ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XXX (1993)

wmptm 1897

LUDWIK M. DRUŻKOWSKI (Kraków)

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Henri Poincaré — matematyk, fizyk, astronom i filozof

17 lipca 1992 r. minęła 80 rocznica śmierci H. Poincarégo, uważanego przez niektórych historyków matematyki (np. E. T. Bella) za ostatniego uniwersalistę ogarniającego niemal całą wiedzę matematyczną współczesnego mu okresu.

1. Nieco biografii. Henryk Julian (Henri Jules) Poincaré urodził się w Nancy, stolicy Lotaryngii, 29 kwietnia 1854 r. Jego dziadek Antoni był farmaceutą, a ojciec Leon lekarzem (neuropatologiem) i prowadził wykłady w L'École de Médicine w Nancy. Braćmi stryjecznymi Henryka Poincarégo byli: Rajmund Poincaré — późniejszy prezydent Francji i Lucjan Poincaré — znany fizyk. Matka Eugenia wychowując Henryka oraz jego siostrę Alinę wszczepiła im zainteresowania intelektualne i przywiązanie do rodziny. Pięcioletni Henryk chorował na dyfteryt i choć ojciec ocalił go od śmierci, to niestety chłopcu pozostał paraliż organów mowy. W tym okresie Henrykowi w nauce pomagała siostra, z którą porozumiewał się na migi. W następnych latach zakłócenia mowy ustąpiły i dzięki doborowi odpowiedniej lektury umysł dziecka rozwijał się niezwykle szybko.

W 1862 roku H. Poincaré rozpoczął naukę w liceum (noszącym obecnie jego imię) i od pierwszej klasy był prymusem. W wieku piętnastu lat Poincaré zawarł swą jedyną przyjaźń z kolegą licealnym Albertem Gillesem. Chłopcy interesowali się teatrem, pisali nawet sztuki teatralne i odgrywali je w teatrze szkolnym. W 1870 roku, roku klęski Francji w wojnie z Prusami, ojciec Henryka postanowił, że jako lekarz nie może opuścić swoich pacjentów i pozostał w Nancy, mimo że wielu obywateli opuściło miasto. Wraz z ojcem — mimo sprzeciwu matki — pozostał 16-letni Henryk i pomagał mu jako jego "sekretarz". Chcąc czytać okupacyjne komunikaty Poincaré uczył się niemieckiego i później udoskonalił znajomość tego języka korespondując z matematykami niemieckimi. W 1871 r. H. Poincaré ukończył liceum

Artykuł ten jest poszerzoną wersją wykładu wygłoszonego przed Radą Wydziału Matematyki i Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego 22 października 1992 r.

z podwójnym bakalaureatem: filologii i nauk ścisłych. Z podwójną maturą Poincaré rozpoczął naukę w klasie specjalnej liceum pod kierunkiem Elliota i tam zabłysnął swoim nieprzeciętnym talentem matematycznym.

Po wygraniu otwartego konkursu matematycznego w lipcu 1873 r. (i nieco później zajęciu drugiego miejsca w konkursowym egzaminie do szkoły leśniczej) Henri Poincaré bez trudu zajął pierwsze miejsce w konkursowym egzaminie do L'École Polytechnique — mimo że oprócz matematyki zdawał (niezbyt dobrze) rysunek wraz z kreślarstwem — i rozpoczął tam studia. Nieco później Poincaré zdawał również egzamin konkursowy do L'École Normale Supérieure, ale po zajęciu "tylko" piątej lokaty powrócił w październiku 1873 r. na studia do L'École Polytechnique. Jako student napisał w 1874 r. swój pierwszy artykuł naukowy *Démonstration nouvelle des proprietés de l'indicatrice d'une surface* opublikowany w *Nouvelles Annales de Mathématiques*. W marcu 1875 r., po ukończeniu drugiego roku L'École Polytechnique, Poincaré zaczął studiować w L'École des Mines (Wyższej Szkole Górniczej), bowiem, mimo niepowodzeń w rysunku i zajęciach doświadczalnych, zamierzał zostać inżynierem. Jednocześnie pisał doktorat z matematyki. W 1879 r. pracował krótko jako inżynier górnictwa, a później został wykładowcą analizy matematycznej w Caen.

Rozpoczął się okres ogromnej aktywności naukowej Poincarégo. Oprócz prac z zakresu fizyki, matematyki, astronomii, filozofii nauk ścisłych i geologii, napisał także dwie powieści (w 1879 i 1880 roku), które niestety zaginęły. W roku 1881 został lektorem, a od 1886 aż do swojej śmierci Henri Poincaré był profesorem Sorbony, wykładał także w L'École Normale Supérieure. W 1881 r. poślubił Louizę Poulain, z którą miał syna i dwie córki.

