Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Wykaz ważniejszych błędów i przeoczeń:

str. 13^{8}: Argumenty pochodnych cząstkowych;

str. 14^{4-13}: To nie jest ciągła zależność rozwiązania od warunków początkowych. Tę własność mają dowolne funkcje ciągłe y_i i z_i. Kilka linii niżej (str. 14_2 do 15^{1}) jest już prawidłowo;

str. 23_2: Z podanej definicji błędu aproksymacji wynika, że aby metoda była rzędu p, wymagamy, żeby $\forall f r_n^{(p+1)}(0) \neq 0$. Powinno być $\exists f r_n^{(p+1)}(0) \neq 0$;

str. 25: Czy definicja zbieżności metody jest podana dla zadania z pewną ustaloną prawą stroną f? Jeśli nie, to brakuje kwantyfikatora „dla każdego" f z pewnej klasy;

str. 33^{3-7}, wzór (1.23): To jest prawdziwe dla dowolnych funkcji ciągłych u_1 i y. Ciągła zależność od warunków początkowych tu nie ingeruje;

str. 50, Definicja 21: Mówimy, że metoda wielokrokowa jest zbieżna, jeśli dla *dowolnych* $y_i(h)$, $i = 1, 2, \ldots, k-1$, spełniających (2.37) zachodzi

$$\max_{k \leqslant n \leqslant N(h)} |e_n(h)| \xrightarrow{h \to 0} 0.$$

Ten warunek nie jest równoważny warunkowi sformułowanemu w Definicji 2.1 i późniejsze wyjaśnienia tego nie zmieniają;

str. 127, wzór (4.5): błąd drukarski w dolnej granicy całkowania;

str. 153^{1}: $y_{n-1}^{[m]}$, str. 153^{7}: $f_{n-1}^{[m-1]}$, str. 153^{10}: $h f_{n-i}^{[m-1]}$;

str. 188: To samo co na str. 23;

str. 222, punkt 6: Wszystkie *jawne* metody Rungego–Kutty...;

str. $242_{5,10,14}$: błędy drukarskie;

str. 253^{21}: Gwałtowny wzrost *błędu*...;

str. 257_5: Dla zadań sztywnych koszt całkowania zależy w głównej mierze od liczby obliczeń macierzy Jacobiego i od liczby jej rozkładów trójkątno-trójkątnych, a nie tylko od liczby obliczeń funkcji prawej strony.

Bolesław Kacewicz

S. W. Fomin, I. P. Kornfeld, J. G. Sinaj, *Teoria ergodyczna*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1987, 402 str., nakład 1000+180 egz., z języka rosyjskiego tłumaczył Jacek Jakubowski. Cena 490,– zł; ISBN 83-01-07118-4.

Teoria ergodyczna jest jedną z niewielu dziedzin matematyki, które zmieniły się radykalnie w ciągu ostatnich dziesięcioleci. Jeśli przedtem, z niewielkimi wyjątkami, teoria ergodyczna sprowadzała się do uśredniania lub do ogólnych pytań charakteru jakościowego, to obecnie teoria ergodyczna jest silnym i skutecznym aparatem używanym do badania własności statystycznych układów dynamicznych. Z tego powodu problemy teorii ergodycznej są teraz interesujące nie tylko dla matematyków, ale także dla fizyków, biologów, chemików i innych. (Fragment przedmowy do rosyjskiego wydania książki z 1980 r.)

Jest to druga monografia z układów dynamicznych w języku polskim. Pierwszą jest książka W. Szlenka *Wstęp do teorii gładkich układów dynamicznych*. Z uwagi na duże zainteresowanie tą tematyką w Polsce jest to niewątpliwie książka potrzebna.

Pierwsze, co narzuca się po jej przeczytaniu, to niezwykłe bogactwo zawartej w niej treści. Książka jest przesycona przykładami, twierdzeniami i dowodami, które z reguły są bardzo skomplikowane. Z reguły autorzy unikają zbędnych komentarzy i są równie oszczędni w ilustracji graficznej omawianych faktów (2 rysunki na 400 stron). Jeśli dodamy do tego skomplikowany system obliczeń, to okazuje się, że studiowanie tej monografii nie jest zajęciem łatwym. Jednakże wysiłek opłaca się. Czytelnik może nabyć gruntowną wiedzę z teorii ergodycznej od podstaw do pewnego etapu jej rozwoju (do około połowy lat siedemdziesiątych). Co więcej, można nauczyć się z niej praktycznego stosowania takich dyscyplin matematycznych, jak teoria miary, teoria prawdopodobieństwa i teoria spektralna (co może jest ważniejsze od znajomości abstrakcyjnego aparatu teoretycznego).

