Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

z rozdziału 8. Takich przykładów jest więcej. W dowodzie twierdzenia Weyla na str. 156–157 wyprowadza się (z błędami) skomplikowane wzory, a tymczasem wystarcza ogólniejsza formuła, którą łatwo uzasadnić. W dowodzie twierdzenia 1, §4, rozdział 7 na str. 164 autorzy pomylili zwrot pewnej nierówności i dzięki temu uzyskali tezę twierdzenia. W przypadku przekształcenia Gaussa, do którego stosują twierdzenie, żądana nierówność ma rzeczywiście miejsce, tylko dowód jest nieco inny. Konstrukcja specjalnej reprezentacji potoku na torusie (lemat 4, str. 352–353) jest niedokładna: np. chyba nie „jest oczywiste, że trajektoria $T^t p$ nie jest zamknięta". Dowód nieokresowości $T^t q$ podany dalej należałoby zastosować do $T^t p$. Oczywiście te błędy są związane z charakterem dowodów, tzn. z tym, że są one bardzo techniczne ze skomplikowanymi oznaczeniami. Z drugiej strony, gdyby wymagać doskonałości, to czy książka o tej zawartości materiału w ogóle ukazałaby się?

Pewne zastrzeżenia można wysunąć pod adresem tłumacza książki. Takie błędy w tłumaczeniu jak: *równania różniczkowe opisujące układy całkowalne są całkowalne z kwadratem* zamiast *w kwadraturach* (str. 64); *zbieżność szeregu średniokwadratowo* zamiast *zbieżność w* L_2 (str. 70); *automorfizm dowolny* zamiast *pochodny* (str. 176–177), *automorfizm całkowity* zamiast *całkowy* (str. 200), *miary uwarunkowane* zamiast *warunkowe* (str. 213) czy *przykład automorfizmu z widmem ciągłym, które nie jest widmem prostym o skończonej krotności* zamiast *z nieprostym widmem o skończonej krotności* (str. 298) można złożyć tylko na konto jego braków w wykształceniu matematycznym.

Autor niniejszej recenzji znalazł również ponad 60 różnych omyłek we wzorach i błędów drukarskich. Większość pochodzi z oryginału rosyjskiego, w polskim wydaniu doszły dalsze. Errata zawiera tylko cztery poprawki.

Pomimo powyższych uwag i zastrzeżeń, gorąco rekomenduję książkę do jej studiowania. Moja rekomendacja jest zresztą zbyteczna, gdyż chyba już cały nakład został wyprzedany.

Henryk Żołądek

Tadeusz Batóg, *Podstawy logiki*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza, Poznań 1986, str. viii+252, nakład 3000 egz., cena 240,– zł.

Książka składa się z następujących dziewięciu rozdziałów: I. *Podstawy rachunku zdań.* II. *Aksjomatyczny system rachunku zdań.* III. *Zagadnienia metalogiczne rachunku zdań.* IV. *Wprowadzenie w problematykę rachunku predykatów.* V. *Rachunek predykatów.* VI. *Z syntaktycznych zagadnień rachunku predykatów.* VII. *Systemy dedukcyjne i ich własności.* VIII. *Elementy semantyki.* IX. *Zasady definiowania.*

W rozdziale I wprowadza się pojęcia: zdania, spójnika zdaniowego, formuły rachunku zdań, funkcji prawdziwościowej, tautologii, reguły wnioskowania; mówi się o znaczeniu tautologii w dowodach matematycznych i dowodzi się semantycznych twierdzeń o podstawianiu i o odrywaniu.

W rozdziale II przedstawiono aksjomatykę rachunku zdań i na jej podstawie przeprowadzono dowody 68 twierdzeń (tez) rachunku zdań.

Rozdział III zawiera formalizację pojęcia dowodu i konsekwencji, twierdzenie o postaci normalnej formuł rachunku zdań, twierdzenia o pełności i niesprzeczności rachunku zdań, a także pojęcie niezależności aksjomatów rachunku zdań, przedstawione szczegółowo na przykładzie systemu aksjomatów Łukasiewicza.

W rozdziale IV wprowadza się w sposób niezbyt formalny elementy języka rachunku predykatów, pokazuje się też przykłady teorii aksjomatycznych, opisanych w tym języku. Są to: teoria mnogości, arytmetyka Peano, elementarna teoria grup oraz dwuwymiarowa geometria euklidesowa.

Rozdział V stanowi prezentację sformalizowanego systemu rachunku predykatów. Na podstawie wprowadzonej aksjomatyki dowo-

dzi się 44 tez rachunku predykatów, pokazuje się też ich zastosowania w dowodach matematycznych.

