ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XV (1972)

Recenzje

Andrzej Alexiewicz, *Analiza funkcjonalna*, Monografie Matematyczne t. 49, PWN Warszawa 1969, str. 536, cena zł 68.—

Nareszcie, bez mała po 40 latach od ukazania się klasycznej monografii S. Banacha, doczekaliśmy się polskiego podręcznika analizy funkcjonalnej. Zważywszy na niebanalny udział naszych matematyków w tworzeniu i rozwoju tej teorii brak własnego podręcznika dostosowanego do prowadzonych na naszych uniwersytetach wykładów stanowił poważną lukę wydawniczą i doprowadził między innymi do tego, że każdy ośrodek akademicki hołduje innej terminologii, ba, nawet absolwenci kolejnych lat tego samego uniwersytetu nie mogą się czasami zgodzić na to, co znaczy termin „przestrzeń Frécheta". Podręcznik ten może być pomocny zarówno dla studentów, jak i prowadzących wykłady ze względu na szeroką problematykę w nim poruszaną. Należy dodać, że książka ta ukazała się w niewłaściwej serii. Jak stwierdza sam autor w przedmowie „W obecnej chwili napisanie monografii zawierającej całość analizy funkcjonalnej przekraczałoby możliwości jednego autora".

Książka składa się z jedenastu rozdziałów poprzedzonych przedmową oraz zawiera bibliografię i skorowidze nazwisk, nazw i symboli. Na końcu każdego rozdziału znajduje się paragraf zawierający informacje historyczne dotyczące problematyki tego rozdziału. Książka zawiera także pewną liczbę zadań przeznaczonych do samodzielnego rozwiązania przez czytelnika oraz mających na celu skontrolowanie i utrwalenie przyswojonych wiadomości. A oto pobieżne omówienie treści:

I. Preliminaria (stron 27). Autor podaje tutaj definicje i podstawowe fakty (oczywiście bez dowodów) z teorii mnogości, topologii i funkcji rzeczywistych, z których będzie korzystał w dalszym ciągu wykładu.

II. Przestrzenie liniowe (stron 66). Rozdział zawiera wykład algebry liniowej; przestrzenie i rozmaitości liniowe, niezależność liniowa i bazy algebraiczne, operacje liniowe i ich rozszerzanie, przestrzeń sprzężona (algebraicznie) i operacje sprzężone, zbiory wypukłe i funkcjonały Minkowskiego, twierdzenie Banacha o przedłużaniu funkcjonału liniowego zmajoryzowanego przez funkcjonał wypukły.

III. Przestrzenie liniowe metryczne (stron 110). Przestrzeń Frécheta (liniowa metryczna zupełna), twierdzenie o wykresie domkniętym, przestrzenie liniowe unormowane i przestrzenie Banacha, operatory liniowe w tych przestrzeniach, przestrzenie sprzężone i słaba zbieżność, bazy Schaudera, przestrzenie jednostajnie wypukłe, przestrzenie B_0.

IV. Przestrzenie funkcji całkowalnych (stron 18). W rozdziale tym omówiono przestrzenie L^p dla $1 \leqslant p \leqslant \infty$ oraz przestrzenie do nich sprzężone.

V. Funkcje wektorowe (stron 54). Ciągłość i słaba ciągłość, pochodne, funkcje wektorowe, holomorficzne, mierzalne i absolutnie ciągłe, całka Stieltjesa względem funkcji wektorowych, całki Bochnera i Pettisa, całkowanie względem miar wektorowych.

VI. Przestrzenie liniowo-topologiczne (stron 72). Topologie liniowe, funkcjonały liniowe

ciągłe w przestrzeniach liniowo-topologicznych, przestrzenie lokalnie wypukłe, granice induktywne i granice projektywne, przestrzenie bornologiczne, przestrzenie beczkowe, topologie dopuszczalne pary dualnej (X, Y).