Książka składa się z czterech części. W pierwszej części są wprowadzone podsta-

wowe pojęcia teorii ergodycznej (ergodyczność, różne rodzaje mieszania, automorfizmy całkowe i pochodne oraz operatory unitarne stowarzyszone z endomorfizmami) oraz opisane są podstawowe klasy układów dynamicznych (gładkie układy dynamiczne na rozmaitościach, homeomorfizmy okręgu, algebraiczne układy na grupach, przekładanie odcinków, bilardy, zagadnienia ergodyczne w teorii liczb, stacjonarne procesy stochastyczne oraz gaz idealny). Większość materiału w tej części jest standardowa, chociaż zawiera dowody takich nietrywialnych faktów, jak przykład Arnolda sprzężonego z niewymiernym obrotem homeomorfizmu okręgu z singularną miarą niezmienniczą czy przykład minimalnego, ale nie ściśle ergodycznego przekładania.

Druga część książki jest najtrudniejsza. Wprowadzone są w niej pojęcia entropii i K-układu oraz opisane są podstawowe konstrukcje abstrakcyjnej teorii ergodycznej: produkty skośne układów dynamicznych, naturalne rozszerzenia endomorfizmów i reprezentacje specjalne potoków. Udowodnione są: Lemat Rochlina–Halmosa, twierdzenie Rudolpha o reprezentacji specjalnej potoku za pomocą dwuwartościowej funkcji oraz twierdzenie o izomorfizmie automorfizmów Bernoullego z jednakową entropią (osiemnastostronicowy dowód Keane'a i Smorodinskiego, który jest prostszy i bardziej naturalny od oryginalnego dowodu Ornsteina).

W trzeciej części bada się widmo operatorów unitarnych związanych z układami dynamicznymi. Ten temat jest obecnie zaliczany do klasyki, ponieważ współczesna teoria układów dynamicznych wykorzystuje do ich badania silniejsze środki (entropia, wykładniki Lapunowa). Rozdział ten jest mimo to bardzo interesujący. Autorzy prezentują teorię von Neumanna układów dynamicznych z widmem dyskretnym oraz badają przykłady automorfizmów z widmem ciągłym (przeliczalnie krotnym lebesgue'owskim dla K-układów, singularnym i mieszanym). Dużo uwagi poświęcono analizie spektralnej gaussowskich procesów stochastycznych.

W ostatniej części rozważa się aproksymacje układów dynamicznych, których ergodyczne własności okazują się zależne od szybkości zbieżności tych aproksymacji. Dla potoków na dwuwymiarowym torusie konstruuje się reprezentacje specjalne i aproksymacje.

Poszczególne części książki są dosyć niezależne od siebie. Jest to związane z różnym stopniem ich trudności.

Książka jest również zaopatrzona w dodatek, w którym umieszczono niezbędne wiadomości z teorii przestrzeni Lebesgue'a i z teorii spektralnej operatorów unitarnych oraz dowód twierdzenia ergodycznego.

Jak autorzy zaznaczają we wstępie, mało uwagi poświęcono entropijnym metodom badania układów dynamicznych. Obiecują napisać osobną książkę na ten temat.

Książka jest monografią, którą trudno jest wykorzystać dla pierwszego zapoznania się z teorią ergodyczną. Najlepszą pozycją wprowadzającą w tę tematykę jest chyba książka Billingsleya *Ergodic theory and information* (jest tłumaczenie rosyjskie). Warto też przedtem przeczytać cytowaną wyżej książkę Szlenka. Jest oczywiście wiele innych książek z teorii ergodycznej (Arnolda i Aveza, Auslandera, Greena i Hahna, Birkhoffa, Halmosa, Hopfa, Friedmana, Parry'ego, Waltersa), ale trudno je porównywać z monografią Fomina, Kornfelda i Sinaja. Niżej podpisany nie czuje się kompetentny do podjęcia się tego zadania, ale niewątpliwie recenzowana książka przewyższa wymienione wyżej książki pod względem wszechstronności; np. w żadnej z nich nie ma tak pełnego przedstawienia teorii spektralnej i teorii aproksymacji.

Sinaj jest jednym z najwybitniejszych specjalistów w teorii ergodycznej i monografia oraz jej treść są wiązane z jego imieniem. Fomin zmarł w 1975 r. w trakcie pracy nad książką i dlatego jego wpływ na jej kształt jest ograniczony. Niewątpliwie, dużo pracy w redakcję książki włożył również trzeci z autorów, Kornfeld.