W Sorbonie Poincaré wykładał na katedrach: mechaniki teoretycznej i doświadczalnej, fizyki matematycznej i mechaniki nieba. Co roku wykładał inne działy, wykłady te były wydawane przez studentów, objęły one olbrzymi zakres wiedzy i każdy z tych wykładów był na bardzo wysokim poziomie. Poincaré prowadził ożywioną korespondencję z największymi matematykami epoki, m.in. z F. Kleinem, I. L. Fuchsem, Z. Kowalewską, L. E. J. Brouwerem.

W 1911 roku Poincaré opublikował (zaznaczając, że dowód jest niedokończony) twierdzenie o istnieniu punktu stałego dla pewnej klasy odwzorowań ciągłych koła na koło. Mimo braku kompletnego dowodu ogłosił ten wynik, gdyż uważał twierdzenie za ważne i prawdopodobnie przypuszczał, że może nie dożyć momentu ukończenia dowodu. Poincaré zmarł w Paryżu 17 lipca 1912 roku po niegroźnej — wydawałoby się — operacji. Dowód jego "ostatniego twierdzenia" został dokończony przez amerykańskiego matematyka G. D. Birkhoffa w 1913 roku.

Poincaré był od roku 1887 członkiem Akademii Nauk (Académie des Sciences), a od 1908 r. członkiem Akademii Francuskiej (Académie Française); ponadto był członkiem 22 (niektóre biografie podają, że nawet 33)

akademii nauk i doktorem *honoris causa* 8 uniwersytetów. W roku 1889 Poincaré otrzymał nagrodę specjalną ufundowaną przez króla Szwecji Oskara II za pracę o ruchu trzech ciał *Sur le probléme des trois corps et les équations de la dynamique* (członkami jury byli Ch. Hermite, K. Weierstrass i G. Mittag-Leffler). Jego imieniem nazwany jest Instytut Matematyki w Paryżu.

2. Działalność naukowa i dydaktyczna. Działalność naukowa Poincarégo obejmowała wiele działów, były to m.in.:

1. Równania różniczkowe, w szczególności jakościowa teoria równań różniczkowych (przejście od lokalnego badania rozwiązań do badania globalnego), klasyfikacja punktów osobliwych, indeks pola wektorowego.

Odnotujmy, że w dziesięcioleciu poprzedzającym I wojnę światową Poincaré wprowadził nowy sposób badania asymptotycznych własności rozwiązań autonomicznego układu równań różniczkowych na płaszczyźnie, tj. układu równań postaci

$$(*) \qquad \dot{x}(t) = f(x,y), \qquad \dot{y}(t) = g(x,y),$$

gdzie funkcje f, g są określone i ciągłe w obszarze płaskim E, a rozwiązania układu istnieją na przedziale $[0,+\infty)$. Niech $\psi = (x(\cdot), y(\cdot))$ będzie rozwiązaniem powyższego układu, niech $\omega^+(\psi) := \{(x,y) : \psi(t_n) \to (x,y)$ dla pewnego rosnącego ciągu $t_n \to +\infty\}$ będzie zbiorem granicznym dla rozwiązania ψ i niech domknięcie zbioru $\psi([0,+\infty))$ będzie zwarte w E. Załóżmy ponadto, że zbiór $\omega^+(\psi)$ nie zawiera punktów osobliwych (x_0,y_0) tego układu (tzn. punktów, dla których $f(x_0,y_0) = g(x_0,y_0) = 0$) i że $\psi(t) \neq \psi(t')$ dla $t \neq t'$. Wtedy rozwiązanie ψ dąży do rozwiązania okresowego ψ_C o okresie $T > 0$, tzn. $\psi_C([0,+\infty)) = \psi_C([0,T)) = \omega^+(\psi)$ i ponadto krzywa $\{\psi_C(t) : t \in [0,t]\}$ jest zamkniętą krzywą Jordana. Twierdzenie to znane jest w literaturze pod nazwą twierdzenia Poincarégo-Bendixsona.

