Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Książka jest nieomal samowystarczalna. Nieliczne przywołane fakty zaopatrzone są w odsyłacze, z jednym kłopotliwym wyjątkiem. Chodzi o niezależność miary wielościanu od rozkładu na sympleksy. Fakt ten pojawia się bez dowodu również w książce Białynickiego-Biruli, jednak tam zaopatrzony został w adekwatny komentarz, którego tutaj zabrakło. Brak tego typu komentarzy odczuwa się w całej książce, która jest dość sucha i sformalizowana. Część faktów znajduje się w zadaniach (które, niestety, w większości mają charakter teoretyczny), część dowodów została pozostawiona czytelnikowi. Sądzę, że to ostatnie wyszło książce na dobre, nie tylko ze względu na oszczędność papieru (por. str. $184^{14}$).

Omawiany podręcznik jest dość specyficzny pod względem formalnym. Poszczególne fakty (nie tylko twierdzenia) mają trójczłonową numerację; dla przykładów ostatni człon zastąpiono literą. Wiele zdań (również w treści twierdzeń) zastąpiono formułami logicznymi, zwłaszcza w początkowych rozdziałach. Konsekwentnie pojawiają się zdania typu „Lnz ($A$)" w miejsce „zbiór $A$ jest liniowo niezależny". Być może wpływa to na przejrzystość tekstu, lecz z pewnością nadaje mu bardzo formalny charakter, nie wiem, czy strawny dla studenta pierwszego roku. Natomiast podoba mi się pomysł oznaczania struktury algebraicznej tą samą literą co zbioru, na którym jest określona, jednakże z użyciem tłustej czcionki. Zadowala to purystów, a pozostałym nie utrudnia lektury. Trudności mieli jedynie zecerzy, którzy parę razy „nie trafili".

Książka zawiera sporo pomyłek drukarskich, które jednak nie sprawiają kłopotu, bo są łatwo rozpoznawalne. Jedynie na str. $304^{16}$ złe ustawienie nawiasów wprowadza pewien zamęt. Obok, na str. $305_8$, poplątały się indeksy, co wygląda na pozostałość zmian redakcyjnych. Parę wierszy niżej jest błędne koło (definicja wektora $a$), które można usunąć jednym wyważonym zdaniem. Natomiast na str. 312–313 brakuje założenia, że charakterystyka ciała jest różna od 2. Wydaje mi się również, że nigdzie nie ma definicji symbolu $X_\infty$ (przekrój $X$ z hiperpłaszczyzną w nieskończoności).

Należy chyba też zwrócić uwagę na pewne niedociągnięcia stylistyczne w początkowych rozdziałach. Często spotykany zwrot typu „dzięki 1.2.3, $a = b$" wymusza postawienie przecinka niezgodnie z zasadami interpunkcji, natomiast wyrażenie „weźmy $a \in A$" należy moim zdaniem do tzw. „żargonu tablicowego", i jako takie nie powinno występować w podręczniku.

Na zakończenie pragnę stwierdzić, że omawiana książka jest solidnym, konsekwentnym i pod wieloma względami nowatorskim opracowaniem. Wahałbym się jednak przed poleceniem jej jako podstawy wykładu dla pierwszego roku. Jest to oczywiście materiał zbyt obszerny do całkowitej realizacji, co samo w sobie stanowi normę. Jednakże specyfika książki, jej zawikłanie w sobie, sprawia, że nie wydaje się możliwe dokonanie rozsądnego wyboru części materiału, jeśli chce się poruszyć wszystkie najważniejsze zagadnienia. Także nie wszystkie dowody wyglądają na najprostsze i najbardziej naturalne (np. dowód twierdzenia Steinitza). Sądzę też, że student pierwszego roku może mieć pewne trudności w lekturze, związane z formalną stroną tekstu. Mimo to myślę, że książka może być znakomitą lekturą uzupełniającą dla studentów różnych roczników. Natomiast w wyborze podręcznika podstawowego stawiałbym raczej na inne pozycje.