Książka nie jest wzorem staranności i przystępności, szczególnie jeśli chodzi o dowody. Czasami, jak np. w dowodzie twierdzenia 1, § 2, rozdział 14 na str. 312 autorzy zapominają się powołać na pewną wcześniejszą informację

$$\theta_1^{(r)}(x(s_k)) = \exp(2\pi i k\lambda)$$

z rozdziału 8. Takich przykładów jest więcej. W dowodzie twierdzenia Weyla na str. 156–157 wyprowadza się (z błędami) skomplikowane wzory, a tymczasem wystarcza ogólniejsza formuła, którą łatwo uzasadnić. W dowodzie twierdzenia 1, §4, rozdział 7 na str. 164 autorzy pomylili zwrot pewnej nierówności i dzięki temu uzyskali tezę twierdzenia. W przypadku przekształcenia Gaussa, do którego stosują twierdzenie, żądana nierówność ma rzeczywiście miejsce, tylko dowód jest nieco inny. Konstrukcja specjalnej reprezentacji potoku na torusie (lemat 4, str. 352–353) jest niedokładna: np. chyba nie „jest oczywiste, że trajektoria $T^t p$ nie jest zamknięta". Dowód nieokresowości $T^t q$ podany dalej należałoby zastosować do $T^t p$. Oczywiście te błędy są związane z charakterem dowodów, tzn. z tym, że są one bardzo techniczne ze skomplikowanymi oznaczeniami. Z drugiej strony, gdyby wymagać doskonałości, to czy książka o tej zawartości materiału w ogóle ukazałaby się?

Pewne zastrzeżenia można wysunąć pod adresem tłumacza książki. Takie błędy w tłumaczeniu jak: *równania różniczkowe opisujące układy całkowalne są całkowalne z kwadratem* zamiast *w kwadraturach* (str. 64); *zbieżność szeregu średniokwadratowo* zamiast *zbieżność w* L_2 (str. 70); *automorfizm dowolny* zamiast *pochodny* (str. 176–177), *automorfizm całkowity* zamiast *całkowy* (str. 200), *miary uwarunkowane* zamiast *warunkowe* (str. 213) czy *przykład automorfizmu z widmem ciągłym, które nie jest widmem prostym o skończonej krotności* zamiast *z nieprostym widmem o skończonej krotności* (str. 298) można złożyć tylko na konto jego braków w wykształceniu matematycznym.

Autor niniejszej recenzji znalazł również ponad 60 różnych omyłek we wzorach i błędów drukarskich. Większość pochodzi z oryginału rosyjskiego, w polskim wydaniu doszły dalsze. Errata zawiera tylko cztery poprawki.

Pomimo powyższych uwag i zastrzeżeń, gorąco rekomenduję książkę do jej studiowania. Moja rekomendacja jest zresztą zbyteczna, gdyż chyba już cały nakład został wyprzedany.

Henryk Żołądek

Tadeusz Batóg, *Podstawy logiki*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza, Poznań 1986, str. viii+252, nakład 3000 egz., cena 240,– zł.

Książka składa się z następujących dziewięciu rozdziałów: I. *Podstawy rachunku zdań.* II. *Aksjomatyczny system rachunku zdań.* III. *Zagadnienia metalogiczne rachunku zdań.* IV. *Wprowadzenie w problematykę rachunku predykatów.* V. *Rachunek predykatów.* VI. *Z syntaktycznych zagadnień rachunku predykatów.* VII. *Systemy dedukcyjne i ich własności.* VIII. *Elementy semantyki.* IX. *Zasady definiowania.*

W rozdziale I wprowadza się pojęcia: zdania, spójnika zdaniowego, formuły rachunku zdań, funkcji prawdziwościowej, tautologii, reguły wnioskowania; mówi się o znaczeniu tautologii w dowodach matematycznych i dowodzi się semantycznych twierdzeń o podstawianiu i o odrywaniu.

W rozdziale II przedstawiono aksjomatykę rachunku zdań i na jej podstawie przeprowadzono dowody 68 twierdzeń (tez) rachunku zdań.

Rozdział III zawiera formalizację pojęcia dowodu i konsekwencji, twierdzenie o postaci normalnej formuł rachunku zdań, twierdzenia o pełności i niesprzeczności rachunku zdań, a także pojęcie niezależności aksjomatów rachunku zdań, przedstawione szczegółowo na przykładzie systemu aksjomatów Łukasiewicza.

W rozdziale IV wprowadza się w sposób niezbyt formalny elementy języka rachunku predykatów, pokazuje się też przykłady teorii aksjomatycznych, opisanych w tym języku. Są to: teoria mnogości, arytmetyka Peano, elementarna teoria grup oraz dwuwymiarowa geometria euklidesowa.

Rozdział V stanowi prezentację sformalizowanego systemu rachunku predykatów. Na podstawie wprowadzonej aksjomatyki dowo-