Poincaré podał także informację dotyczącą związku między liczbą punktów osobliwych i cykli granicznych; wykazał on na przykład, że wnętrze krzywej zamkniętej przedstawiającej cykl graniczny musi zawierać co najmniej jeden punkt osobliwy. Odnotujmy, że do tej pory nie został zadowalająco rozwiązany XVI problem Hilberta w swej części dotyczącej oszacowania liczby cykli granicznych równania $(*)$, gdy f, g są wielomianami. Uzyskane w następnych dziesięcioleciach wyniki (znane pod nazwą teorii Poincarégo) znalazły zastosowanie w różnorodnych problemach naukowych i technicznych, zwłaszcza w teorii serwomechanizmów i sterowania procesami, a ostatnio przy konstruowaniu modeli w biologii rozwoju. Próby rozszerzenia tych wyników na więcej niż dwie zmienne napotykają na istotne trudności jakościowe i geometryczne, które usunięto dotychczas tylko częściowo.

2. Topologia. H. Poincaré stworzył m.in. podstawy teorii homologii (*Analysis situs* w 1895 r. i dalsze prace) i pojęcie (pierwszej) grupy homotopii, zwanej też grupą podstawową przestrzeni. Sformułował słynną hipotezę (zwaną hipotezą Poincarégo), mianowicie: *Jeżeli X jest zwartą, spójną i jednospójną rozmaitością (topologiczną) wymiaru 3, to X jest homeomorficzna ze sferą trójwymiarową S^3.*

Oczywiście hipoteza ta ma naturalne uogólnienie na wszystkie wymiary $n \geqslant 2$. Dla $n = 2$ problem rozstrzygnął pozytywnie sam Poincaré i próbował rozwiązać go dla $n = 3$. Odnotujmy, że w 1961 r. S. Smale podał dowód hipotezy dla $n \geqslant 5$, a w 1981 r. M. Friedman udowodnił ją dla $n = 4$ (Czytelnika zainteresowanego frapującą historią hipotezy Poincarégo zachęcamy do lektury pozycji [CP1, CP2, D] wymienionych w bibliografii). Pozostała do udowodnienia (jak na ironię) tylko klasyczna wersja hipotezy Poincarégo.

3. Teoria funkcji, w szczególności funkcje automorficzne (inaczej zwane funkcjami klasy Fuchsa). Poincaré rozważał równanie różniczkowe

$$(**) \qquad \ddot{u}(z) + p(z)\dot{u}(z) + q(z)u(z) = 0, \quad z \in \mathbb{C},$$

gdzie p, q są funkcjami wymiernymi. Zamiast badać funkcję $u = u(z)$, Poincaré zaproponował badanie funkcji $z = z(\frac{u_1}{u_2})$, gdzie u_1, u_2 są liniowo niezależnymi rozwiązaniami równiania (**). Okazało się, że funkcja ta jest jednoznaczna i niezmiennicza względem pewnej podgrupy grupy homografii.

4. Mechanika nieba — problem trzech ciał. Poincaré stosował tu m.in. następujące metody matematyczne: szeregi asymptotyczne, rozwiązania okresowe, teorię niezmienników całkowych, stabilność w sensie Poissona. Jego trzytomowy cykl prac *Les méthodes nouvelles de mécanique céleste* publikowany w latach 1892–1899 był chyba największym osiągnięciem w mechanice nieba od czasów Newtona.

5. Fizyka teoretyczna, m.in. prace o drganiach elektromagnetycznych (zwanych wtedy hertzowskimi), o teorii kwantów, o pomiarze czasu, o kinetycznej teorii gazów i o dynamice elektronu (1905 i 1906).

6. Logika matematyczna. H. Poincaré zwrócił m.in. uwagę na konieczność dowodów niesprzeczności teorii matematycznych. W 1882 r. podał koło jednostkowe i zbiór łuków okręgów ortogonalnych do brzegu tego koła i zawartych w tym kole (w tym średnic!) jako model dla geometrii Bolyaia-Łobaczewskiego oraz określił w nim metrykę wzorem

$$\rho(z, w) = \ln \frac{|1 - z\overline{w}| + |z - w|}{|1 - z\overline{w}| - |z - w|}.$$

Poincaré jest autorem co najmniej 166 prac z matematyki (równania różniczkowe — 68, teoria funkcji — 44, algebra i arytmetyka — 28, geometria — 14, topologia — 12), 110 prac z mechaniki (hydrodynamika i mechanika

analityczna — 22, mechanika nieba, astronomia i geodezja — 73, inne — 15), 120 prac i książek z fizyki matematycznej i teoretycznej (książki — 16, równania różniczkowe fizyki matematycznej — 13, teorie fizyczne — 19, teoria drgań elektromagnetycznych — 20, krytyka i omówienie teorii fizycznych — 52), podstawowe problemy nauki – 52, inne — 99 (wystąpienia na międzynarodowych kongresach — 7, analiza publikacji — 66, pedagogika — 9, wystąpienia (artykuły) — 17); razem co najmniej 547 prac. Odnotujmy także, że staraniem paryskiej Akademii Nauk pisma zebrane H. Poincarégo ukazały się w 10 tomach w latach 1916–1954.

