagę wszystkie czynniki. Niewątpliwe jest, że pierwotny program z 1975 r.

([4]) Zjawisko to ujawniło się wyraźnie w badaniach B. Moczulskiej i B. Sikorskiej, prace magisterskie na Wydziale Mat. Inf. Mech. UW, 1988.

(i w jeszcze większym stopniu program z 1978 r.) zawierały za dużo materiału i że pewne tematy były tam zbyt trudne. Dyskusyjne jest natomiast, czy obecnie nadal program – gdy jest właściwie interpretowany i realizowany – jest rzeczywiście zbyt obszerny i zbyt trudny.

Na przykład, materiał podstawowy klasy I (tzn. ten, którego opanowania ma się wymagać od ucznia już w klasie I) to: liczenie przedmiotów, stwierdzanie, gdzie jest ich więcej, praktyczne posługiwanie się liczebnikami porządkowymi (pierwszy, drugi itp); pisanie i czytanie liczb od 0 do 20, porównywanie takich liczb z użyciem znaków $<$, $>$, $=$, dodawanie, odejmowanie i rozkładanie na składniki w tym zakresie, rozwiązywanie i układanie prostych zadań tekstowych; mierzenie odcinków za pomocą linijki z podziałką centymetrową i porównywanie ich długości; poznanie zapisu liczb do 100 i porównywanie takich liczb (ale bez działań na nich); nazwy dni tygodnia i ich kolejność, liczenie pieniędzy. I to już wszystko. *Prawie to samo co 20 lat temu.* Pozostałe tematy mają być przerabiane w taki sposób, by uczniowie rozumieli sens wykonywanych przez nich w danym momencie *czynności*, ale nie jest wymagane, by na następnej lekcji czy w domu umieli to powtórzyć. Innymi słowy, *odpytywanie i klasówki powinny dotyczyć tylko materiału podstawowego*, a jeżeli nauczyciel wymaga więcej, czyni to wbrew programowi. Dla przykładu, w klasie I mnożenie – to materiał propedeutyczny, równania – to materiał wspierający (służy lepszemu zrozumieniu, czym jest zadanie tekstowe), a zbiory – to materiał stymulujący rozwój dziecka; z tekstu programu wynika, że nie należy uczniom stawiać ocen z żadnego z tych działów (chyba że piątki), bo nie zakłada się opanowania ich przez uczniów już w klasie I.

Proponuję pewną redukcję materiału. Na przykład, konieczne jest przesunięcie algorytmu mnożenia sposobem pisemnym przez liczby dwucyfrowe z klasy III do IV. Temat ten, trudny i czasochłonny, w roku 1983 znalazł się (po raz pierwszy w historii) w programie klasy III, być może przez pomyłkę; nie ma go zresztą w najnowszym podręczniku do klasy III. Zbyt trudne są też pewne tematy geometryczne, a w każdym razie należy wyłączyć z treści podstawowych „rozpoznawanie odcinków i ścian prostopadłych oraz odcinków i ścian równoległych" w klasie III, a także przemyśleć sprawę pojęcia odcinka w klasie I. Przeanalizować należy sprawę proporcji ilościowych treści podstawowych do uzupełniających i dokonać pewnych przesunięć na później (np. nawiasów i równań z klasy I do II).

W dyskusji nad zagadnieniem przeciążenia ucznia należy przede wszystkim zwrócić uwagę na *bardzo częste zjawisko zawyżania wymagań programu w trakcie jego realizacji.* Wymagania zawyżane były (i zapewne jeszcze są) przez administrację oświatową. W szczególności często niewłaściwie interpretuje się rolę tematów uzupełniających, rozliczając z nich nauczyciela tak, jak gdyby to były tematy podstawowe, przewidziane przez program do trwałego opanowania przez uczniów. W efekcie nauczyciele traktują tematy uzupełniające na równi z podstawowymi, przez co materiał staje się nie do zreali-

zowania. Zdarzało się też często, że w testach, które przychodziły do szkoły, znajdowały się zadania bardziej zaawansowane od tych, które przewidywał program. Ponadto, jak wspomniałem, zarzut zawyżania wymagań dotyczy też podręczników. I wreszcie nauczyciele klasy IV, mający bardzo dużo materiału do przerobienia i nie orientujący się często w specyfice nauczania początkowego, mają pretensje do swoich kolegów o niewystarczającą, ich zdaniem, wiedzę uczniów kończących klasę III; stwarzają w ten sposób wewnątrz szkoły naciski na zwiększanie zakresu materiału.

Z tych i innych powodów wielu nauczycieli klas I–III, bojąc się negatywnej oceny swej pracy, „śrubuje" poziom i wymaga od swych uczniów więcej, niż to przewiduje program. Do tego dochodzą nieraz ambicje rodziców, douczających na własną rękę swe dzieci.