*Andrzej Prószyński*

R. Duda, *Wprowadzenie do topologii*, Część I. *Topologia ogólna*, str. 428. Część II. *Topologia algebraiczna, Topologia rozmaitości*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986, str. 485, nakład 5000 egz., cena 680,– zł; ISBN 83-01-05714-9.

Topologia dzisiejsza rozrosła się do rozległego i wciąż rozwijającego się działu matematyki i trudno jest ją ogarnąć. Podręcznik ten, według intencji autora, ma wprowadzać młodego czytelnika w podstawowe kierunki, metody i problemy tej gałęzi wiedzy. Nie ma

chyba w literaturze światowej takiej jednej książki z topologii, która obejmowałaby taki szeroki zakres.

Wybór tematyki jest bardzo interesujący i kieruje młodego adepta do aktualnych zagadnień. Układ całej książki i poszczególnych działów cechuje przechodzenie od tematów ogólniejszych ku bardziej specjalnym.

Książka, poza preliminariami, dzieli się na trzy główne części: topologię ogólną (tom I) oraz algebraiczną i topologię rozmaitości (tom II). Omawiając w dalszym ciągu treść dzieła będę się starał uwydatniać rzeczy nowe, które trudno znaleźć gdzie indziej w matematycznej literaturze w języku polskim.

W preliminariach zebrane są bez dowodów rozmaite informacje z następujących dziedzin: systemy liczbowe (włączając kwaterniony i liczby Cayleya), teoria mnogości i kategorii; grupy (w tym granice proste i odwrotne, przedstawienia za pomocą generatorów i relacji, oraz twierdzenie Gruško), algebra liniowa i homologiczna (z twierdzeniami o uniwersalnych współczynnikach dla homologii i kohomologii) i elementy analizy (z twierdzeniami o rzędzie oraz o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań równań różniczkowych zwyczajnych).

Rozdział I zawiera podstawowe pojęcia topologii ogólnej i operacje na przestrzeniach topologicznych (nie wyłączając granic prostych i odwrotnych). Wśród przykładów przestrzeni ilorazowej są zawieszenie przestrzeni i walec przekształcenia.

W rozdziale II omawiane są podstawowe rodzaje przestrzeni topologicznych: przestrzenie zwarte (i parazwarte), metryczne (zupełne, metryzowalne z twierdzeniem Stone'a o parazwartości przestrzeni metryzowalnej, metryzowalne zwarte z charakteryzacją 0-wymiarowych w sobie gęstych i przykładem naszyjnika Antoine'a), spójne (z charakteryzacją łuku, krzywej zwykłej zamkniętej i rozmaitości 1-wymiarowych). Rozdział kończą przestrzenie funkcyjne z twierdzeniem Weierstrassa–Stone'a o podalgebrach algebry funkcji ciągłych.

Rozdział III jest chyba najmniej jednolity. Rozpoczyna się od pojęcia homotopii (własność rozszerzania i nakrywania homotopii), retrakcji (retrakty absolutne i retrakty absolutne otoczeniowe). Dalej mowa jest o wielościanach, triangulacjach, odwzorowaniach symplicjalnych i kawałkami liniowych (pl). Następny paragraf poświęcony jest teorii wymiaru (dim $X$ oznacza mały wymiar indukcyjny). Dalej mamy dowód triangulowalności powierzchni i klasyfikację powierzchni zwartych. Rozdział zamyka paragraf o rozmaitościach topologicznych zawierający również definicję i przykłady wiązek, sferę rogatą Alexandera i twierdzenie Schoenfliesa dla dwuwymiarowych sfer wielościennych w $R^3$.