Będąc profesorem Sorbony Poincaré prowadził m.in. następujące wykłady:

i) na katedrze mechaniki teoretycznej i doświadczalnej
1. Tarcie (1885),
2. Kinematyka i mechanika (1886),
3. Potencjał, hydrostatyka, hydrodynamika (1886);

ii) na katedrze fizyki matematycznej
1. Teoria potencjału (1887),
2. Teoria potencjału i przewodnictwo cieplne (1887),
3. Matematyczna teoria światła (1888),
4. Teoria Maxwella (1888),
5. Termodynamika (1889),
6. Kapilarność (1889),
7. Problem trzech ciał (1890),
8. Elektrodynamika (1891),
9. Teoria sprężystości (1891),
10. Elektrostatyka (1891),
11. Optyka (1892),
12. Turbulencje (1892),
13. Drgania hertzowskie (tzn. drgania elektromagnetyczne) (1893),
14. Termodynamika i kinetyczna teoria gazów (1893),
15. Przewodnictwo cieplne (1894),
16. Rachunek prawdopodobieństwa (1894),
17. Potencjał newtonowski (1895),
18. Elektrostatyka (1895),
19. Teoria sprężystości (1896),
20. Optyka (1896);

iii) na katedrze mechaniki nieba
1. O problemie trzech ciał i zaburzeniach ruchu planet (1897),
2. O rozłożeniu funkcji perturbacyjnej i metodach Hildena i Hansena (1898),
3. O nowych teoriach elektrodynamicznych (1899),

4. Położenie ciał niebieskich (1899),
5. Teoria Księżyca (1900),
6. Ruch ciał niebieskich wokół ich środka ciężkości (1901).

3. Filozofia matematyki H. Poincarégo. Obdarzony genialną intuicją geometryczną Poincaré pisał swoje prace stylem trochę niezdyscyplinowanym, który czasami nie spełniał wymogów ścisłości matematycznej, ale były to prace "dobrze się czytające" i pełne błyskotliwych sformułowań, np. próbując ustalić podział między matematyką "drugorzędną" a "pierwszorzędną" pisał, że są zagadnienia, które ktoś wysuwa i zagadnienia, które nasuwają się same. Jeżeli chodzi o proces poznania matematycznego, to Poincaré pisał o odczuciu matematycznego piękna, harmonii liczb i kształtów oraz geometrycznej elegancji, że są to odczucia czysto estetyczne, znane wszystkim "prawdziwym matematykom". Dalej opisywał on proces twórczy w matematyce w terminach zadziwiająco zbieżnych z tymi, których obecnie używają psychologowie badający specjalizację obydwu półkul mózgu.

Poincaré rozróżniał dwa mechanizmy albo metody pracy dwu jaźni: jaźni logiczno-analitycznej, zdolnej do intensywnej pracy nad problemem, oraz jaźni syntetyzującej, zdolnej do wyodrębnienia (spośród innych możliwych wariantów) tego układu, który wydaje się być jednocześnie najważniejszy i estetycznie najprzyjemniejszy. Dzisiaj pierwszą pracę psychologowie opisują jako funkcję lewej półkuli mózgu, którą to pracę zwykle poprzedza intuicyjny wyłom dokonywany przez pracę prawej półkuli, a po niej następuje ponownie świadoma, analityczna praca lewej części mózgu.

Rozpoznanie układu rozwiązującego problem nie może być — według Poincarégo — wymuszone, lecz realizuje się samo przez się w sposób przypominający nagły błysk intuicji spoza świadomości. Poincaré był zagorzałym zwolennikiem obecności intuicji w poznaniu naukowym, czemu dał wyraz m.in. w opisie swojej przygody w Coutances w 1880 r. Po odkryciu pewnej klasy funkcji Fuchsa i po paru miesiącach bezowocnych, wydawałoby się, badań nad problemami związanymi z funkcjami fuchsowskimi Poincaré zaprzestał pracy nad tym problemem. Nieco później, biorąc udział w wycieczce geologicznej, znalazł się w Coutances. Stawiając nogę na stopniu omnibusu w Coutances doznał nagle olśnienia i zauważył, że transformacje użyte przez niego do definicji funkcji Fuchsa są identyczne z transformacjami geometrii nieeuklidesowej. Po tym odkryciu — jak wspomina — znowu wrócił do problemu, a następnie — pozornie bez związku z badanym problemem — zajął się studiowaniem zagadnień arytmetycznych. Zniechęcony niepowodzeniem, pojechał spędzić parę dni nad brzegiem morza i myślał o czymś zupełnie innym. Pewnego dnia, gdy się przechadzał po skałach nadbrzeżnych, pojawiła mu się myśl — krótka, nagła i nacechowana absolutną pewnością — że przekształcenia arytmetyczne form kwadratowych trójkowych nieoznaczonych są identyczne z przekształceniami geometrii nieeuklidesowej. Te dwa