W obecnych dyskusjach dotyczących przeciążenia uczniów mało zwraca się uwagi na *zwiększenie oczekiwań społeczeństwa pod adresem umiejętności uczniów*. W okresie, gdy znaczną część ludności stanowili analfabeci, opanowanie przez dziecko czterech działań arytmetycznych zadowalało rodziców. Dziś to nie wystarcza.

Czynnikiem, który ogromnie wpływa na przemęczenie dzieci i frustrację rodziców, jest *zadawanie prac domowych w klasach I–III bez uwzględniania realnych możliwości dzieci.* W programie czytamy, że zadania domowe z matematyki należy zlecać uczniom systematycznie, lecz w niewielkiej ilości; w klasie I albo w ogóle nie zadaje się pracy domowej, albo najwyżej na 15 minut pracy; w klasach II i III odrabianie lekcji z matematyki u niezbyt sprawnego ucznia nie powinno przekraczać 30 minut. Ponadto w programie czytamy, że zadania domowe mają służyć utrwalaniu materiału, który został zrealizowany w klasie i zrozumiany przez uczniów, głównie z zakresu treści podstawowych, przy czym zadania domowe mają być łatwiejsze od rozwiązywanych w klasie i nie powinno się zadawać materiału nowego po jednorazowym przerobieniu na lekcji. Praktyka jest jednak zupełnie inna. Dzieciom nagminnie zadaje się za trudne zadania. W szczególności obserwuje się to, że nauczyciel przerabia na lekcji tylko część strony z podręcznika i całą resztę zadaje do domu. Są to z reguły najtrudniejsze zadania na danej stronie, często z materiału uzupełniającego, który z powodzeniem mógłby być pominięty, gdy brak nań czasu. W ten sposób *szkoła spycha na dom część procesu nauczania* (jedną z konsekwencji tego jest upośledzanie dzieci z niższych warstw społecznych). Znalezienie sposobów na zahamowanie nadmiernego zadawania do domu jest bardzo ważnym zadaniem.

Ostrzej niż dawniej rysuje się problem pomagania dziecku podczas jego dłuższej choroby. Zadanie to spada na rodziców, którzy zazwyczaj nie wiedzą, jak to robić. Również nadgonienie braków po chorobie jest obecnie trudniejsze.

Bardzo dużo dla faktycznego (a nie formalnego) odciążenia klas I–III dałoby *uwzględnienie w klasie IV odpowiedniej ilości czasu na pogłębienie*

i utrwalenie pewnych zagadnień z klasy III, i to uważam za jeden z najważniejszych postulatów. Obecny program klasy IV milcząco zakłada, że wymienienie jakiegoś tematu w programie klasy III gwarantuje opanowanie go przez uczniów w sposób trwały i że nie trzeba go powtarzać. Jak wspomniałem, przyczynia się to do stawiania nadmiernych wymagań w klasie III. Jest to zresztą odbiciem ogólnej tendencji każdorazowego dostosowywania nauczania na niższym szczeblu do założonego modelu kształcenia na wyższym szczeblu, a nie do potrzeb ucznia (poczynając od dostosowywania przedszkola do programu szkoły, a kończąc na dostosowywaniu kształcenia nauczycieli do potrzeb kształcenia pracowników naukowych).

Niepowodzenia w uczeniu się matematyki. Będziemy tu mówić o niepowodzeniach dramatycznych, takich jak np. stopień niedostateczny na koniec roku i niemożność poprawienia go bez specjalnych zabiegów; większość stwierdzeń tej części opiera się na wynikach badań E. Gruszczyk-Kolczyńskiej [5], [6].

Podstawowe znaczenie przy niepowodzeniach w uczeniu się matematyki ma strona *emocjonalna*, przy czym zachodzi sprzężenie zwrotne: negatywne reakcje emocjonalne dziecka są skutkiem pierwszych niepowodzeń i zarazem główną przyczyną dalszych niepowodzeń dziecka. Można mówić o zjawisku *frustracji matematycznej*([5]). Konsekwencje takiej frustracji mogą być różne. U części uczniów objawia się ona strachem i silną niechęcią do matematyki, ale potrafią one w miarę normalnie funkcjonować i otrzymują promocję do następnej klasy. U innych, mniej odpornych uczniów frustracja powoduje blokadę myślenia z tendencją do rozszerzania się na pozostałe przedmioty szkolne. Wśród tych ostatnich zdarzają się dzieci wykazujące wyraźne zdolności matematyczne ujawniające się np. w trakcie gry, pod warunkiem jednak, że nie skojarzą sobie tej gry z matematyką szkolną; jedno nieopatrzne słowo może wywołać całkowitą blokadę i niemożność sensownej kontynuacji gry!

