jej staranna redakcja. Autorom udało się osiągnąć wysoki stopień precyzji bez popadania w pedanterię.

Uważam też, że wydzielenie materiału topologicznego z dwutomowej *Geometrii i Topologii* było dobrym pomysłem, dzięki któremu czytelnik otrzymał książkę bardziej spójną i zwartą.

Kazimierz Gęba

Patrick Billingsley, *Prawdopodobieństwo i miara*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1987, str. 580. Z angielskiego tłumaczyli Krystyna Kizeweter i Janusz E. Roguski. Cena 750,— zł. ISBN 87-01-07170-2.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Specjaliści od teorii prawdopodobieństwa znają i cenią P. Billingsleya przede wszystkim jako autora doskonałej, klasycznej już książki *Convergence of Probability Measures*, która wywarła ogromny wpływ na rozwój badań nad twierdzeniami granicznymi dla procesów losowych. Tym razem jego cel był skromniejszy, co jednak wcale nie znaczy, że bardzo łatwy: napisanie podręcznika dla studentów, obejmującego teorię prawdopodobieństwa oraz teorię miary. U czytelnika nie zakłada się żadnych wiadomości z teorii miary i całki, a dokładniej, jedyne, co wystarczy znać z tego zakresu, to elementarna całka Riemanna.

Zakłada się natomiast znajomość rachunku prawdopodobieństwa zbudowanego na skończonej przestrzeni zdarzeń elementarnych. Z tego, jak należy sądzić, powodu autor całkowicie pomija rozważania nad filozoficznymi podstawami teorii prawdopodobieństwa, nie mówi nic o „definicji klasycznej prawdopodobieństwa", nie próbuje intuicyjnie motywować celowości wprowadzania właśnie takich, a nie innych definicji prawdopodobieństwa warunkowego czy niezależności. Niemniej jednak, z punktu widzenia matematyki wykład jest kompletny: autor formułuje wszystkie podstawowe definicje i udowadnia wynikające z nich własności.

Rozdział pierwszy, zatytułowany *Prawdopodobieństwo* otwiera czysto analityczny dowód twierdzenia Borela o liczbach normalnych, tzn. prawo wielkich liczb dla cyfr rozwinięcia dwójkowego liczby z przedziału $(0, 1]$. Z kolei autor zajmuje się miarami unormowanymi (twierdzenie o rozszerzaniu miary z ciała na σ-ciało, konstrukcja miary Lebesgue'a na przedziale jednostkowym), a następnie buduje teorię prawdopodobieństwa „bez całkowania", to znaczy ogranicza się do zmiennych losowych prostych, tj. przyjmujących tylko skończoną liczbę wartości, a wartość oczekiwaną definiuje jako sumę. Rozważa m.in. pojęcie niezależności zdarzeń i zmiennych losowych, prawa zera i jedynki, słabe i mocne prawo wielkich liczb.

Mimo przyjętego ograniczenia, wprowadzone definicje i udowodnione fakty pozwalają na ukazanie całego szeregu głębokich zastosowań. I tak, autor omawia gry hazardowe (w tym zagadnienie ruiny), łańcuchy Markowa (w tym twierdzenie o istnieniu, klasyfikację stanów, istnienie rozkładów stacjonarnych, a nawet teorię optymalnego zatrzymywania), wielkie odchylenia i prawo iterowanego logarytmu. Udało mi się tu jednak „przyłapać" autora na pewnej drobnej niekonsekwencji: Rozpatrując łańcuchy Markowa na przeliczalnym zbiorze stanów i nie zakładając nic o zerowaniu się elementów macierzy przejścia wykracza się poza klasę zmiennych losowych prostych. Na szczęście nie ma to żadnego wpływu na poprawność przeprowadzonych dowodów.

Rozdziały drugi i trzeci, zatytułowane *Miara* i *Całkowanie* zawierają systematyczny, podstawowy wykład teorii miary i całki, przy czym jego znaczna część to uogólnienie pojęć i twierdzeń z rozdziału pierwszego (miary dowolne zamiast unormowanych, funkcje mierzalne zamiast funkcji prostych itp.). Znajduje się tu m.in. konstrukcja miary i całki Lebesgue'a w $\boldsymbol{R}^k$, konstrukcja miary produktowej i twierdzenie Fubiniego, zaś z zagadnień mniej standardowych omówiona jest miara Hausdorffa w $\boldsymbol{R}^k$.

W rozdziale czwartym, nazwanym *Zmienne losowe i wartości oczekiwane*, zbudowana

uprzednio teoria jest wykorzystana do przeniesienia na przypadek ogólny faktów probabilistycznych, rozważanych w rozdziale pierwszym. Głównym tematem jest tu niezależność zmiennych losowych (sumy takich zmiennych, prawa wielkich liczb), a jako zastosowanie omawia się proces Poissona, podając jego różne charakteryzacje oraz wprowadza elementy teorii kolejek.