Rozdział VI zawiera formalną definicję dowodu i konsekwencji, twierdzenie o dedukcji, twierdzenia o neutralności logiki wobec stałych pozalogicznych, twierdzenia o dowodach założeniowych, a także twierdzenie o niesprzeczności rachunku predykatów. Pokazuje się też, że każda formuła rachunku predykatów jest równoważna formule o postaci prefiksowej.

Rozdział VII poświęcony jest teoriom I rzędu. Zawiera twierdzenia dotyczące niesprzeczności oraz opis metod dowodzenia niesprzeczności, mówi się też o niezależności aksjomatów oraz o zupełności teorii. Przy użyciu metody eliminacji kwantyfikatorów dowodzi się zupełności elementarnej teorii gęstych porządków liniowych bez pierwszego i ostatniego elementu.

W rozdziale VIII pojawiają się ścisłe definicje interpretacji, spełniania, prawdy, wynikania semantycznego, modelu i tautologii wraz z twierdzeniami opisującymi ich podstawowe własności. W szczególności dowodzi się (metodą Henkina) twierdzenia Gödla o istnieniu modelu (przeliczalnego) dla każdego niesprzecznego zbioru formuł, skąd otrzymuje się twierdzenie Skolema–Löwenheima oraz twierdzenie o zwartości. Rozdział kończy się twierdzeniem o pełności rachunku predykatów.

Wreszcie rozdział IX przedstawia reguły definiowania predykatów, nazw indywidualnych (stałych) i symboli funkcyjnych oraz twierdzenia o eliminowalności i nietwórczości definicji.

Jak stwierdza Autor w przedmowie, książka przeznaczona jest przede wszystkim dla studentów matematyki i filozofii, przy czym nie oczekuje się od Czytelnika żadnej specjalnej wiedzy matematycznej. Taki punkt wyjścia nakłada na Autora kilka ograniczeń. Pierwsze z nich dotyczy zakresu prezentowanego materiału. *Podstawy logiki* zawierają zasadniczy kanon wiedzy logicznej związanej z pojęciami prawa logicznego, dowodu, wynikania czy definiowania, brak natomiast wielu pojęć i wyników teorii modeli (np. związanych z pojęciem kategoryczności teorii), brak także elementów teorii rekursji czy zagadnień związanych z obliczalnością i rozstrzygalnością. Nie jest to zarzut: wobec elementarnego charakteru wykładu, rozszerzenie go o wymienione wyżej zagadnienia przeciążyłoby go prawdopodobnie ponad wytrzymałość wydawcy (a może i Czytelnika).

Drugie ograniczenie dotyczy metod matematycznych, stosowanych w dowodach. Tu najbardziej rzuca się w oczy pomijanie lematu Kuratowskiego–Zorna oraz twierdzenia Łosia o ultraprodukcie. I znów powyższe stwierdzenie wyraża raczej żal niż pretensję do Autora. Trudno sobie wyobrazić elementarne wprowadzenie pojęcia ultraproduktu tak, aby mógł nim operować Czytelnik bez doświadczenia matematycznego. Z kolei, o ile można bez szczególnego trudu przygotować laika do przyjęcia sformułowania lematu Kuratowskiego–Zorna, o tyle dowód musiałby pozostać poza jego zasięgiem (a nie jest dobrym zwyczajem korzystanie w podręczniku z nieudowodnionych twierdzeń).

Wreszcie trzecie ograniczenie dotyczy sposobu prezentacji materiału. Autor tak pomyślanej książki musi bardzo ostrożnie prowadzić Czytelnika przez wyboje tematu. Tu trzeba od razu stwierdzić, że z tego zadania T. Batóg wywiązał się bardzo dobrze. Przyjął on zasadę nie upraszczania, ale wyjaśniania, przytaczania wszystkich elementów niezbędnych do zrozumienia przedstawianego pojęcia lub dowodu. Widać to szczególnie wyraźnie wówczas, gdy Autor przeprowadza dowody indukcyjne, starannie formułując zdanie, podlegające indukcji.

Drugim istotnym elementem, ułatwiającym zrozumienie wykładu, jest zasada ilustrowania pojęć i metod odpowiednimi przykładami. Ogromna liczba dowiedzionych tez rachunku zdań i rachunku predykatów świetnie ilustruje funkcjonowanie systemu aksjomatycznego, natomiast dowód zupełności teorii gęstych porządków bez elementu pierwszego i ostatniego dobrze pokazuje istotę metody eliminacji kwantyfikatorów oraz nietrywialność dowodów zupełności.

