wmptm 1897

podając nigdy, gdzie można by znaleźć pominięte fragmenty. Pewne nietrywialne wyniki (w tym z reguły przykłady) podane są bez numerów, bez uzasadnienia i bez odnośników do literatury. Niektóre dowody, szczególnie przy końcu książki, są bardzo zwięzłe i bywa, że po każdym wierszu czytelnik sam musi odtworzyć obraz sytuacji, przywołać w pamięci odpowiednie nie zacytowane twierdzenia zawarte w tej książce i domyślić się innych, których tutaj nie ma, aby przejść do wiersza następnego. Książka ma sporo usterek w sformułowaniach, wzorach, uzasadnieniach i wymaga wielkiego krytycyzmu od czytelnika; długą ich listę przekazuję redakcji osobno.

Prawie każdy rozdział kończy się uzupełnieniami, które zawierają dalsze rezultaty i wersje pojęć. W książce nie ma żadnych zadań, ale skrupulatny czytelnik będzie miał aż nadto roboty, jeśli zechce (i potrafi) rzetelnie dopełnić wszystkie niedomówienia. Na końcu całości znajdują się uwagi bibliograficzne o wybranych książkach, posegregowane stosownie do podziału tego dzieła na preliminaria i trzy części. W książce znajduje się 167 rysunków, nie licząc diagramów.

Najbardziej zbliżonym podręcznikiem w języku polskim jest Engelkinga i Sieklucklego *Wstęp do topologii*, oznaczany dalej ES. Różnice polegają na zakresie (w ES nie ma teorii homologii, homotopii, pl-rozmaitości, topologii różniczkowej), sposobie ujęcia (w ES od przestrzeni metrycznych i wielościanów do ogólnych przestrzeni topologicznych), precyzji prezentacji (w ES bardziej dokładnie), ukierunkowaniu (w ES na topologię ogólną, tutaj na topologię rozmaitości), występowaniu zadań (w ES dużo łatwych ćwiczeń, trudnych zadań, w tym najtrudniejszych z odsyłaczami).

Wydaje mi się, że z przedstawionych powodów recenzowana książka Dudy może przedstawiać znaczne trudności dla studenta II czy III roku matematyki. Niemniej jest to bardzo ożywcza, cenna i potrzebna pozycja w serii *Biblioteka Matematyczna*.

Cezary Bowszyc

Ryszard Engelking, Karol Sieklucki, *Wstęp do topologii*, Biblioteka Matematyczna tom 62, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986, str. 458, nakład 5000 egz., cena 600,— zł; ISBN 83-01-06112-X.

Omawiana książka powstała z dwutomowej *Geometrii i Topologii* (Biblioteka Matematyczna tomy 53 i 54) przez wyłączenie całości materiału dotyczącego topologii. Książka składa się ze wstępu i 7 rozdziałów. We wstępie (Rozdział 0) zebrane są podstawowe pojęcia i fakty z teorii mnogości, algebry, analizy i geometrii, potrzebne w dalszej części książki. Rozdział I (*Przestrzenie metryczne I*) zawiera zwięzły wykład elementarnej teorii przestrzeni metrycznych. Sześć następnych rozdziałów (Rozdział II. *Wielościany*; Rozdział III. *Homotopie*; Rozdział IV. *Topologia przestrzeni euklidesowych*; Rozdział V. *Rozmaitości*; Rozdział VI. *Przestrzenie metryczne II*; Rozdział VII. *Przestrzenie topologiczne*) odpowiada sześciu rozdziałom drugiego tomu *Geometrii i Topologii*, będąc ich dość wiernymi replikami. Zaletą książki są dobrze dobrane ćwiczenia i zadania oraz paragrafy poświęcone uzupełnieniom podstawowego tekstu, zawierające informacje natury historycznej, uwagi o możliwych uogólnieniach, ważne przykłady itp.

Myślę, że *Wstęp do topologii* można polecać kilku kategoriom czytelników, a przede wszystkim: 1) tym, którzy poszukują zwięzłego repetytorium z podstaw topologii mnogościowej; dotyczy to zwłaszcza Rozdziałów I i VII; 2) tym, którym potrzebne są precyzyjne sformułowania i dowody pewnych tzw. „dobrze znanych" faktów; dotyczy to głównie Rozdziałów II i III poświęconych pojęciom topologicznym odgrywającym dużą i ciągle rosnącą rolę (i to nie tylko w topologii). Ciekawy jest też Rozdział IV, w którym czytelnik może znaleźć wiele ważnych, klasycznych wiadomości o topologii podzbiorów przestrzeni euklidesowych.

