ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XV (1972)

ANDRZEJ LASOTA (Kraków)

Uwagi o problemie zainteresowania i kształcenia studentów matematyki w zakresie zastosowań*

1. Muszę przyznać, że kiedy mówi się o zastosowaniach matematyki jako o oddzielnym problemie, ogarnia mnie dziwne uczucie, że gdzieś tu się wkradło jakieś nieporozumienie, i to zasadnicze. Niezależnie bowiem od tego, jaki wybierzemy, formalny czy filozoficzny punkt widzenia, jest niewątpliwym faktem, że matematyka jest nie tylko składnikiem naszej kultury, ale przede wszystkim metodą i narzędziem tych nauk, które w sposób zasadniczy przeobraziły świat. Mówiąc krótko, opowiadam się po stronie tej — obowiam się — mniejszości, która po pierwsze uważa, że podział matematyki na stosowaną lub nie jest pozbawiony sensu, a po drugie, że matematyka jako całość jest metodą poznawania świata.

Z przyczyn jednak czysto technicznych będę używał zwrotu „zastosowania matematyki" jako synonimu tego przemożnego ruchu, który objawia się we wciąż wzrastającym zainteresowaniu organizatorów życia społecznego, uczonych, konstruktorów, organizatorów produkcji, a nawet artystów wszystkich niemal kierunków, metodami i narzędziami matematyki.

Tak się interesująco dzieje, że ten wzrost zainteresowań matematyką nakłada się czasowo na inny potężny ruch, znacznie głębszy i powiedzmy sobie szczerze, znacznie ważniejszy. Jest nim bardzo szybki rozwój samej matematyki, chciałoby się tu użyć tego zdewaluowanego już nieco wyrażenia Kanta „matematyki jako takiej". Nie mam zamiaru tego zjawiska opisywać, tkwimy w nim wszyscy, ale jest rzeczą konieczną uprzytomnić sobie jego efekty propagandowo-dydaktyczne. Bez tego nie da się wyjaśnić zainteresowań i postawy dzisiejszego studenta matematyki. Być może po wprowadzeniu i upowszechnieniu nowego programu matematyki w szkole średniej przeskok pomiędzy „konkretną" matematyką szkolną a „abstrakcyjną" matematyką uniwersytecką znacznie się zmniejszy. Może nawet skutki tego zatarcia będą pozytywne, ale faktem jest, że dzisiejszy student matematyki jest wrecz uwiedziony pięknem, ogólnością, majestatyczną konstrukcją nowoczesnej matematyki. Jest faktem niebłahym ze społecznego punktu widzenia, że wielu

* Odczyt wygłoszony na Konferencji w Sprawie Kształcenia Matematyków w dniach 12–13. 5. 1971 r. w Sopocie.

znakomitych studentów fizyki, chemii i wielu inżynierów przekwalifikowuje się na „czystych" matematyków. Wybierają oni tę drogę z reguły wbrew „antybodźcom" materialnym, a nawet społecznym. Ze znanym kompleksem neofity ludzie ci z reguły najdalsi są od zainteresowania zastosowaniami.

Nie bez znaczenia jest przy tym urok samego środowiska matematycznego. Nie chodzi mi tu tylko o rangę światową polskiej matematyki, ale również o fakt, że czołowi matematycy polscy narzucili styl, który każe traktować każdego jednakowo, bez względu na jego profesorską aureolę, i który każe w studencie widzieć kolegę.

Jeżeli więc rzeczywiście chcemy kształcić matematyków, interesujących się zastosowaniami matematyki, to pierwszym podstawowym warunkiem jest nie tylko wprowadzenie do uniwersyteckiego programu nauczania matematyki na wszystkich sekcjach przedmiotów, które pokazywałoby matematykę jako narzędzie badania rzeczywistości, ale odpowiednie wyselekcjonowanie tych przedmiotów i troskliwe opracowanie programu.

Żałosne doświadczenia z wahadłem, kalorymetrem i fantastycznie wręcz bezsensowna „dyskusja błędów", którymi w ramach pierwszej pracowni fizycy raczyli swego czasu studentów matematyków, z reguły wywoływały tragiczny skutek. Ośmieszały. fizykę, a przede wszystkim tych, którzy chcieliby patrzeć na nią oczami matematyka,

Jestem pełen podziwu dla wszystkich uczniów szkół podstawowych i średnich, którzy poświęcają niebagatelną część swego życia na opanowanie olbrzymiego materiału z zakresu matematyki, używanego dalej, delikatnie mówiąc, w minimalnym zakresie. Decydują tu ważne przyczyny światopoglądowe i metodologiczne. Dlaczego te same przyczyny nie narzucają konieczności zapoznania studenta matematyki, jeżeli już nie z podstawami, to choćby z istnieniem mechaniki kwantowej?