Rozdział piąty (*Zbieżność rozkładów*) jest poświęcony słabej zbieżności rozkładów prawdopodobieństwa w R^k, przy czym przypadki jedno- i wielowymiarowy są rozpatrywane oddzielnie. Mówi się tutaj o funkcjach charakterystycznych (włącznie ze wzorem na odwrócenie), dowodzi centralnego twierdzenia granicznego (podając także jego uogólnienie na ciągi stacjonarne α-mieszające), charakteryzuje rozkłady nieskończenie podzielne o skończonej wariancji, ukazuje możliwość badania zbieżności rozkładów za pomocą metody momentów. Ta ostatnia metoda jest zilustrowana pięknym zastosowaniem do teorii liczb (szacowanie liczby czynników pierwszych liczby naturalnej).

Rozdział szósty nosi tytuł *Pochodne i prawdopodobieństwo warunkowe*. Otwiera go zarys teorii różniczkowania funkcji rzeczywistych zmiennej rzeczywistej, następnie dowodzi się twierdzenia Radona–Nikodyma, które z kolei służy do wprowadzenia pojęcia prawdopodobieństwa warunkowego i warunkowej wartości oczekiwanej (względem σ-ciała). Pokazuje się zastosowanie tych pojęć w statystyce matematycznej (dostateczność, estymatory o minimalnej wariancji), podaje się określenie własności Markowa, a przede wszystkim omawia niektóre twierdzenia teorii martyngałów z czasem dyskretnym (w tym twierdzenie o zbieżności prawie na pewno) oraz ukazuje część z ogromnej liczby ich zastosowań.

Rozdział siódmy i ostatni, zatytułowany *Procesy stochastyczne* zawiera omówienie pewnych zagadnień ogólnych (ośrodkowość procesu, twierdzenie Kołmogorowa o istnieniu procesu), ale zasadniczą jego treścią jest konstrukcja oraz opisanie własności jednowymiarowego procesu ruchu Browna. Znajdują się tu m.in. rozważania tak subtelne, jak opis topologicznej struktury zbioru zer ruchu Browna oraz twierdzenie Skorochoda o zanurzaniu ciągu niezależnych zmiennych losowych w ruch Browna.

Wartość książki niezmiernie podnoszą zadania umieszczane na końcu każdego paragrafu. Jest ich około 600 i wiele z nich jest opatrzonych wskazówkami lub komentarzami ułatwiającymi rozwiązanie. Zadania te mają bardzo różnorodny charakter i niosą często ciekawe i głębokie treści. Służą zarówno ilustracji faktów i pojęć omawianych w głównym tekście, jak i poszerzaniu teorii.

Książkę czyta się z dużą przyjemnością. Widać, że jej treść i układ zostały gruntownie przemyślane. Widoczna jest nadzwyczajna troska autora o ścisłość; nic nie jest podawane „na wiarę". Dowody, mimo że szczegółowe i tak precyzyjne, że wprost nie sposób znaleźć w nich luki, wcale nie są nudne. Sam autor za największą wartość (a w każdym razie za *novum*) książki uważa to, że sposób przedstawienia wykładanego materiału jest oparty na *przemienności prawdopodobieństwa i miary*, na tym, że jest ukazane *prawdopodobieństwo motywujące teorię miary i teoria miary generująca z kolei dalej prawdopodobieństwo*.

Oczywiście, użycie teorii miary w wykładzie teorii prawdopodobieństwa nie dziwi nikogo, ciekawsze są zależności odwrotne. Należy sądzić, iż autorowi chodzi o to, że na przykład poznanie i zrozumienie własności i interpretacji wartości oczekiwanej zmiennej losowej prostej stanowi dobrą motywację do wprowadzenia ogólnego pojęcia całki. Moim zdaniem jednak autor nie wykorzystał wszystkich możliwości wykazania takich zależności, sięgających głębiej. Jest ciekawe, że niektóre twierdzenia z teorii miary, na przykład twierdzenie Radona–Nikodyma, można otrzymać za pomocą rozważań czysto probabilistycznych, korzystając z twierdzeń o martyngałach. Wydaje się, że przyjęcie właśnie takiej kolejności prezentacji (tzn.: martyngały, twierdzenie Radona–Nikodyma, warunkowa wartość oczekiwana) byłoby bardziej zgodne z duchem książki.