Jednym z głównych źródeł niepowodzeń w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych jest rozpoczynanie nauki szkolnej bez osiągnięcia dojrzałości operacyjnej rozumowania (w zakresie operacji konkretnych). Około jednej czwartej polskich dzieci nie osiąga dojrzałości operacyjnej przed 1 września w roku ich pójścia do szkoły. Dzieci te są zagrożone niepowodzeniami w uczeniu się matematyki, niemal na to skazane, *jeżeli nie udzieli się im specjalnej pomocy.*

Istnieje znaczna korelacja między zaburzeniami emocjonalnymi a niewłaściwymi warunkami środowiskowymi dziecka (np. brakiem poczucia bezpieczeństwa). Niepowodzeniom sprzyja też niedostateczna sprawność percepcyjno-motoryczna u dziecka (np. w sytuacji, gdy nie nadąża ono manualnie za innymi dziećmi).

Nie są natomiast niepowodzenia z matematyki wynikiem obniżonego po-

([5]) Słowo „frustracja" trafnie oddaje istotę tego zjawiska, por. [10].

ziomu rozwoju intelektualnego dziecka, a iloraz inteligencji nie jest tu właściwym wskaźnikiem diagnostycznym. Nie są też tego typu niepowodzenia bezpośrednim wynikiem zbyt trudnych programów nauczania. Tym dzieciom nie pomogłaby żadna sensowna redukcja materiału, bowiem przyczyny niepowodzeń leżą gdzie indziej. *Ogromną rolę mogłaby odegrać zmiana metod nauczania*: zamiast przekazywać gotową wiedzę (zakładającą, z konieczności, myślenie operacyjne u dziecka), nauczyciel w większym stopniu powinien organizować proces zdobywania doświadczeń przez dziecko, dostosowany do jego możliwości i specyfiki myślenia. Przede wszystkim powinien wspomagać naturalny proces rozwoju rozumowania dziecka (m.in. przez stwarzanie warunków dla wypowiadania przez nie jego własnych sądów). Natomiast uczenie przez powtarzanie niezrozumiałych dla dziecka sformułowań przyczynia się do regresu jego myślenia.

Dzieciom zagrożonym szkoła organizuje dodatkowe godziny zajęć wyrównawczych. Niestety, zajęcia te nastawione są zazwyczaj na ponowne, wolniejsze przerabianie materiału realizowanego przedtem na lekcji, bez zmiany metod i podejścia pedagogicznego. Zajęcia te nie usuwają więc przyczyn niepowodzeń i dlatego są nieskuteczne. Zaalarmowani rodzice szukają pomocy u korepetytorów, z reguły spóźnionej, gdy zaburzenia sfery emocjonalnej dziecka ogromnie utrudniają pomoc.

Działania korekcyjne powinny zmierzać do pożądanych zmian w procesach poznawczych i emocjonalnych dziecka oraz do rekonstrukcji jego systemu wiadomości i umiejętności matematycznych. Oto główne zasady takich działań: stawianie wymagań na miarę strefy najbliższego rozwoju (w sensie Wygotskiego [21], [22]); zasada bezwzględnej akceptacji dziecka i dobrego z nim kontaktu. Wbrew obecnej praktyce konieczne są zindywidualizowane zajęcia z *pojedynczymi* dziećmi; praca z grupą przynosi oszczędności pozorne, bo jej efekty są znikome.

Próba porównania obecnej i dawniejszej wiedzy uczniów w klasach I–III. Nie jest to zadanie łatwe, między innymi dlatego, że obecnie przy sprawdzaniu wiadomości stawia się znacznie większe wymagania (dostosowując je do nowego programu, i to nie tylko do treści podstawowych, lecz także uzupełniających). Wiele wskazuje na to, że – ogólnie biorąc – poziom wiedzy matematycznej uczniów podniósł się, a nie obniżył. W szczególności podniósł się przeciętny poziom świadomości matematycznej dzieci, rozumienia sensu wykonywanych rachunków. Technika rachunkowa w pewnych działach pogorszyła się (szczególnie odejmowanie i dzielenie), w innych pozostaje na tym samym poziomie([6]). Niepokojące są jednak inne zjawiska.

([6]) Stwierdzenie to opiera się na tych nielicznych badaniach (prowadzonych m.in. przez WSP Opole, WSP Kraków i ODN Warszawa), w których uczniowie dostali zadania identyczne z zadaniami dawanymi w trakcie innych badań 20 lat wcześniej.