VII. Operacje liniowe w przestrzeniach Banacha (stron 22). Operacje zupełne, operacje sprzężone, widmo operacji ciągłej, operacje zwarte.

VIII. Przestrzeń funkcji ciągłych. Dystrybucje (stron 34). Twierdzenie Stone'a–Weierstrassa, przestrzeń sprzężona z $C(S)$, przestrzenie uniwersalne dla przestrzeni Banacha, twierdzenie Choqueta, przestrzenie funkcji różniczkowalnych i przestrzenie dystrybucji.

IX. Przestrzeń Hilberta (stron 44). Przestrzenie unitarne i przestrzeń Hilberta, ortogonalność i bazy ortogonalne, przestrzeń sprzężona, endomorfizmy ciągłe przestrzeni Hilberta, operacje sprzężone, operacje hermitowskie, rzuty, twierdzenie o reprezentacji operacji hermitowskiej zwartej, twierdzenie spektralne dla operacji hermitowskich, twierdzenie spektralne dla operacji unitarnych.

X. Algebry Banacha (stron 38). Algebry liniowe i algebry Banacha, ideały maksymalne, przemienne algebry Banacha, twierdzenie Gelfanda o reprezentacji algebr Banacha, algebry z inwolucją, ogólne twierdzenie spektralne dla operatorów w przestrzeni Hilberta.

XI. Przestrzenie liniowe częściowo uporządkowane (stron 18). Struktury liniowe, funkcjonały liniowe pozytywne, struktury unormowane, M-przestrzenie i L-przestrzenie.

Jak z tego widać, książka omawia bardzo obszerny zakres problemów. Wydaje się jednak, że zachwiane zostały pewne proporcje pomiędzy objętościami rozdziałów poświęconych poszczególnym tematom. I tak na przykład, rozdział II o przestrzeniach liniowych jest dokładnie o połowę dłuższy od rozdziału IX omawiającego przestrzeń Hilberta.

Z drugiej strony sądzę, że w książce o tej objętości powinno znaleźć się miejsce dla pobieżnego choćby omówienia problematyki punktów stałych, niezwykle ważnej ze względu na zastosowania w innych działach matematyki, problematyki, w której mamy tak piękne tradycje. Ponadto wyraźnie odczuwa się brak co najmniej definicji tak ważnych i „modnych" w ostatnim dziesięcioleciu klas przestrzeni, jak przestrzenie Schwartza, przestrzenie Montela, przestrzenie nuklearne czy przestrzenie (DF) (Grothendiecka), nie mówiąc o pobieżnym choćby ich omówieniu. Podobnie w rozdziale poświęconym teorii przestrzeni Hilberta powinno znaleźć się miejsce na omówienie pewnych ważnych ideałów operatorów, jak operatory Hilberta–Schmidta i operatory nuklearne. Wydaje się także, że dużo uważniejszego i bardziej obszernego potraktowania wymaga teoria przestrzeni B_0.

Jak autor stwierdza we wstępie „W wykładzie nie trzymałem się metody, polegającej na wprowadzaniu najpierw pojęć bardziej ogólnych, a następnie na przechodzeniu do teorii bardziej wyspecjalizowanych. Dlatego w układzie materiału trzymałem się raczej historycznego rozwoju dyscypliny". Metoda ta realizowana zbyt konsekwentnie może czasami prowadzić do niepotrzebnych komplikacji wykładu. Np. (Rozdz. III str. 162) twierdzenie Riesza o reprezentacji funkcjonału ciągłego na $C(a, b)$ jest sformułowane i dowodzone przez całkę Stieltjesa względem funkcji o skończonej wariacji, aby dopiero w Rozdz. VIII (str. 384) podać ogólne sformułowanie i dowód zasadniczo różny od poprzedniego. Być może, że właśnie to podejście rozdęło książkę do dość pokaźnych rozmiarów (ponad 500 stron) i w efekcie zabrakło miejsca na wyłożenie pewnych zagadnień (wspomnianych wyżej).