Topologię algebraiczną otwiera rozdział IV o grupie podstawowej. Znajdujemy tutaj także definicję $CW$-kompleksu, twierdzenie Seiferta–van Kampena (z częściowym dowodem) i twierdzenie Markowa o istnieniu rozmaitości zamkniętej danego wymiaru $\geqslant 4$ z zadaną grupą podstawową. Dalej mowa jest o nakryciach i o węzłach (grupa węzła, przedstawienie Wirtingera).

Rozdział V poświęcony jest teorii homologii. Pierwsze dwa paragrafy zawierają homologie i kohomologie kompleksu symplicjalnego; następny, o charakterze algebraicznym, traktuje o kompleksach łańcuchowych. Dalej następują zastosowania: twierdzenie Lefschetza o punkcie stałym, stopień przekształcenia, twierdzenia Hopfa o odwzorowaniach między sferami i Borsuka o antypodach. Na dwu i pół stronach autor usiłuje omówić $\cap$-produkt i twierdzenia o dwoistości Poincarégo (wydaje mi się, że sporo jest tutaj rozmachu nie zawsze idącego w parze z rzetelnością). Następnie rozwinięta jest teoria syngularna (taka jest przyjęta w książce pisownia) z twierdzeniami Jordana–Brouwera o rozspajaniu i Schoenfliesa dla topologicznej $(n-1)$-wymiarowej sfery z otoczeniem produktowym w $S^n$ i przykładem sfery homologicznej powstałej przez identyfikacje ścian dwunastościanu foremnego. Rozdział kończy teoria Čecha.

Teoria homotopii jest tematem rozdziału VI. Znajduje się tutaj twierdzenie o grupach homotopii sumy jednopunktowej, twierdzenie Hurewicza o związku z grupami homologii, ciąg dokładny rozwłóknienia. Ostatni paragraf traktuje o teorii przeszkód dla przekształceń wielościanów w ujęciu z podręcznika Hu, *Homotopy Theory*.

Ostatnia część książki zaczyna się od rozdziału VII o rozmaitościach porcjami liniowych (pl-rozmaitości) według monografii Rourke'a i Sandersona *Introduction to Piecewise-Linear Topology*. Mowa jest tutaj o otoczeniach regularnych, wgniataniu, pl-izotopii, położeniu ogólnym, lemacie Whitneya. Odnośne pojęcia i twierdzenia dotyczące par wielościennych potraktowane są szkicowo. Dalej następuje teoria rączek, twierdzenie o $h$-kobordyzmie, dowód hipotezy Poincarégo i Schoenfliesa w wymiarach $\geqslant 5$, twierdzenie o zanurzaniu w $R^{2n-k}$ rozmaitości $k$-spójnej, przykład Whiteheada rozmaitości trójwymiarowej otwartej ściągalnej niehomeomorficznej z $R^3$ i przykład B. Mazura rozmaitości czterowymiarowej zwartej ściągalnej o niejednospójnym brzegu.

Rozdział VIII poświęcony jest topologii różniczkowej. Po definicji rozmaitości różniczkowej (także z brzegiem i z kątami) następuje omówienie wiązki stycznej, twierdzenie o triangulowalności, topologia silna $C^k$ w zbiorze przekształceń między rozmaitościami, zawieranie gładkiej struktury różniczkowej w strukturze klasy $C^1$. W następnym paragrafie mowa jest o punktach i wartościach regularnych, twierdzeniach Sarda i Thoma o transwersalności, stopniu przekształcenia w ujęciu z książeczki Milnora *Topology from the Differentiable Viewpoint*. Ostatni paragraf zawiera teorię Morse'a i wstęp do modyfikacji sferycznych, głównie według części Milnora *Lectures on the h-Cobordism Theorem*.