Obserwuje się obecnie *rosnące zróżnicowanie szkół i nawet klas w szkole*, zależnie od tego, na jakiego nauczyciela dzieci trafią. Część nauczycieli umie wykorzystać możliwości, jakie daje im obecny program, podczas gdy inni pozostają przy dawnych nawykach metodycznych, nie do pogodzenia z właściwie rozumianym kształceniem matematycznym. Ponadto (tu dawniejsze obawy potwierdziły się) obserwuje się *większe rozwarstwienie poziomu uczniów w jednej klasie*: uczniowie zdolniejsi robią szybsze postępy, bo nie są hamowani przez dawny program, zmniejszyła się grupa uczniów średnich, a zarazem niepokojąco wzrosła liczba niepowodzeń z matematyki.

Wzrost liczby niepowodzeń jest konsekwencją wielu czynników. Zacznijmy od tego, że wielu dzisiejszych nauczycieli lekką ręką stawia dwójki (czasem za błahe sprawy). W latach sześćdziesiątych w klasach I–III unikano stawiania złych stopni. U wielu nauczycieli uczniowie otrzymywali rozmaite rodzaje piątek (z plusami, kropkami itp); ci, którym szło gorzej, dostawali czwórki, jeszcze gorsi – trójki. Nie powodowało to nadmiernych napięć u słabych uczniów i niejednemu z nich pozwoliło dotrwać do czasu, w którym rozwinęło się u niego rozumowanie operacyjne. Pomimo pozornej łagodności *przekazywanych uczniowi* ocen, nauczyciele orientowali się, kto nie daje sobie rady z matematyką, i wielu uczniów powtarzało klasę. Obecnie wprawdzie bardziej wnikliwie (z udziałem poradni) rozpatruje się każdy przypadek powtarzania klasy, ale zmiana polityki stawiania stopni wraz z podniesieniem wymagań zwiększyła liczbę sfrustrowanych dzieci, a to z kolei zwiększyło liczbę niepowodzeń.

Przerażające jest, jak wcześnie i w jakiej formie nauczyciele przekazują dzieciom informację, że się nie nadają do uczenia się matematyki. Już w klasie I w trakcie badań dzieci mówiły: *jemu nie warto dawać zadań, bo on jest głupi z matematyki i nic nie potrafi*, przy czym etykietki te – niewątpliwie pochodzące od nauczycieli – często okazywały się fałszywe.

Nie ulega wątpliwości, że wzrosła liczba uczniów, którzy faktycznie nie opanowali podstawowych pojęć i umiejętności. Nie jest natomiast jasne, do jakiego stopnia jest to wynikiem zmian w programie, a w jakim jest to wywołane innymi czynnikami, takimi jak np. ogólne przemęczenie i zniechęcenie nauczycieli i rodziców. Pewne dane z badań ([7], [17]) pozwalają wnioskować o istnieniu jeszcze innego, bardzo istotnego czynnika. Otóż – wbrew oczekiwaniom – wiele wskazuje na to, że na zwiększenie się liczby niepowodzeń w klasach I–III niekorzystny wpływ miały zmiany w matematycznym kształceniu 6-latków. Przed rokiem 1975 większość dzieci przychodziła do szkoły z tzw. *wiedzą spontaniczną* z matematyki; wiedza ta jest spora, choć przez szkołę nie doceniana i nie wykorzystywana. Obecnie, z racji przenoszenia elementów dydaktyki szkolnej do oddziału 6-latków i klasy zerowej, dzieci lepiej rozwinięte umieją więcej niż dawniej, ale zarazem u innych nastąpiło *kilkumiesięczne obniżenie się wieku pierwszych ujemnych napięć emocjonalnych związanych z niespełnianiem oczekiwań nauczycielki*

przez te dzieci, które nie dojrzały jeszcze do takiej szkolnej nauki. Napięcia te są silnie kojarzone z matematyką, i to jest też jednym z istotnych czynników wpływających na zwiększenie się liczby niepowodzeń szkolnych w klasach I–III.

Część III. Progi przed i po nauczaniu początkowym

Problemy matematycznej edukacji 6-latków. Od lat toczą się dyskusje, czy 6-latki powinny uczęszczać do szkoły czy do przedszkola. Jest wiele poważnych argumentów za każdym z tych rozwiązań, a kluczową jest sprawa czytania i pisania. W praktyce obecnie część tych dzieci uczęszcza do przedszkola, a część do klasy zerowej w szkole. Słychać też głosy, że powinno się obniżyć wiek rozpoczynania obowiązku szkolnego o pół roku lub o rok i w ten sposób wszystkie dzieci w wieku 6 lat (bądź $6\frac{1}{2}$ lat) uczęszczałyby do szkoły.