Gdy próbuję wyobrazić sobie polskiego czytelnika *Prawdopodobieństwa i miary*, wydaje mi się, że raczej mało osób u nas użyje tej książki zgodnie z zamierzonym przez au-

tora celem, to znaczy do systematycznego studiowania jej rozdziałów po kolei (co autor zaleca w przypadku czterech pierwszych rozdziałów), czyli jako podręcznika równocześnie teorii miary i teorii prawdopodobieństwa. U nas studenci matematyki poznają elementy teorii miary, a przynajmniej całkę Lebesgue'a, zanim zaczynają uczyć się teorii prawdopodobieństwa. Z kolei brak wykładu typu *undergraduate* (jeśli nie liczyć znikomej wiedzy probabilistycznej wyniesionej ze szkoły) powoduje, że są oni pozbawieni intuicji dotyczących podstawowych pojęć rachunku prawdopodobieństwa; posiadanie przez czytelnika właśnie takich intuicji zakłada autor książki.

Pozostaje oczywiście cała rzesza osób, które nie studiują ani nie studiowały matematyki, mają pojęcie o rachunku prawdopodobieństwa i mogłyby zapragnąć tę swoją wiedzę uściślić i pogłębić. Wydawałoby się, że dla takich osób książka Billingsleya będzie idealna, byłbym jednak ostrożny w jej bezwarunkowym rekomendowaniu; książka jest bardzo dobra, ale w moim odczuciu jest ona pisana dla matematyków, a w każdym razie dla ludzi o wyraźnej predylekcji, i predyspozycjach, do matematyki. Natomiast studenci, a również i absolwenci matematyki, wykładowców teorii prawdopodobieństwa nie wyłączając, być może pominą pewne partie książki, ale przeczytanie pozostałych przyniesie im bez wątpienia korzyść i satysfakcję.

Autor pisze we wstępie: *Moim celem była książka, jaka byłaby mi się podobała samemu wtedy, gdy po raz pierwszy zająłem się tym przedmiotem.* Uważam, że wykazał on dobry gust, a jeśli nawet efektem jego pracy nie jest podręcznik idealny, w naszych warunkach, to w każdym razie jest to książka ładna i pożyteczna.

To, co pisałem dotychczas, dotyczyło oryginalnej wersji recenzowanej książki. Pora skomentować polski przekład wydany przez PWN. Przeglądając przedstawiony mi do zrecenzowania egzemplarz stwierdziłem ze zdziwieniem, że raz po raz nie rozumiem czytanego tekstu. Zaintrygowany i zaniepokojony, sięgnąłem do angielskiego oryginału i sprawa wyjaśniła się natychmiast. Otóż mamy tu do czynienia ze wszystkimi możliwymi rodzajami błędów tłumaczenia. Najmniej, być może, pretensji można mieć do tłumaczy za przeinaczenia w rodzaju: „częściowego" zamiast „częstościowego" (str. 18), „analitycznych" zamiast „analogicznych" (str. 158), „wartości" zamiast „własności" (str. 525). Są one bardzo nieprzyjemne, bo zdania zachowują poprawność gramatyczną, a nawet mają pozory sensu matematycznego i czytający książkę niespecjalista (student) straci sporo czasu usiłując dociec, o co w nich chodzi; błędy te wynikają jednak raczej z niestarannego opracowania maszynopisu. Wszystkie pozostałe obciążają wyłącznie konto tłumaczy.

Nie mam zamiaru wdawać się w szczegółową krytykę języka tłumaczenia, chociaż jest on — moim zdaniem — fatalny (oryginał jest napisany językiem żywym i dość swobodnym — tłumacze nie oddają tego zupełnie), bo nie jestem kompetentny, a poza tym wymaganie od tłumaczy literatury naukowej uzdolnień literackich byłoby chyba przesadą. Nie można jednak zrezygnować z żądania od nich znajomości języka angielskiego oraz zrozumienia sensu matematycznego przekładanego tekstu. Oba te warunki nie są niestety spełnione w tym wypadku. Dowodów na to jest takie mnóstwo, że wprost trudno się zdecydować, które przykłady wybrać. Podam tylko kilka pierwszych z brzegu, o bardzo różnym ciężarze.

(str. 46) *It turns out to be simpler to impose on A the more stringent requirement* (...) zostało przetłumaczone na *Postępowanie takie sugeruje, aby nałożyć na zbiór A prostszy, ale bardziej ograniczający warunek* (...), przy czym żadnego „sugerującego postępowania" w poprzedzającym tekście nie ma.

I dalej na tej samej stronie, zdanie: *It also turns out, after the fact, that* (3.3) *implies that* (3.4) *holds for all E anyway* figuruje jako *Wynika to również z faktu, że* (3.3) *implikuje, iż* (3.4) *zachodzi dla każdego zbioru E.*

(str. 16) (...) *the instant* (...) *is random in the sense that it lies in* (1, 1) *with probability* (1.2) tłumacze przekładają na: *Moment jest losowy — należy do zbioru* (1, 1), *którego prawdopodobieństwo określone jest wzorem* (1.2).