Ostatni rozdział IX ma tytuł *Rozmaitości wymiaru 3 i 4*, ale faktycznie traktuje tylko o pl-rozmaitościach trójwymiarowych. Twierdzenie o triangulowalności oparte jest na przyjętym bez dowodu lemacie. Dalej następują twierdzenia o pętli i sferze, rozkłady Heegarda, twierdzenie o rozkładzie na sumę spójną rozmaitości pierwszych, pojęcie powierzchni nieściskalnej w trójwymiarowej rozmaitości i wyznaczenie grupy podstawowej przestrzeni włóknistej Seiferta. Materiał ostatniego rozdziału zaczerpnięty jest głównie z monografii Hempla *3-Manifolds*.

Z przeglądu tego widać, jak wiele trudności musiał pokonać autor, aby uporać się z takim zakresem książki. Ale nie zaoszczędził też trudu uczciwemu czytelnikowi. Chciałbym zrobić kilka uwag dotyczących stosowania niektórych terminów i symboli.

*Odwzorowanie liniowe* oznacza w preliminariach coś innego niż przy omawianiu wielościanów oraz położenia ogólnego, gdzie byłby stosowniejszy termin *odwzorowanie afiniczne*. Znak równości używany jest z reguły zarówno dla oznaczenia przestrzeni homeomorficznych (w sensie topologii ogólnej, w sensie pl lub w przypadku dyfeomorfizmu, w zależności od kontekstu), jak i grup izomorficznych. Symbole $\partial s$ i $\mathrm{lk}(s, K)$ w pewnych przypadkach (np. w definicji) oznaczają podkompleks, w innych podzbiór wielościanu.

Oznaczenie otoczenia pochodnego w definicji $N(W, J)$ nie zawsze pokrywa się z oznaczeniami stosowanymi w dalszych częściach. Przymiotnik *ściągalny* używany jest dla oznaczenia przestrzeni ściągalnej (w definicji), ale również do przekształcenia homotopijnego ze stałym przekształceniem i do podprzestrzeni większej przestrzeni, dla której włożenie spełnia powyższy warunek. Słowo *dysk* czasem oznacza domknięte koło (jednostkowe), a czasem 2-wymiarową pl-kulę, którą gdzie indziej nazywa się *2-wymiarową komórką*. Litera $H$ jest używana na oznaczenie zarówno homologii zwykłych, jak i zredukowanych. Symbol bd oznacza nie brzeg, ale podpodział barycentryczny.

Słowo *przekształcenie* oznacza odwzorowanie ciągłe, podczas gdy *odwzorowanie* ma zakres szerszy. W przypadku, gdy dla podzbioru $C$ przestrzeni spójnej $X$ zbiór $X \setminus C$ jest niespójny, mówi się, że $C$ *rozspaja* $X$. Słowo *rozcinanie* jest zarezerwowane dla konstrukcji prowadzącej od pl-rozmaitości $M$ do innej rozmaitości powstałej przez „rozcięcie" wzdłuż dwustronnej podrozmaitości kowymiaru 1 zawartej w $M$. Symbol Int $A$ oznacza wnętrze w sensie topologii ogólnej, podczas gdy int $M$ – wnętrze w sensie topologii rozmaitości (topologicznych, pl lub różniczkowych).

Przed wprowadzeniem pojęć autor stara się umotywować potrzebę tego wprowadzenia. W dowodach dąży do uwydatnienia głównej myśli, pozostawiając czasami części albo szczegóły do uzupełnienia samodzielnego, nie

podając nigdy, gdzie można by znaleźć pominięte fragmenty. Pewne nietrywialne wyniki (w tym z reguły przykłady) podane są bez numerów, bez uzasadnienia i bez odnośników do literatury. Niektóre dowody, szczególnie przy końcu książki, są bardzo zwięzłe i bywa, że po każdym wierszu czytelnik sam musi odtworzyć obraz sytuacji, przywołać w pamięci odpowiednie nie zacytowane twierdzenia zawarte w tej książce i domyślić się innych, których tutaj nie ma, aby przejść do wiersza następnego. Książka ma sporo usterek w sformułowaniach, wzorach, uzasadnieniach i wymaga wielkiego krytycyzmu od czytelnika; długą ich listę przekazuję redakcji osobno.