Zanim przedstawię główne problemy matematycznego kształcenia dzieci w tym wieku, wyrażę opinię, że najwłaściwsza byłaby zmiana sposobu widzenia sprawy 6-latków: nie traktować ich ani jako ostatni oddział przedszkola, ani też jako pierwszą klasę szkolną, lecz jako *specyficzny rok pośredni* pomiędzy tymi dwoma szczeblami edukacji. Dobrą nazwą byłaby np. *klasa wstępna*. Oznaczałoby to dziewięcioklasową szkołę o modelu $1+8$ (czy też $1+3+5$). Natomiast ewentualne przenumerowanie wszystkich klas w szkole podstawowej (tzn. nazwanie klasy zerowej pierwszą, pierwszej drugą itd.) spowodowałoby podświadome przesuwanie wymagań w dół z klasy do klasy i w konsekwencji dalsze zwiększenie wymagań w nauczaniu początkowym.

O realności niebezpieczeństwa takiego przesunięcia znaczenia w wyniku zmiany nazwy świadczą chociażby wypowiedzi określające obniżenie wieku szkolnego jako „przedłużenie nauczania początkowego do lat 4". Jest to niewłaściwe postawienie sprawy. Uczniowie nie staną się automatycznie o rok dojrzalsi. Przenumerowanie klas nie zastąpi tego, czego brak: kontynuacji metod nauczania opartych na konkrecie w obecnej klasie IV. Jeżeliby zaszła konieczność obniżenia obowiązku szkolnego, to *zasadniczy materiał matematyczny dla każdego wieku dziecka powinien pozostać ten sam*; niedopuszczalne byłoby jakiekolwiek przesuwanie go w dół i podawanie go dzieciom o rok młodszym tylko dlatego, że nastąpiło przenumerowanie klas. Jeżeli klasa zerowa miałaby rozpoczynać naukę szkolną, musiałaby mieć specjalny charakter, z pełnym poszanowaniem specyfiki myślenia 6-latków. Natomiast ewentualne obniżenie obowiązku szkolnego o pół roku (bez znacznego odciążenia programu) byłoby dla nauczania matematyki alternatywą zapewne gorszą, gdyż – nie rozwiązując problemu niepełnej dojrzałości szkolnej – spowodowałaby znaczne perturbacje programowo-podręcznikowe.

W latach siedemdziesiątych zwolennikom kształcenia 6-latków w przedszkolu przyświecała słuszna myśl, że dzieci w tym wieku należy kształcić metodami przedszkolnymi, a nie szkolnymi. Niestety, praktyka okazała się

inna: w znacznej części oddziałów 6-latków obserwuje się niewłaściwe dla tego wieku metody dydaktyki szkolnej([7]). Wiele zarzutów stawianych nauczaniu w klasach I–III można powtórzyć w stosunku do zajęć z 6-latkami, które w zbyt dużym stopniu opierają się na mowie (i to głównie nauczyciela), a w za małym na układaniu klocków, wycinaniu, klejeniu itp. Nadmierną też rolę odgrywa *obraz płaski*, rysunek, tablica i kreda. Dzieci siedzą przy stolikach i odzywają się tylko za zgodą nauczycielki; naturalne, spontaniczne wypowiedzi dzieci nie są akceptowane, przez co ich rozwój umysłowy jest hamowany (w czasie indywidualnych badań wielu 6-latków pytało: „Czy wolno mi mówić po dziecinnemu, bo ja nie potrafię mówić tak, jak trzeba").

Ale najgorsza ze wszystkiego, przekreślająca właściwie ideę wychowania przedszkolnego, jest kontrola wiadomości na sposób szkolny, stawianie ocen (nawet dwójek!) i „klasówki". W ten sposób *dzieci są karane, gdy nie potrafią sprostać stawianym im wymaganiom.* Wynikiem tego wszystkiego są wczesne frustracje.

Sądzę (biorąc pod uwagę tylko kształcenie matematyczne), że nie to jest najważniejsze, gdzie będzie odbywać się to kształcenie: w przedszkolu czy w szkole. Kluczowe są natomiast pytania o *zakres* tego kształcenia i o stosowane *metody*. Na to ostatnie pytanie odpowiedź jest zdecydowana: powinny to być tradycyjne metody przedszkolne, lub inne, ale dostosowane do potrzeb i możliwości 6-latków.

Głównym zadaniem klasy wstępnej powinno być *przygotowywanie* dziecka do nauki szkolnej (a nie przedwczesne uczenie go materiału szkolnego!). Za podstawowe cele matematycznej edukacji 6-latków należy przyjąć:

1) stymulowanie rozwoju procesów intelektualnych potrzebnych przy uczeniu się matematyki (bez forsowania tego rozwoju na siłę),

2) kształtowanie odporności emocjonalnej na sytuacje trudne, wymagające wysiłku intelektualnego,

3) gromadzenie przez dziecko doświadczeń i intuicji matematycznych (w tym m.in. doświadczeń dotyczących dziecięcego liczenia i ustalania równoliczności bez liczenia).