(str. 44 i dalej) Liczby porządkowe (*ordinal*) są nazywane stale liczbami kardynalnymi.

(str. 56 i dalej) Tytuł paragrafu 4: *Denumerable probabilities* został przetłumaczony na *Prawdopodobieństwo na przestrzeniach dyskretnych.* Tłumaczenie to jest zupełnie zdumiewające dla kogoś, kto choć odrobinkę wie, o co chodzi, bowiem w jednym z pierwszych zdań tego paragrafu autor pisze *expressis verbis*, że podstawową rozpatrywaną tu przestrzenią probabilistyczną jest przedział (0, 1] ze zbiorami borelowskimi i miarą Lebesgue'a (!). Wyjaśnia także, iż będzie się zajmować nieskończonymi ciągami zdarzeń i stąd owo *denumerable.*

(str. 126 i 127) *row sums* (chodzi o sumę wyrazów w wierszu macierzy) stają się w tłumaczeniu *sumami wierszy.*

(str. 192) Na tej stronie jest kilka nonsensów, oto tylko jeden z nich: *Thus* $F_n(0)$ *does not converge to* $\Delta(0) = 1$, *but because* Δ *is discontinuous at* 0, *the definition of weak convergence does not require this* (tzn. definicja słabej zbieżności nie wymaga tego, żeby $F_n(0)$ było zbieżne do $\Delta(0)$), to dla tłumaczy *Wobec tego* $F_n(0)$ *nie jest zbieżne do* $\Delta(0) = 1$, *gdyż dystrybuanta* Δ *jest nieciągła w zerze, a definicja słabej zbieżności nie dotyczy miejsc nieciągłości.*

(str. 267) *The estimate has the right limiting behavior according to the Glivenko–Cantelli theorem* (tzn. w granicy estymator zachowuje się tak, jak trzeba) zostało przetłumaczone na *Poniższe twierdzenie Gliwienki–Cantellego podaje pewną własność dotyczącą prawostronnej granicy tej dystrybuanty.*

(str. 297) (...) *the waiting time itself follows the exponential law* (tzn. czas oczekiwania musi mieć rozkład wykładniczy), to według tłumaczy (...) *sam czas oczekiwania jest warunkiem koniecznym rozkładu wykładniczego.*

(str. 436) *constant in time* zostało przetłumaczone na *ciągłe względem czasu.* W tym samym zdaniu *The* X_n *there have countable range as well*, tłumacze przekładają na *Zmienne losowe* X_n *również tam mają przeliczalny zbiór wartości* co, biorąc pod uwagę kontekst, jest zupełnym nonsensem (bo „tutaj" mają właśnie nieprzeliczalny!) Powinno być: „Również i zbiór wartości zmiennych losowych X_n jest tam przeliczalny".

(str. 189) (...) *waiting times often have this property*, to po przekładzie (...) *zjawisku czasu oczekiwania zawsze przypisujemy tę własność.*

Wyliczanie takich usterek, błędów i bezsensów można by ciągnąć jeszcze bardzo długo, ale chyba już nie warto. Na koniec jeszcze tylko jeden przykład: Ciekawy jestem, co czytelnik, usiłujący rozwiązać zadanie 35.22 zrozumie z takiej oto wskazówki (str. 565): *Aby udowodnić, że dwa ciągi muszą mieć te same granice związać je.* W oryginale jest (...) *interlace them* i chodzi o to, żeby poprzeplatać jeden ciąg drugim.

Popularne powiedzenie: „Byłoby to bardzo śmieszne, gdyby nie było takie smutne" stanowi tu chyba najkrótszy i najwłaściwszy komentarz.

Wielka szkoda, że nieudolne tłumaczenie tak drastycznie obniżyło wartość dobrej i pożytecznej książki.

Tomasz Bojdecki

Andrzej Krupowicz, *Metody numeryczne zagadnień początkowych równań różniczkowych zwyczajnych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986, str. 292, nakład 2800+200 egz., cena 350,– zł; ISBN 83-01-06638-5.

Książka jest poświęcona metodom numerycznym rozwiązywania początkowych zagadnień dla równań różniczkowych zwyczajnych. Czytelnik znajdzie w niej opis podstawowych metod, takich jak liniowe metody wielokrokowe, metody Rungego–Kutty i metody ekstrapolacyjne. Przedstawiono zasadę konstrukcji poszczególnych rodzajów metod oraz wyniki dotyczące rzędu aproksymacji, stabilności oraz zbieżności i rzędu zbieżności metody. W książce znajdujemy także dyskusję absolutnej stabilności poszczególnych metod (tzn. stabilności na nieskończonym przedziale przy ustalonej długości kroku całkowania).

Najwięcej uwagi poświęcono liniowym metodom wielokrokowym. W rozdziałach 2 i 3 zostały przedstawione elementy ogólnej