Dodajmy także, że Autor, starając się unikać nadmiernego formalizowania wykładu, nierzadko używa w sposób nieformalny pojęć, których ścisłe definicje znajdują się w dalszej części tekstu. Dotyczy to m.in. pojęcia schematu wnioskowania czy dowodu.

Zdarzają się jednak sytuacje, w których

nieformalność opisu rodzi niejasności. I tak np. Autor stwierdza na str. 28, iż aksjomatyczne ujęcie rachunku zdań polega na dobraniu pewnej liczby tautologii wyjściowych, z których można wyprowadzić wszystkie pozostałe oraz *na praktycznym wyprowadzeniu przynajmniej najważniejszych praw*. Jak to rozumieć? Podobnie niejasno brzmi zdanie na str. 70: *Praktycznie rzecz biorąc system Łukasiewicza zawiera w ogóle wszystkie tautologie rachunku zdań*. Zawiera czy nie zawiera? Takich niedomówień jest więcej.

Na końcu książki podano spis lektury uzupełniającej. Dziwi nieco, że pozycje autorów radzieckich podawane są w wersji niemieckiej bądź angielskiej (z uwagą, że są także dostępne w oryginalnym wydaniu rosyjskim), ale należy uznać, że lista jest wystarczająco pełna jak na podstawowy podręcznik logiki (aczkolwiek ustawienie tekstów w hierarchii wzrastającej trudności jest siłą rzeczy subiektywne). O jedną przynajmniej pozycję warto się jednak upomnieć: jest to książka E. Mendelsona *Introduction to Mathematical Logic* (1963) (wydanie rosyjskie ukazało się w 1976 r.).

Większość studentów matematyki ma w swoich planach studiów przedmiot o nazwie *Podstawy matematyki i logika*. Wielu słuchaczom, zwłaszcza z kierunków ogólnych czy nauczycielskich, sprawia on znaczne kłopoty. Wydaje się, że książka Tadeusza Batoga może być dla nich cenną pomocą, ułatwiającą „łagodne" wejście w niełatwą problematykę logiki i teorii modeli. Z tego względu warto ją zarekomendować do wykorzystania w pracy ze studentami, a być może także matematycy odlegli od podstaw matematyki będą mogli zajrzeć do niej z pożytkiem.

Wiktor Bartol

Włodzimierz Jakobsche, Józef H. Przytycki, *Topologia trzywymiarowych rozmaitości*, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 1987, str. 232, nakład 300 egz., cena 250,– zł, ISBN 83-230-0523-0.

Omawiana pozycja jest skryptem akademickim, który powstał na podstawie wykładu prowadzonego przez autorów w latach 1982–1984 na Uniwersytecie Warszawskim. Skrypt ten powstał przy współpracy słuchaczy wykładu, którzy przygotowali niektóre jego fragmenty: A. Brzezińska (rozdz. 5), J. Kania-Bartoszyńska (rozdz. 4), L. Kaźmierczak (rozdz. 1) i J. Olszewski (rozdz. 2).

Niskowymiarowa topologia budzi duże zainteresowanie wśród matematyków i od kilkunastu lat rozwija się bardzo intensywnie. W tej dziedzinie pracowali m.in. laureaci medalu Fieldsa: W. Thurston, S. T. Yau, M. Freedman.

Topologia rozmaitości 3-wymiarowych stała się dziedziną tak obszerną, że nie można jej pomieścić w jednym skrypcie. Toteż autorzy musieli ograniczyć prezentowany materiał. Nie ma tam np. twierdzenia-monstrum Thurstona, którego dowód sam mógłby wypełnić cały podobny skrypt, ani nawet wyjaśnienia pojęcia struktur geometrycznych. W książce w zasadzie wszystkie twierdzenia (z wyjątkiem rozdziału VII) dotyczą kategorii PL (*piecewise linear*).

Ramy tej pozycji wyznacza jej funkcja skryptu akademickiego. Autorzy piszą, że skrypt jest przeznaczony dla czytelnika, który ukończył dwa lata studiów na kierunku matematycznym i poznał materiał kursowego wykładu z topologii algebraicznej (mniej więcej w zakresie książki M. J. Greenberga *Wykłady z topologii algebraicznej*). Dodałbym, że przeznaczony jest w zasadzie dla dobrych studentów starszych lat. Lektura wymaga od czytelnika pewnego obycia z matematyką i dość swobodnego posługiwania się podstawowym aparatem topologii algebraicznej. Wymaga także pewnej wyobraźni geometrycznej.

Nie jest to zarzut w stosunku do książki, gdyż po prostu topologia rozmaitości 3-wymiarowych nie jest łatwym działem matematyki. Książka była kupowana nie tylko przez studentów. Jest ona wyśmienitym materiałem