Niezależnie od tego, czy nastąpi obniżenie wieku szkolnego czy nie, niezbędne są pewne zmiany *treści* matematycznego kształcenia 6-latków. Nowe treści powinny być ściśle powiązane z odpowiednią, *wypróbowaną* metodyką; niczego nie należy wprowadzać bez starannego sprawdzenia tego w pracy z dziećmi i bez uprzedniego opracowania materiałów dla nauczycieli. Obecnie odczuwa się brak odpowiednich materiałów dających *konkretne* wzorce metodyczne; wiele nauczycielek łapie wszystko, co mogą zdobyć, m.in. różne powielane konspekty kursujące w ich środowisku, traktując je jako

([7]) Symptomatyczna była zmiana terminologii z *wychowawczyni przedszkola* na *nauczyciela*, przesuwająca akcent z wychowania na nauczanie.

wzorce i realizując je dosłownie. Znaczna część tych konspektów jest mierna, a niektóre wręcz szkodliwe.

Z drugiej strony, niezależnie od zmian metodycznych celowa jest pewna redukcja treści programu matematyki dla 6-latków: proponuję mianowicie *usunąć uczenie się symboli* $<$, $>$, $=$, $+$, $-$ (z pozostawieniem natomiast rozpoznawania cyfr i wykonywania dodawania i odejmowania *na konkretach i bez zapisu symbolicznego*). Za usunięciem wymienionych tu znaków przemawia sporo argumentów:

Po pierwsze, wprawdzie każdy z tych znaków z osobna jest dla dzieci dostępny i dość łatwy do opanowania, ale w ćwiczeniach znaki te nie występują w postaci izolowanej, lecz są – wraz z liczbami – elementami zapisu pewnego działania lub pewnej relacji. Pełny taki zapis, np. $2+3=5$, stanowi dla przeciętnego 6-latka złożoną strukturę o charakterze symbolicznym, a więc trudność pojęciową wyższego rzędu. Ćwiczenie tego z dziećmi w tym wieku jest przedwczesne([8]). Dla średnio zdolnego dziecka jest to nowa bariera do pokonania (a zdolnemu nie jest to niezbędne; lepiej mu po prostu dawać trudniejsze zadania). Korzystniejsze dla matematycznego rozwoju 6-latka jest znajdowanie wyniku dodawania lub odejmowania przez manipulacje przedmiotami, liczenie na palcach lub obliczanie wyniku „w pamięci" i podawanie go słownie. Z drugiej strony nie jest konieczne – przy takim podejściu – ograniczanie zakresu liczb do dziesięciu.

Po drugie, i to jest jeszcze ważniejszy argument, obecność takich symboli w programie prowokuje nauczycieli do wprowadzania metodyki szkolnej (niezależnie od ogólnych deklaracji we wstępie do programu). Zamiast nastawienia się na to, co najważniejsze w kształceniu 6-latków, to znaczy na kształtowanie pojęć i zbieranie doświadczeń przez dziecko, w centrum uwagi nauczyciela znajdują się działania arytmetyczne ujęte w formuły. A po trzecie, formuły są łatwe do kontrolowania, prowokują więc do odpytywania i stawiania ocen.

Nasuwa się tu oczywiście pytanie, dlaczego wobec tego w tylu krajach 6-latki, uczęszczając do I klasy, uczą się takich formuł? Otóż sądzę, że przy ustalaniu wieku dzieci wstępujących do klasy I bierze się pod uwagę czytanie i pisanie, a uzupełnienie tego arytmetyką typu $2+2=4$ traktuje się jako oczywiste. W efekcie 6-latki uczą się formuł, ale wyniki nie są zadowalające. Na przykład w USA, gdzie warunki szkolne są lepsze niż u nas, a programy znacznie łatwiejsze, liczba niepowodzeń z matematyki jest bardzo duża, bodajże większa niż w Polsce; przybywa też tam rozmaitych „klinik" i innych zakładów oferujących leczenie dzieci z „fobii matematycznej". W czasie badania wyników nauczania na dużej próbie ([11], por. [20]) tylko 69% amerykańskich dziewięciolatków (tzn. z ich klasy IV) poprawnie odpowiedzia-

([8]) W tym duchu wypowiada się m.in. Wall [19], str. 383, powołując się na badania Piageta i innych.

ło na bardzo łatwe pytanie „Jaka jest suma liczb 21 i 54"; zaledwie 17% poradziło sobie z zadaniem „Odejmij 298 od 313".