fakty wskazały Poincarému na istnienie innych grup fuchsowskich i, co za tym idzie, innych funkcji fuchsowskich niż te, które znalazł wcześniej.

W 1902 roku Poincaré uznał, że aksjomaty geometrii są umowami, dla których pojęcie "prawdy", tak jak się ją zwykle rozumie, nie ma już sensu. Pisał on: *Pewniki geometryczne nie są więc ani sądami syntetycznymi a priori, ani faktami doświadczalnymi. Są one umowami; w wyborze naszym pomiędzy wszystkimi możliwymi umowami kierujemy się faktami doświadczalnymi; wybór ten pozostaje wolny i ogranicza go jedynie warunek unikania sprzeczności.*

H. Poincaré krytykował (często dość zjadliwie) próby Peano i jego szkoły sformalizowania arytmetyki; w swej książce *Nauka i metoda* pisał m.in. *Według nich, aby uczyć arytmetyki w sposób naprawdę logiczny, powinno byłoby się zacząć od ustalenia własności ogólnych liczb kardynalnych pozaskończonych, a następnie rozróżnić wśród nich bardzo mały dział liczb całkowitych zwykłych. Dzięki temu wybiegowi można by dowieść wszystkich twierdzeń odnoszących się do tego małego działu (to jest całą naszą arytmetykę i algebrę) bez posługiwania się jakąkolwiek zasadą obcą logice. Metoda ta jest oczywiście sprzeczna ze zdrowym rozsądkiem; z pewnością umysł ludzki nie postępował w ten sposób, aby stworzyć matematykę; sądzę, że również jej autorzy nie myślą o wprowadzeniu tej metody do nauczania w szkołach średnich. Ale czy jest ona przynajmniej logiczna albo, mówiąc wyraźniej, czy jest poprawna? Wolno w to wątpić.*

Ponieważ dla formalistów (zwolenników Hilberta) brak sprzeczności jakiejś teorii oznaczał istnienie jej obiektów badań, H. Poincaré zażądał natychmiast, aby rozwijanie takiej teorii zaczynać od podania dowodu jej niesprzeczności. W 1904 r., na kongresie matematycznym w St. Louis, Hilbert usiłował podać dowód niesprzeczności pewnego formalizmu mniej obszernego od arytmetyki, ale później H. Poincaré zauważył, że dowód ten w istotny sposób korzysta z zasady indukcji, czyli oparty jest na błędnym kole. Krytyka ta zaowocowała później (w latach 1920–1930) pracami Hilberta z zakresu teorii dowodu i w konsekwencji przyniosła nieoczekiwany i bolesny dla formalistów wynik K. Gödla (z 1931 r.) o braku zupełności każdej teorii, w której aksjomaty arytmetyki sformalizowanej są twierdzeniami. Przypomnijmy, że teorię T nazywamy zupełną, jeżeli albo zdanie q z teorii T (nie zawierające żadnej litery poza stałymi z T), albo zdanie nie-q jest twierdzeniem teorii T; innymi słowy: jeżeli q nie jest twierdzeniem teorii T, to teoria T' otrzymana z teorii T przez dołączenie zdania q do aksjomatów teorii T jest sprzeczna.

4. Filozofia fizyki H. Poincarégo. H. Poincaré uważał, że jako fizyk powinien zrezygnować z tego szczególnego rodzaju pewności, której potrzebuje matematyk. Zamiast tego musi zadowolić się prawdopodobieństwem.

Rachunek prawdopodobieństwa odgrywa niebagatelną rolę przy formułowaniu i weryfikowaniu najpierw hipotez, a później praw fizyki.