Prawie każdy rozdział kończy się uzupełnieniami, które zawierają dalsze rezultaty i wersje pojęć. W książce nie ma żadnych zadań, ale skrupulatny czytelnik będzie miał aż nadto roboty, jeśli zechce (i potrafi) rzetelnie dopełnić wszystkie niedomówienia. Na końcu całości znajdują się uwagi bibliograficzne o wybranych książkach, posegregowane stosownie do podziału tego dzieła na preliminaria i trzy części. W książce znajduje się 167 rysunków, nie licząc diagramów.

Najbardziej zbliżonym podręcznikiem w języku polskim jest Engelkinga i Sieklucklego *Wstęp do topologii*, oznaczany dalej ES. Różnice polegają na zakresie (w ES nie ma teorii homologii, homotopii, pl-rozmaitości, topologii różniczkowej), sposobie ujęcia (w ES od przestrzeni metrycznych i wielościanów do ogólnych przestrzeni topologicznych), precyzji prezentacji (w ES bardziej dokładnie), ukierunkowaniu (w ES na topologię ogólną, tutaj na topologię rozmaitości), występowaniu zadań (w ES dużo łatwych ćwiczeń, trudnych zadań, w tym najtrudniejszych z odsyłaczami).

Wydaje mi się, że z przedstawionych powodów recenzowana książka Dudy może przedstawiać znaczne trudności dla studenta II czy III roku matematyki. Niemniej jest to bardzo ożywcza, cenna i potrzebna pozycja w serii *Biblioteka Matematyczna*.

*Cezary Bowszyc*

Ryszard Engelking, Karol Sieklucki, *Wstęp do topologii*, Biblioteka Matematyczna tom 62, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986, str. 458, nakład 5000 egz., cena 600,— zł; ISBN 83-01-06112-X.

Omawiana książka powstała z dwutomowej *Geometrii i Topologii* (Biblioteka Matematyczna tomy 53 i 54) przez wyłączenie całości materiału dotyczącego topologii. Książka składa się ze wstępu i 7 rozdziałów. We wstępie (Rozdział 0) zebrane są podstawowe pojęcia i fakty z teorii mnogości, algebry, analizy i geometrii, potrzebne w dalszej części książki. Rozdział I (*Przestrzenie metryczne I*) zawiera zwięzły wykład elementarnej teorii przestrzeni metrycznych. Sześć następnych rozdziałów (Rozdział II. *Wielościany*; Rozdział III. *Homotopie*; Rozdział IV. *Topologia przestrzeni euklidesowych*; Rozdział V. *Rozmaitości*; Rozdział VI. *Przestrzenie metryczne II*; Rozdział VII. *Przestrzenie topologiczne*) odpowiada sześciu rozdziałom drugiego tomu *Geometrii i Topologii*, będąc ich dość wiernymi replikami. Zaletą książki są dobrze dobrane ćwiczenia i zadania oraz paragrafy poświęcone uzupełnieniom podstawowego tekstu, zawierające informacje natury historycznej, uwagi o możliwych uogólnieniach, ważne przykłady itp.

Myślę, że *Wstęp do topologii* można polecać kilku kategoriom czytelników, a przede wszystkim: 1) tym, którzy poszukują zwięzłego repetytorium z podstaw topologii mnogościowej; dotyczy to zwłaszcza Rozdziałów I i VII; 2) tym, którym potrzebne są precyzyjne sformułowania i dowody pewnych tzw. „dobrze znanych" faktów; dotyczy to głównie Rozdziałów II i III poświęconych pojęciom topologicznym odgrywającym dużą i ciągle rosnącą rolę (i to nie tylko w topologii). Ciekawy jest też Rozdział IV, w którym czytelnik może znaleźć wiele ważnych, klasycznych wiadomości o topologii podzbiorów przestrzeni euklidesowych.

Dużą zaletą książki jest, moim zdaniem,