Jest rzeczą oczywistą, że wydając książkę tej objętości trudno ustrzec się od pewnej liczby usterek merytorycznych i zecerskich. Niestety z przykrością muszę stwierdzić, że w przypadku *Analizy funkcjonalnej* ilość i jakość usterek przekracza nawet najbardziej liberalne normy, co znacznie obniża jej wartość jako podręcznika akademickiego.

Osobnego omówienia wymaga sprawa potraktowania teorii przestrzeni sprzężonych do przestrzeni B_0. W zasadzie cały fragment książki poświęcony temu zagadnieniu jest fałszywy. Nieszczęście bierze swój początek w Lemacie VI. 8. 19 udowodnionym (!) przez autora, który, z grubsza rzecz biorąc, orzeka, że jeżeli $(X, p_n)_{n\in N}$ jest przestrzenią B_0, to dla każdego $n\in N$ odwzorowanie kanoniczne $(X/p_n)^*$ w $(X/p_{n+1})^*$ jest izomorficznym włożeniem. Następnie, autor w oparciu o powyższy fałszywy lemat rozwija teorię przestrzeni sprzężonych do przestrzeni B_0. W efekcie, twierdzenia z tego fragmentu książki dzielą się na trzy zbiory: A — twierdzenia fałszywe, B —

twierdzenia prawdziwe o fałszywych dowodach (np. o dowodach opartych o twierdzenia ze zbioru A) C — inne, a moce zbiorów A, B i C są zbliżone do siebie. Ponieważ dokładne omówienie bogatych konsekwencji Lematu VI. 8. 19 nie daje się pomieścić w ramach recenzji, wydaje się, że najlepszym wyjściem z sytuacji będzie ostrzeżenie czytelników, połączone z radą, by prawdziwych informacji o przestrzeni sprzężonej do przestrzeni B_0 szukali w innych podręcznikach i monografiach.

A oto niektóre inne, ważniejsze usterki, zauważone przez recenzenta:

str. 39: w definicji funkcji całkowalnej x opuszczono założenie, że funkcje proste aproksymujące x są całkowalne,

str. 83_2: teza do udowodnienia w Ćwiczeniu 1 jest nieprawdziwa,

str. 118_{19}: zdanie „funkcjonał Minkowskiego zbioru Minkowskiego W jest seminormą wtedy i tylko wtedy, gdy zbiór W jest zbalansowany" jest nieprawdziwe,

str. 232^1: warunki (I), (II) są konsekwencją tego, że Y jest przestrzenią ilorazową i nie należy ich dodatkowo zakładać,

str. 237_{13}: jest „mamy $D = \bigcup_{n=1}^{\infty} Q_n$", a dwa zdania dalej „każdy ze zbiorów Q_n jest zawarty w dopełnieniu zbioru D",

str. 263_3: Lemat V. 9. 4 *„Jeżeli x jest funkcją ciągłą, określoną w zbiorze mierzalnym $T \subset R^n$ i $\mu(T) < \infty$, to jest funkcją całkowalną (względem miary Lebesgue'a)"* jest fałszywy,

str. 271_2: przestrzeń $A_\sigma(T, E)$ z normą zdefiniowaną przez autora nie jest przestrzenią Banacha, gdyż może się zdarzyć, że $f \in A_\sigma(T, E)$ i $\|f\| = \infty$,

str. 273: dowód dostateczności warunków Lematu VI. 12. 3 jest fałszywy,

str. 309^{16}: brak konsekwencji; w definicji ciała wypukłego mówi się, że jest domknięte i zaraz potem w Lemacie VI. 6. 1 zakłada się, że x_1 należy do domknięcia ciała W,

str. 318: brak zastrzeżenia przed teorią punktów ekstremalnych, że rozpatruje się tylko przestrzenie rzeczywiste (lub rzeczywiste zawężenia przestrzeni zespolonych),