Jaki sens ma wykład teorii równań cząstkowych nie poparty odpowiednimi wiadomościami z fizyki? Oczywiście, że teoria równań cząstkowych jest działem matematyki, a nie fizyki, ale bez odpowiednich intuicji fizykalnych matematyk w tej dziedzinie jest po prostu bezradny. A jeżeli potrafimy podać ten wynik tak, aby braku tych intuicji student nie odczuwał, jest to — nie waham się użyć tego słowa — demoralizacja. Tak, jak demoralizacją byłby wykład z algebry, na którym uczyłoby się wyłącznie sprawnego obliczania wyznaczników (bez użycia elektronicznych maszyn cyfrowych).

Wniosek jest jeden, wysunęli go zresztą w rozmowach ze mną studenci. Konieczny jest szeroki wykład fizyki teoretycznej, prowadzony, jeżeli to jest możliwe, przez matematyków. Jeszcze jedno: nie uważam, że każdy matematyk musi w trakcie studiów wyrobić w sobie trudną umiejętność myślenia kategoriami fizyki. Ale uważam, że studentom matematyki musi być dana szansa nabycia tej umiejętności. To prawda, że karierę w matematyce robi dziś myślenie kategoriami algebry, a nie mechaniki, ale związek z naukami przyrodniczymi jest (niech mi wybaczą ostrość sformułowania ci, którzy mają całkiem inne na ten temat zdanie) sprawą decydującą dla pozycji matematyki pośród innych nauk.

Bez względu zresztą jaką rolę przypisujemy intuicji typu fizykalnego w myśleniu matematycznym, jest faktem dokonanym, że wielu czołowych matematyków posłu-

guje się nią. Co więcej, w niektórych ośrodkach uniwersyteckich matematycy prowadzą wykłady i seminaria z zakresu fizyki teoretycznej i można ten fakt uznać jeżeli nie za odnowę, to przynajmniej za zwiastuna odnowy w uniwersyteckim kształceniu matematyków. Słowo fizyka chciałbym rozumieć w możliwie najszerszym znaczeniu, używam je po prostu jako skrótu zastępującego wyliczanie wszystkich nauk przyrodniczych, korzystających z metod matematycznych.

Ekspansja matematyki objawia się obecnie nie tylko w doskonaleniu jej metod, w rozwoju aparatury pozwalającej realizować z łatwością zadania, wobec których człowiek jeszcze kilkanaście lat temu był bezradny, ale — co z punktu widzenia teorii poznania uznać należy za najbardziej ciekawe — objawia się również we wzmożonej matematyzacji nauk społecznych i humanistycznych, w matematyzacji procesów planowania, kontroli i sterowania produkcją. I znowu ta eksplozja metod probabilistycznych w świecie zewnętrznym wiąże się ze zdecydowanym rozwojem probabilistyki jako działu matematyki, który staje się coraz bardziej poręcznym narzędziem w atakowaniu problemów ściśle matematycznych. Jest więc rzeczą konieczną dla prawidłowego kształcenia matematyków zapoznawanie studentów w znacznie szerszym niż dotychczas zakresie z metodami statystyki, teorii decyzji, teorii gier i teorii optymalnego sterowania.