Dużą zaletą książki jest, moim zdaniem,

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

jej staranna redakcja. Autorom udało się osiągnąć wysoki stopień precyzji bez popadania w pedanterię.

Uważam też, że wydzielenie materiału topologicznego z dwutomowej *Geometrii i Topologii* było dobrym pomysłem, dzięki któremu czytelnik otrzymał książkę bardziej spójną i zwartą.

Kazimierz Gęba

Patrick Billingsley, *Prawdopodobieństwo i miara*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1987, str. 580. Z angielskiego tłumaczyli Krystyna Kizeweter i Janusz E. Roguski. Cena 750,— zł. ISBN 87-01-07170-2.

Specjaliści od teorii prawdopodobieństwa znają i cenią P. Billingsleya przede wszystkim jako autora doskonałej, klasycznej już książki *Convergence of Probability Measures*, która wywarła ogromny wpływ na rozwój badań nad twierdzeniami granicznymi dla procesów losowych. Tym razem jego cel był skromniejszy, co jednak wcale nie znaczy, że bardzo łatwy: napisanie podręcznika dla studentów, obejmującego teorię prawdopodobieństwa oraz teorię miary. U czytelnika nie zakłada się żadnych wiadomości z teorii miary i całki, a dokładniej, jedyne, co wystarczy znać z tego zakresu, to elementarna całka Riemanna.

Zakłada się natomiast znajomość rachunku prawdopodobieństwa zbudowanego na skończonej przestrzeni zdarzeń elementarnych. Z tego, jak należy sądzić, powodu autor całkowicie pomija rozważania nad filozoficznymi podstawami teorii prawdopodobieństwa, nie mówi nic o „definicji klasycznej prawdopodobieństwa", nie próbuje intuicyjnie motywować celowości wprowadzania właśnie takich, a nie innych definicji prawdopodobieństwa warunkowego czy niezależności. Niemniej jednak, z punktu widzenia matematyki wykład jest kompletny: autor formułuje wszystkie podstawowe definicje i udowadnia wynikające z nich własności.

Rozdział pierwszy, zatytułowany *Prawdopodobieństwo* otwiera czysto analityczny dowód twierdzenia Borela o liczbach normalnych, tzn. prawo wielkich liczb dla cyfr rozwinięcia dwójkowego liczby z przedziału $(0, 1]$. Z kolei autor zajmuje się miarami unormowanymi (twierdzenie o rozszerzaniu miary z ciała na σ-ciało, konstrukcja miary Lebesgue'a na przedziale jednostkowym), a następnie buduje teorię prawdopodobieństwa „bez całkowania", to znaczy ogranicza się do zmiennych losowych prostych, tj. przyjmujących tylko skończoną liczbę wartości, a wartość oczekiwaną definiuje jako sumę. Rozważa m.in. pojęcie niezależności zdarzeń i zmiennych losowych, prawa zera i jedynki, słabe i mocne prawo wielkich liczb.

Mimo przyjętego ograniczenia, wprowadzone definicje i udowodnione fakty pozwalają na ukazanie całego szeregu głębokich zastosowań. I tak, autor omawia gry hazardowe (w tym zagadnienie ruiny), łańcuchy Markowa (w tym twierdzenie o istnieniu, klasyfikację stanów, istnienie rozkładów stacjonarnych, a nawet teorię optymalnego zatrzymywania), wielkie odchylenia i prawo iterowanego logarytmu. Udało mi się tu jednak „przyłapać" autora na pewnej drobnej niekonsekwencji: Rozpatrując łańcuchy Markowa na przeliczalnym zbiorze stanów i nie zakładając nic o zerowaniu się elementów macierzy przejścia wykracza się poza klasę zmiennych losowych prostych. Na szczęście nie ma to żadnego wpływu na poprawność przeprowadzonych dowodów.

Rozdziały drugi i trzeci, zatytułowane *Miara* i *Całkowanie* zawierają systematyczny, podstawowy wykład teorii miary i całki, przy czym jego znaczna część to uogólnienie pojęć i twierdzeń z rozdziału pierwszego (miary dowolne zamiast unormowanych, funkcje mierzalne zamiast funkcji prostych itp.). Znajduje się tu m.in. konstrukcja miary i całki Lebesgue'a w $\boldsymbol{R}^k$, konstrukcja miary produktowej i twierdzenie Fubiniego, zaś z zagadnień mniej standardowych omówiona jest miara Hausdorffa w $\boldsymbol{R}^k$.

W rozdziale czwartym, nazwanym *Zmienne losowe i wartości oczekiwane*, zbudowana