str. 319_{20}: należy dodatkowo założyć, że $x_1 \neq x_2$,

str. 366: z wymienionych przesłanek nie wynika, że szereg $\sum_{n=1}^{\infty} |\zeta^n| \|(\lambda_0 I - A)^{n-1})\|$ jest zbieżny,

str. 368_1: nie zostało powiedziane, jak należy rozumieć $\|f\|$,

str. 381: twierdzenie Stone'a–Weierstrassa jest źle sformułowane,

str. 385^3: w dowodzie twierdzenia Riesza (twierdzenia Banacha–Saksa–Kakutaniego według terminologii autora) korzysta się w sposób istotny z Lematu VIII. 2. 1, który jest fałszywy,

str. 393: w sformułowaniu twierdzenia Banacha–Stone'a warto zauważyć, że $|\alpha(t)| \equiv 1$,

str. 395: zamiast „Wiadomo, że istnieje funkcja ciągła odwzorowująca zbiór K na S" lepiej napisać „Wiadomo, że dla każdej przestrzeni metrycznej zwartej istnieje ..., zatem ..." i zważywszy, że twierdzenia tego nie ma w preliminariach, warto odesłać czytelnika do jakiegokolwiek wykładu topologii metrycznej, w którym twierdzenie to jest udowodnione,

str. 398_{11}: jest „Z 1. 2 wynika" zamiast „Z 4. 2 wynika",

str. 437: nie jest oczywiste, jak z twierdzenia Radona–Nikodyma wynika Twierdzenie IX. 7. 1; np. że suma operatorów hermitowskich jest operatorem hermitowskim,

str. 465^3: autor oznacza rezolwentę elementu x przez $R(x, \lambda)$, a w następnym wierszu pisze „2. 5. Rezolwenta $x(\lambda) = (\lambda e - x)^{-1}$...",

str. 465^{17}: jest „pochodna $x'(\lambda)$ istnieje dla $\lambda \in \sigma(x)$" zamiast „... dla $\lambda \in \varrho(x)$",

str. 466: dowód Twierdzenia X. 2. 9 zawiera kilka usterek tak, że jest trudno czytelny,

str. 467^5: jest „Musi być $\|x_n\| \to \infty$, bo gdyby ciąg $(\|x_n\|)$ był ograniczony" zamiast „Ciąg norm $(\|x_n^{-1}\|)$ jest nieograniczony, bo gdyby ciąg $(\|x_n^{-1}\|)$ był ograniczony". (Nawiasem mówiąc, nieco dziwne zaprzeczenie zdania $x_n \to \infty$),

str. 471_2: jest „wystarczy wykazać, że $X\overline{H} = \overline{H}X \neq X$" zamiast „... $X\overline{H} = \overline{H}X \subset \overline{H}$" i dalej jest „$\overline{H}X \subset X$" zamiast „$\overline{H}X \subset \overline{H}$",

str. 480_{16}: jest „jednostką, którą jest funkcja identycznie równa zero" zamiast „... równa 1",

str. 487_6: po zdaniu „Przez e oznaczać będziemy dalej funkcję określoną wzorem $e(\lambda) = \lambda$" następuje sformułowanie twierdzenia spektralnego, w którym przez e rozumie się funkcję tożsamościowo równą 1,

str. 504: Lemat XI. 3. 4 jest źle sformułowany.

Chciałbym tu jeszcze wrócić do sprawy terminologii. Obawiam się, że ze względu na pewne swoiste ustalenia terminologiczne (np. algebra z jednostką, część przestrzeni w znaczeniu podprzestrzeń) recenzowana książka nie wpłynie dodatnio na ujednolicenie polskiej terminologii w analizie funkcjonalnej.