Fizyka nie może obejść się bez matematyki, matematyka bowiem jest jej naturalnym językiem, bez którego fizyka nie może się poprawnie wypowiadać. Stąd biorą się wzajemne i nieustanne usługi, które świadczą sobie nawzajem fizyka i matematyka. Fizyka, stawiając nowe zadania, jest dla matematyki tym, czym model dla malarza. I wzajemnie, fizyk nie może być usatysfakcjonowany tylko wynikiem doświadczenia; stąd konieczność uogólnień i hipotez, które zazwyczaj potrzebują matematyki. (To uogólnienie zakłada pewną wiarę w prostotę i matematyzowalność przyrody; bez względu na to, czy wiara ta jest słuszna czy nie — jest ona konieczna dla nauki.) Fizyka nie może obejść się bez hipotez i często nawet hipotezy fałszywe dają nie mniej korzyści niż prawdziwe. W ten sposób narodziła się fizyka matematyczna.

W teoriach fizycznych trzeba rozróżniać treść i formę. Treść to istnienie rzeczywistych związków między obiektami fizycznymi. Forma to tylko rodzaj ubrania, które nakładamy na ten szkielet treściowy. To ubranie zmieniamy czasem, co budzi zdziwienie nie–fizyków sądzących, że fizyka zbankrutowała. Ale choćby forma zmieniała się często, treść pozostaje ta sama, co więcej, istnieją takie kategorie faktów, które objaśniają się dobrze dwiema lub więcej różnymi teoriami i doświadczenie nie może wybrać spośród nich właściwej. Mimo takich poglądów Poincaré uważał, że istotą postępu w fizyce nie jest szukanie nowych formalizmów matematycznych, ale dążenie do unifikacji teorii istniejących i wydawało mu się, że fizyka początków XX wieku do tego celu wyraźnie zmierza.

Poincaré zaproponował nowe spojrzenie na naukę, rozumianą tutaj jako nauki przyrodnicze. Przedtem wyróżniano w nauce dwa, wyraźnie zdawałoby się oddzielone, typy zdań: zdania jednostkowe o faktach oraz zdania ogólne, czyli prawa i teorie naukowe. Poincaré pierwszy zwrócił uwagę na rolę czynników konwencjonalnych w naukach empirycznych. Takie umowy czy zamaskowane definicje odgrywają pewną rolę również w fizyce. Może się to zaczynać od tego, że zdanie jest uogólnieniem empirycznym czy hipotezą, a kończyć na tym, że jest umową, ponieważ fizyk czyni z niego właśnie umowę. Poincaré pisał np. *Mocą określenia siła równa się iloczynowi masy przez przyspieszenie; oto zasada, którą tym samym nie może zachwiać żadne późniejsze doświadczenie. Podobnie mocą określenia działanie równa się oddziaływaniu. Nauka zaczyna się od obserwacji i eksperymentu, ale wraz z rozwojem fizyki matematycznej rośnie rola, jaką odgrywają umowy.* To wskazanie pozwoliło jemu i jemu współczesnym zrozumieć, że podział na zdania jednostkowe i ogólne nie zawsze jest absolutnie zdeterminowany.

Wielkim błędem byłby jednak pogląd, że według Poincarégo nauka składa się wyłącznie z umów rozumianych jako zamaskowane definicje. Prawa nauki nie są po prostu czymś takim jak reguły gry, które można zmienić

w wyniku powszechnej zgody w taki sposób, że uzyskuje się nowe reguły, równie użyteczne jak stare. Można oczywiście stworzyć zbiór reguł, które nie służyłyby swojemu celowi, ponieważ byłyby wzajemnie nieuzgadnialne. Ale pomijając tę sprawę, nie możemy właściwie mówić o regułach gry, że się je weryfikuje czy falsyfikuje. Natomiast empiryczne prawa nauki są regułami działania o tyle, o ile pozwalają przewidywać, a przewidywania podlegają falsyfikacji.

Przez niektórych fizyków (L. de Broglie, E. T. Whittaker) Poincaré postrzegany jest jako prekursor teorii względności. Już w 1898 r. zwrócił on uwagę na to, że pojęcie jednoczesności dwóch zdarzeń zawiera w sobie pewien element dowolności i jest w pewnym sensie warunkowe. 24 września 1904 roku, na kongresie matematycznym w St. Louis, Poincaré wspomniał o możliwości uprawiania mechaniki, w której masa rosłaby z prędkością i prędkość światła stawałaby się wielkością nieprzekraczalną. Z kolei w swej książce *Wartość nauki* pisze on tak:

Nie mam chyba potrzeby dodawać, że upadek zasady Lavoisiera pociągnąłby za sobą upadek zasady Newtona. Według tej ostatniej środek ciężkości układu odosobnionego porusza się po linii prostej; skoro jednak nie ma już masy stałej, nie ma też środka ciężkości, i nie wiadomo nawet, co miałby on oznaczać. Oto dlaczego powiedziałem wyżej, iż doświadczenia nad promieniami katodowymi zdają się usprawiedliwiać wątpliwości Lorentza co do zasady Newtona. Ze wszystkich tych wyników, o ileby je stwierdzono, wyłoniłaby się zupełnie nowa mechanika, której wybitną cechą byłoby przede wszystkim to, iż żadna prędkość nie mogłaby przekroczyć prędkości światła.