Oczywiście wprowadzenie tego rodzaju zmian programowych, które dawałyby studentowi możliwość zapoznania się ze wszystkimi, wymienionymi tu przedmiotami, od mechaniki kwantowej począwszy, nie może odbyć się kosztem zmniejszenia zapasu jego wiedzy z innych podstawowych działów matematyki. Student musi jednak zdążyć opanować założony programem materiał w ciągu pięciu lat, i rzecz jasna, nie starczy mu czasu na nauczenie się wszystkiego. Wyjście z tego dylematu jest proste i praktycznie w wielu ośrodkach sprawdzone; jest nim elastyczność programu studiów zezwalająca studentowi na dużą swobodę w wyborze przedmiotów egzaminacyjnych. Ta elastyczność programu w ramach jednego uniwersytetu jest ograniczona możliwościami kadrowymi i dlatego dla pełnej jej realizacji wyższe uczelnie muszą mieć swobodę w układaniu programu studiów, odpowiadającego profilowi i możliwościom uczelni. Jest to jedyne wyjście zgodne z potrzebami prakseologii. Mówiąc prościej, jest to jedyny sposób dostarczenia społeczeństwu niezbędnych specjalistów, a studentom możliwości rozwoju naukowego, zgodnego z ich indywidualnymi zainteresowaniami. Nie wydaje się, aby obecna zasada realizowania na każdym uniwersytecie nauczania na trzech sekcjach o dość sztywnym, z góry ustalonym programie w zadowalający sposób realizowała tę zasadę elastyczności. Najbardziej bowiem delikatnie formułując problem, nie można wykształcić specjalistów w kilkudziesięciu co najmniej dziedzinach wiedzy, objętych ogólną nazwą matematyki stosowanej, w ramach jednej sekcji, nawet jeżeli nada jej się najbardziej atrakcyjną nazwę.

2. Jest truizmem, że matematycy stanowią wśród całości społeczeństwa wyraźną mniejszość. Jest truizmem, że stanowią oni mniejszość wśród ludzi posługujących się na co dzień zawodowo matematyką. Lecz zaczyna już być truizmem,

że matematycy są mniejszością wśród ludzi prowadzących badania w zakresie matematyki. Przepraszam, to nie jest pomieszanie pojęć! Przez matematyka, z definicji, rozumiem nie osobę, która otrzymuje i publikuje „wyniki w zakresie matematyki", ale kogoś, kto przy tym rozumie tekst matematyczny, przynajmniej ten, którym się posługuje.

Pozwolę sobie zacytować fragment przedmowy do jednej z najpotrzebniejszych książek, jakie ostatnio ukazały się na naszym rynku wydawniczym. Jest to Gichmana i Skorochoda, *Wstęp do teorii procesów stochastycznych*. Fragment ten brzmi: „Z punktu widzenia sposobu wyłożenia materiału istniejącą literaturę można podzielić na dwie grupy. Pierwsza grupa składa się z poważnych i obszernych monografii, które są zbyt trudne, aby z nich mógł korzystać czytelnik stykający się po raz pierwszy z teorią procesów stochastycznych. Drugą grupę tworzą książki o charakterze elementarnym i podręczniki napisane z inżynierskim stopniem ścisłości". Z dyplomatycznego punktu widzenia sformułowanie to jest wspaniałe. Najbardziej cieszy ten „inżynierski stopień ścisłości". Ale kryje się za nim smutna prawda:

1° Matematycy nie piszą książek zrozumiałych dla niematematyków.

2° Powstała olbrzymia literatura z zakresu matematyki, jeżeli tak to można nazwać, pisana przez niematematyków dla niematematyków.

3° Powstała armia ludzi produkujących „twierdzenia", a nawet całe „teorie matematyczne", najczęściej źle sprecyzowane, często fałszywe, a z reguły dotyczące spraw dawno już załatwionych. Są to ludzie, którzy tworzą „matematykę" nie tylko bez jakiegokolwiek matematycznego wykształcenia, ale nawet bez wyczucia jego potrzeby.

Dla zawodowych matematyków literatura ta nie istnieje. Rzecz raczej zrozumiała. A z kolei dla „badaczy" specjalizujących się np. w teorii procesów stochastycznych po przeczytaniu dziełka napisanego z „inżynierskim stopniem ścisłości" nie istnieje ani teoria miary, ani analiza funkcjonalna, ani żaden inny język, w którym matematyk może mówić o procesach stochastycznych. Dla filozofa jest to sytuacja może interesująca — to zrealizowanie się i to w ramach jednej nauki platońskiej koncepcji współistnienia dwóch światów. Dla młodego matematyka, który chce się zająć zastosowaniami, sytuacja ta nie jest zabawna, ponieważ brak mu po prostu wspólnego języka.