Piotr Mankiewicz

M. Kucharzewski, *Elementy teorii obiektów geometrycznych*, Uniwersytet Śląski, Katowice 1969, str. 170, cena zł 11,75.

Skrypt ten jest stenograficznym odtworzeniem wykładów, jakie prowadził autor w Filii Uniwersytetu Jagiellońskiego w Katowicach w roku akademickim 1966/67. Część I tego skryptu zawiera wprowadzenie do teorii obiektów geometrycznych, II zaś teorię obiektów geometrycznych w ujęciu szkoły S. Gołąba, dokładniej, szkół: Aczéla i Gołąba. Skrypt ten jest napisany stylem raczej swobodnym. Najwidoczniej istotną rolę w tym względzie odegrał sposób, w jaki on powstawał. Część wprowadzająca zawiera bardzo bogaty materiał historyczno-informacyjny w zakresie zagadnień, których próżno by poszukiwać w formalnie ujętych książkach, pisanych pod wyraźnym wpływem metod topologicznych w geometrii. Autor skryptu, pisząc o problematach z lat dwudziestych bądź trzydziestych obecnego stulecia i cytując najważniejsze osiągnięcia geometrów z tamtych lat w zakresie podstaw teorii obiektów geometrycznych, utrzymuje język ówczesnych prac. Język dla początkującego dzisiaj matematyka-studenta pierwszego czy drugiego roku studiów matematycznych — może aż mylący. Skrypt ten — wolno tak sądzić — nie powstał z wykładów przeznaczonych dla takiego słuchacza. Aby jaśniej powiedzieć o jakiego typu nieścisłościach myślę, posłużę się cytatem z tekstu autora: „Np. funkcja $F(p^1, p^2, q^1, q^2) = p^1 \ldots$ (4. 4) jest oczywiście funkcją współrzędnych punktów p, q, której nie odpowiada żadna własność geometryczna pary punktów p, q. Natomiast funkcja $F(p^1, p^2, q^1, q^2) = \sqrt{(q^1-p^1)^2+(q^2-p^2)^2} \ldots$ (4. 5) jak łatwo sprawdzić, nie zmienia się przy zmianie prostokątnego układu współrzędnych na E^2." Otóż, formalnie rzecz biorąc — zgadzamy się tutaj z autorem — ani funkcja F określona wzorem (4. 4) ani funkcja F określona wzorem (4. 5) nie zmienia się przy zmianie prostokątnego czy jakiegokolwiek innego układu współrzędnych w E^2 i to z tej prostej przyczyny, że funkcja F określona wzorem (4. 4) przyporządkowuje każdemu układowi (p^1, p^2, q^1, q^2) czterech liczb rzeczywistych pierwszą z nich i nic ponadto. Rzecz jasna, że ten formalny, ignorujący pełny kontekst, sposób czytania nie oddaje intencji autora. Chodzić musi w tym miejscu nie o funkcję F rzeczywistą czterech zmiennych rzeczywistych, lecz o funkcję $F\colon E\times E\times U \to E$, gdzie E jest zbiorem wszystkich punktów płaszczyzny, U zaś jest zbiorem wszystkich prostokątnych układów współrzędnych w tej płaszczyźnie, określoną wzorem

$$F(p, q, u) = p^1(u) \quad \text{dla} \quad (p, q, u) \in E\times E\times U, \tag{1}$$

gdzie przez $p^1(u)$ oznaczam tutaj pierwszą współrzędną punktu p w układzie prostokątnym u. Z (1) widać od razu, że nie dla dowolnych prostokątnych układów $u, u' \in U$

$$F(p, q, u) = F(p, q, u'). \tag{2}$$

Przy podobnym przeformułowaniu wzoru (4.5) okaże się, że równość (2) dla odpowiedniej funkcji F zachodzi dla dowolnych dwu układów $u, u' \in U$. Na tym, ściśle rzecz biorąc, polega różnica sytuacji, do których opisu użył autor funkcji określonych wzorami (4. 4) i (4. 5). Przy zastosowaniu do tekstu takich rygorów za nieprecyzyjne należałoby uznać definicje własności geometrycznych,