Jednak to nie on zapostulował wyraźnie, że prędkość światła jest nieprzekraczalna i taka sama w każdym układzie odniesienia i nie on wyciągnął z tego konsekwencje fizyczne, ale Albert Einstein — niekwestionowany twórca teorii względności. Być może Poincarému nie pozwoliło tego dokonać przekonanie, że zasady dynamiki Newtona są najbardziej fundamentalnymi konwencjami obowiązującymi w fizyce. Poza tym miał on nieco sceptyczny stosunek do innowacji teoretycznych wprowadzanych do fizyki (m.in. do teorii kwantów M. Plancka i do szczególnej teorii względności).

5. Współczesne reperkusje poglądów Poincarégo. Niektóre poglądy Poincarégo wywołują i współcześnie poważne reperkusje. Do nich należy m.in. teza o względności geometrii, według której przestrzeń fizyczną można opisać za pomocą dowolnej geometrii (np. euklidesowej lub nieeuklidesowej). W *Nauce i hipotezie* pisał: *Doświadczenia nie dowodzą, że przestrzeń ma trzy wymiary, tylko pokazują, że jest wygodnie przypisać jej trzy wymiary.* Kilka lat później w *Nauce i metodzie* pisał m.in. *Tak więc charakterystyczna własność przestrzeni posiadania trzech wymiarów jest wewnętrzną własnością ludzkiej inteligencji. Wystarczyłoby zniszczyć pewne z tych konwencji... i mogłoby to wystarczyć, by przestrzeń otrzymała czwarty wymiar.*

Tezy powyższe wywołały ożywione polemiki, m.in. ze strony H. Reichenbacha, który uważał, że o wyborze geometrii decyduje nie badacz, lecz wyniki doświadczenia. Reichenbach wprowadził w tym celu pojęcie systemu normalnego. *Między równoważnymi opisami musi istnieć jeden i tylko jeden, w którym pręty i promienie świetlne nie byłyby uważane za 'odkształcone' przez siły uniwersalne* — układ taki nazywa Reichenbach normalnym.

Wiele polemik aż do najnowszych czasów wzbudził postawiony przez Poincarégo problem kongruencji. Poincaré wielokrotnie podkreślał, że nie wiemy i nie możemy stwierdzić empirycznie, czy wszystkie wymiary nie uległy odkształceniu w danej chwili. W *Nauce i metodzie* pisze on m.in. *Przypuśćmy, że w ciągu jednej nocy wszystkie wymiary wszechświata stały się tysiąc razy większe: świat pozostanie podobny do siebie samego [...] Tylko, że długości dawniej jednometrowe będą teraz wynosiły jeden kilometr [...] Łóżko, na którym spoczywam i samo moje ciało wzrosną w tej samej proporcji. [...] Wtedy nie zauważę nic zgoła i najdokładniejsze pomiary nie będą w stanie ujawnić mi cokolwiek z tego olbrzymiego przewrotu, gdyż metry, którymi będę mierzył, również będą zmienione w tych samych proporcjach, co przedmioty, które będę usiłował zmierzyć.*

Pogląd, że kongruencja jest empirycznie niefalsyfikowalna, nie był kwestionowany aż do 1963 roku, kiedy to G. Schlesinger (na Zjeździe Amerykańskiego Stowarzyszenia Popierania Postępu Nauki w Pittsburghu) ostro zaatakował i obalił ten pogląd, broniony tam przede wszystkiem przez A. Grünbauma (por. [Szu]). Nie wchodząc w racje adwersarzy chcemy podkreślić, że dyskusja ta pokazała żywotność problemów rozważanych przez Poincarégo.

Nadmieńmy na koniec tych uwag o wpływie Poincarégo na filozofię nauki, że — według autora tego artykułu — nacisk Poincarégo na znaczenie elementów konwencjonalnych w nauce z pewnością przyczynił się do powstania pojęcia paradygmatu w nauce instytucjonalnej wprowadzonego do filozofii nauki przez Thomasa S. Kuhna (zob. [Ku]).