Sytuacja jest bardzo poważna. Społeczeństwo nie jest w stanie osądzić, kto ma rację. Może się zdarzyć, a nawet zdarza się już (ale na szczęście jeszcze, o ile mi wiadomo, nie w Polsce), że pseudomatematyka i pseudomatematycy z reguły liczniejsi, bardziej energiczni, potrafią przekonać społeczeństwo, a dokładniej mówiąc tych, którzy naukowe i kulturalne życie społeczeństwa organizują, że to oni właśnie mają rację. Nie widzę nadziei, aby można było oczekiwać, że eksperyment obali ich panowanie; im bowiem mniej sprecyzowana teoria, tym łatwiej dopasować ją do eksperymentu. Jest moim osobistym, głębokim przekonaniem, że szeroko podjęta akcja kształcenia matematyków, specjalistów w zakresie zastosowań, mogłaby tę sytuację radykalnie uzdrowić. Wierzę bowiem nie tylko w potęgę myśle-

nia matematycznego, ale i w urok samej matematyki, któremu ulegają nie tylko ci, dla których matematyka jest celem, ale i ci, dla których jest środkiem.

W tym zakresie szczególnie cenną okazją jest tendencja tworzenia studiów matematyczno-technicznych. Myślę, że ze strony Polskiego Towarzystwa Matematycznego studiom tym należy się szczególna opieka. Sprzyjającą okolicznością jest fakt, że na studiach tych program matematyki jest różnorodny i że będą mogli uczestniczyć w jego realizacji specjaliści z wielu nietradycyjnych dla wykształcenia politechnicznego dziedzin matematyki.

3. Osobnym trudnym zagadnieniem jest sprawa bezpośredniej współpracy matematyka z przemysłem. Nie chodzi mi tu oczywiście o specjalistów z zakresu informatyki, którzy zdobywają w czasie studiów wiadomości pokrywające się przynajmniej w jakimś stopniu z ich potrzebami zawodowymi. Inni znajdują się w sytuacji mniej lub bardziej przypadkowej. Zależnie od poczucia humoru, no i potrzeb kadrowych odnośnego dyrektora, bądź piszą własne prace, bądź służą konsultacjami, albo po prostu zajmują się nie mającą nic wspólnego z ich kwalifikacjami pracą biurową. Oczywiście, akcja Polskiego Towarzystwa Matematycznego rozpoczęta na Zjeździe w Katowicach była podstawowym krokiem umożliwiającym tym ludziom zajęcie odpowiedniej pozycji i szans awansu. Nie będę tu wchodził w szczegóły techniczne, związane z siatką płac, nomenklaturą zawodową, wreszcie ze zorganizowaniem warsztatu pracy w postaci odpowiedniej aparatury i biblioteki. Są to sprawy ważne, podstawowe, i mające znaczenie nie tylko dla tych, którzy aktualnie już pracują, ale przede wszystkim dla tych, przed którymi staje decyzja wyboru zawodu matematyka-technika. Jest jeszcze jednak inna sprawa, w której nie tylko nie ma sprecyzowanych poglądów, ale obawiam się, że nawet zarysowanie ich wymaga ostrej, zasadniczej dyskusji. Tą sprawą jest kwestia oceny prac naukowych w zakresie zastosowań. Spotkać się tu można ze zdaniem, że zastosowanie znanych metod matematycznych w jakimkolwiek dziale techniki i w jakiejkolwiek sytuacji, o ile nie jest związane z koniecznością tworzenia lub przynajmniej udoskonalenia istniejących teorii, nie jest już pracą matematyczną. W związku z tym nie można tego typu pracy kwalifikować jako podstawy do naukowego awansu w zakresie matematyki. Oczywiście, można też uważać, że skuteczne stosowanie matematyki w jakiejkolwiek sytuacji, w której nie była ona jeszcze stosowana, jest rzeczą bardzo trudną, wymagającą specjalnego, rzadkiego talentu i tego rodzaju rezultat powinien być wysoko oceniony.

Jestem całkowicie po stronie zwolenników tego ostatniego punktu widzenia. Chodzi jednak o to, że nie tylko stosowanie matematyki w nowych sytuacjach jest trudne, lecz trudna jest również ocena tego typu osiągnięć. Jest rzeczą konieczną, aby przynajmniej w pierwszej fazie rozwoju matematyki przemysłowej zachowana była daleko idąca ostrożność, a ocenę tego typu prac przeprowadzali przede wszystkim matematycy.

Uwagi powyższe chciałbym zakończyć dość zasadniczym podkreśleniem mojego punktu widzenia. Starałem się scharakteryzować go na wstępie. Jestem prze-

konany, że w gruncie rzeczy istnieje tylko czysta matematyka, albo po prostu matematyka. Uważam jednak, że w interesie samej matematyki istnieje konieczność położenia nacisku na tę część działalności matematycznej, która pozwala wiązać matematykę mocno z podstawowymi potrzebami społecznymi.