Za bardzo ważne uważam podjęcie *szerszych* i *głębszych* badań psychologiczno-pedagogicznych nad *procesem uczenia się* matematyki (a nie tylko procesem *nauczania* bądź wynikami) dzieci w wieku 6–7 lat, a także nad problemem dojrzałości do uczenia się matematyki w warunkach szkolnych.

Próg między nauczaniem początkowym a ponadpoczątkowym([9]). Analizując efekty nauczania matematyki natrafiamy na dwie fale niepowodzeń. Pierwszych doznają dzieci, które rozpoczęły naukę szkolną przy niepełnej dojrzałości do uczenia się matematyki. Drugie nasilenie niepowodzeń pojawia się w klasach IV i V. Można więc podejrzewać, że działa tu analogiczny mechanizm. Od klasy IV zaczynają się bowiem w nauczaniu matematyki elementy rozumowania formalnego. Wiele wskazuje na to, że niepowodzeń doznają ci uczniowie, którzy przeszli do nauczania systematycznego bez osiągnięcia odpowiedniej dojrzałości intelektualnej. Postuluję więc, by *zanalizować i zbadać problem dojrzałości do uczenia się matematyki na szczeblu ponadpoczątkowym.* Jakie jest minimum kompetencji intelektualnych niezbędnych do uczenia się matematyki na tym szczeblu? Jak je badać? Co robić z dziećmi, które tego minimum nie osiągają w momencie kończenia klasy III?

Można np. wziąć pod uwagę kryteria, jakie Piaget przyjmuje dla stadium operacji formalnych. Na marginesie dodam, że w wielu publikacjach dla nauczycieli podaje się, że stadium to zaczyna się w wieku około 11–13 lat. Takie ujęcie (choć w jakimś sensie zgodne z tym, co pisał Piaget) jest wysoce mylącym uproszczeniem, sugeruje bowiem, że od wieku około 12 lat (a więc od VI klasy) przeciętny uczeń osiąga stadium operacji formalnych. Otóż w głośnych badaniach brytyjskich [14] na reprezentatywnej próbie 10 tysięcy uczniów w wieku od $9\frac{1}{2}$ do $14\frac{1}{2}$ lat stwierdzono, że w wieku $11\frac{1}{2}$ lat (nasza V klasa) ponad 90% uczniów osiąga poziom IIA (wczesnych operacji konkretnych, implicite zakładanych przez program klasy I), z tego około połowa osiąga poziom IIB (dojrzałych operacji konkretnych), a tylko niecałe 5% poziom IIIA (wczesnych operacji formalnych). W wieku $14\frac{1}{2}$ lat około 20% uczniów brytyjskich osiąga poziom IIIA, a tylko około 5% osiąga poziom IIIB (dojrzałych operacji formalnych). Rozumując przez analogię można przyjąć, że wśród naszych uczniów klasy VIII tylko co piąty jest na poziomie IIIA, a co dwudziesty – na poziomie IIIB. Innymi słowy, pod koniec szkoły podstawowej uczeń w stadium dojrzałych operacji formalnych jest wyjątkiem, a zdecydowana większość jest ciągle na poziomie operacji konkretnych.

Sprawa progu między nauczaniem początkowym a ponadpoczątkowym jest rozmaicie rozwiązywana w różnych krajach, a nauczanie zwane elementarnym trwa od 3 do 6 lat. W Polsce w latach siedemdziesiątych obniżono o rok

---

([9]) Użycie terminu „ponadpoczątkowy" uzasadnił Turnau [16].

wiek ucznia rozpoczynającego nauczanie systematyczne, co spowodowało wiele negatywnych skutków.

Opowiadam się za tym, by tego rodzaju próg był możliwie mały. Zmiany metod nauczania i przechodzenie od silnego opierania się na konkretnych czynnościach do większej roli rozumowań opartych na słowach i symbolach powinno być stopniowe, z klasy na klasę. Oczywiście najważniejszą zmianą między obecną klasą III a IV jest zastąpienie nauczyciela wieloprzedmiotowego przez jednoprzedmiotowego oraz przejście ucznia ze szkoły filialnej do zbiorczej szkoły gminnej([10]).

Bibliografia

[1] P. Damerow, *Matematyka dla wszystkich – poglądy, zagadnienia, wnioski*, Dydaktyka Matematyki 8 (1986), 7–24.

[2] M. Donaldson, *Myślenie dziecka*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1986.

[3] T. J. Fletcher, *Ulepszanie programów nauczania matematyki w zmieniających się społeczeństwach*, Wiadom. Mat. 27 (1986), 93–108.

[4] H. Freudenthal, *Nowa matematyka czy nowe jej nauczanie*, ibidem 25 (1983), 123–141.