6. H. Poincaré — postać uczonego. Poincaré jest uważany przez niektórych historyków filozofii, np. przez F. Coplestona (por. [C]), za twórcę nowego prądu filozoficznego, mianowicie filozofii nauki. Na pewno nie ma co do tego wątpliwości, że był twórcą nowego kierunku filozoficznego — konwencjonalizmu. Jak już wspomnieliśmy powyżej, Poincaré pierwszy zwrócił uwagę na to, że oprócz zdań jednostkowych (o faktach) i zdań ogólnych (w teoriach naukowych) są także konwencje (umowy) i że rola tych ostatnich czynników wcale nie jest tak bagatelna, jakby się mogło na pierwszy rzut oka wydawać.

Każdy z nas zdaje sobie sprawę z pewnych nieuchronnych psychicznych ograniczeń w swej pracy naukowej, którym chcąc nie chcąc podlega. Patrząc na rozległość dziedziny badań Poincarégo wydawać by się mogło, że

stanowi on tutaj wyjątek — tak wielkie jest pole jego zainteresowań. P. S. Laplace powiedział kiedyś mniej więcej tak: Astronomia poprzez wielkość swego przedmiotu badań i doskonałość teorii jest wspaniałym pomnikiem ludzkiego rozumu. H. Poincaré zrobił tak wiele dla rozwoju matematyki i nowych metod matematycznych w fizyce i astronomii, że można by sparafrazować ten aforyzm i powiedzieć, że działalność naukowa Poincarégo poprzez rozległość dziedziny jego badań i piękno jego teorii jest wspaniałym pomnikiem ludzkiego intelektu.

Literatura

[Be] E. T. Bell, *Mathematics — Queen and Servant of Science*, McGraw-Hill Book Co., Inc., N. York-Toronto-London, 1951.

[Bor] A. I. Borodin, A. S. Bugaj, *Słownik biograficzny twórców w dziedzinie matematyki*, Radianskaja Szkoła, Kijów 1979, (po rosyjsku).

[Bou] N. Bourbaki, *Elementy historii matematyki*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1980.

[CP1] K. Ciesielski, Z. Pogoda, *Hipoteza Poincarégo — niezdobyta twierdza*, Wiedza i Życie 7–8 (1987), 34–40.

[CP2] K. Ciesielski, Z. Pogoda, *Bezmiar matematycznej wyobraźni*, Wiedza Powszechna, Warszawa (w druku).

[C] F. Copleston, *Historia filozofii*, Instytut Wydawniczy Pax, Warszawa 1991.

[D] R. Duda, *O hipotezie Poincarégo*, Wiadom. Mat. 18 (1974), 19–39.

[Kr] W. Krysicki, *Poczet wielkich matematyków*, Nasza Księgarnia, Warszawa 1989.

[Ku] T. S. Kuhn, *Struktura rewolucji naukowych*, PWN, Warszawa 1968 (tłum. wyd. ang. z 1962 r.).

[L] A. Lubomirski, *Henri Poincarégo filozofia geometrii*, Ossolineum, Wrocław 1974.

[P1] H. Poincaré, *La science et l'hypothése*, Flammarion, Paris 1902 (éd. revue et corrigée 1906), (wyd. polskie: *Nauka i hipoteza*, Centnerszwer i Ska, Warszawa 1908).

[P2] H. Poincaré, *La valeur de la science*, Flammarion, Paris 1905 (wyd. polskie: *Wartość nauki*, Centnerszwer i Ska, Warszawa 1908).

[P3] H. Poincaré, *Science et méthode*, Flammarion, Paris 1908 (wyd. polskie: *Nauka i metoda*, Centnerszwer i Ska, Warszawa 1911).

[P4] H. Poincaré, *Działa wybrane (pod redakcją N. N. Bogoliubowa), tom I*, Nauka, Moskwa 1971 (po rosyjsku).

[P5] H. Poincaré, *Dzieła wybrane (pod redakcją N. N. Bogoliubowa), tom II*, Nauka, Moskwa 1972 (po rosyjsku).

[P6] H. Poincaré, *Dzieła wybrane (pod redakcją N. N. Bogoliubowa)*, tom III, Nauka, Moskwa 1974 (po rosyjsku).

[Str] D. J. Struik, *Krótki zarys historii matematyki*, PWN, Warszawa 1960.

[Sti] J. Stillwell, *Mathematics and Its History*, Springer-Verlag, New York Berlin Heidelberg Paris Tokyo 1989.

[Szu] I. Szumilewicz, *Poincaré*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1978.