[5] E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych. Diagnoza i terapia*, Uniwersytet Śląski, Katowice 1985.

[6] –, *Przyczyny niepowodzeń w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych*, Psychologia Wychowawcza 2/1987.

[7] –, *Kompetencje intelektualne sześciolatków w zakresie pojmowania podstawowych pojęć i umiejętności matematycznych*, Kwartalnik Pedagogiczny 1/1987.

[8] J. Hawlicki, *Rozwijanie uzdolnień matematycznych*, PZWS, Warszawa 1971, str. 215.

[9] A. G. Howson, C. Keitel, J. Kilpatrick, *Curriculum development in mathematics*, Cambridge University Press, 1981.

[10] O. Kondáš, *Psychologia kliniczna*, PWN, Warszawa 1984.

[11] National Council of Teachers of Mathematics, *Report on the Second National Assessment of the National Assessment of Educational Progress* (NAEP), Reston (Virginia), 1980.

[12] *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela* pod redakcją Z. Semadeniego, WSiP, Warszawa, tom 1, 1981; tom 2, 1984; tom 3, 1986; tom 4, 1988.

[13] E. Puchalska i Z. Semadeni, *Symbole literowe w nauczaniu początkowym*, w: [12], tom 3, str. 173–192.

[14] M. Shayer, D. E. Küchemann, H. Wylam, *The Distribution of Piagetian Stages of Thinking in British Middle and Secondary School Children*, British J. Educational Psychology 46 (1976), 164–173.

[15] F. Szedny, *Wyniki nauczania matematyki w świetle badań ogólnopolskich*, Życie Szkoły 5 (1967).

[16] S. Turnau, *Rola podręcznika szkolnego w kształceniu pojęć i rozumowań na poziomie pierwszej klasy ponadpoczątkowej*, Wydawnictwo WSP, Kraków 1978.

([10]) Problem, który typ nauczyciela (jedno- czy wieloprzedmiotowy) powinien być preferowany w klasie IV, jest bardzo złożony i nie omawiam go tu, zaznaczając tylko, że do zalet nauczyciela wieloprzedmiotowego należy m.in. to, że jego sposób rozumowania jest bliższy rozumowaniu dziecka, por. Varga [18].

[17] A. Urbańska, *Pojęcie liczby naturalnej w rozumieniu dzieci rozpoczynających naukę szkolną*, praca doktorska, WSP, Kraków 1987.
[18] T. Varga, *Nauczyciel i matematyka*, Oświata i Wychowanie, seria C, 4/1977, 21–24.
[19] W. D. Wall, *Twórcze wychowanie w okresie dzieciństwa*, PWN, Warszawa 1986.
[20] H. Whitney, *Ożywienie w matematyce szkolnej*, Wiadom. Mat. 27 (1987), 313–325.
[21] L. S. Wygotski, *Wybrane prace psychologiczne*, PWN, Warszawa 1971.
[22] –, *Myślenie i mowa*, PWN, Warszawa 1989.

Perspektywa radykalnych zmian procesu wydawniczego

Delta pierwsza z wszystkich polskich czasopism matematycznych przeszła całkowicie na skład komputerowy oparty na programie T_EX (opisanym w *Wiadom. Mat.* 27, str. 81–87). Potrzebny do tego jest komputer klasy IBM PC XT z twardym dyskiem (program T_EX wraz z programami opisującymi kształty czcionek na drukarkę igłową lub laserową zajmuje kilkanaście dyskietek). Wszystkie prace zecerskie i korekty dokonywane są w redakcji *Delty*. Następnie dyskietkę wiezie się do firmy, która dokonuje (za stosunkowo drobną opłatą) wydruków na drukarce laserowej. Wydrukowane strony wysyła się do drukarni, która daje to na maszyny offsetowe.

Przynosi to dużą oszczędność czasu i kosztów. Korekty dokonuje się wpierw na ekranie, potem na wydrukach wykonanych na zwykłym papierze przez drukarki igłowe (w systemie *monophoto*, którym składana jest znaczna część polskich wydawnictw matematycznych, korekt dokonuje się na wydrukach światłodrukowych po uprzednich dość kosztownych wydrukach laserowych na importowanych błonach). Szczególnie ważne jest odkrycie redakcji *Delty*, że można korzystać z pośredniego etapu, jakim jest wydruk dokonany przez instytucję dysponującą drukarką laserową połączoną z komputerem IBM PC XT. Nie zdają natomiast egzaminu próby wysyłania dyskietek wprost do drukarni.

Program T_EX nie jest pomyślany jako konkurencja dla maszyny do pisania; służy raczej do zastąpienia pracy zawodowego zecera przez odpowiednio wyszkolonych matematyków. T_EX został stworzony przez mate-