str. 480_{16}: jest „jednostką, którą jest funkcja identycznie równa zero" zamiast „... równa 1",

str. 487_6: po zdaniu „Przez e oznaczać będziemy dalej funkcję określoną wzorem $e(\lambda) = \lambda$" następuje sformułowanie twierdzenia spektralnego, w którym przez e rozumie się funkcję tożsamościowo równą 1,

str. 504: Lemat XI. 3. 4 jest źle sformułowany.

Chciałbym tu jeszcze wrócić do sprawy terminologii. Obawiam się, że ze względu na pewne swoiste ustalenia terminologiczne (np. algebra z jednostką, część przestrzeni w znaczeniu podprzestrzeń) recenzowana książka nie wpłynie dodatnio na ujednolicenie polskiej terminologii w analizie funkcjonalnej.

Piotr Mankiewicz

M. Kucharzewski, *Elementy teorii obiektów geometrycznych*, Uniwersytet Śląski, Katowice 1969, str. 170, cena zł 11,75.

Skrypt ten jest stenograficznym odtworzeniem wykładów, jakie prowadził autor w Filii Uniwersytetu Jagiellońskiego w Katowicach w roku akademickim 1966/67. Część I tego skryptu zawiera wprowadzenie do teorii obiektów geometrycznych, II zaś teorię obiektów geometrycznych w ujęciu szkoły S. Gołąba, dokładniej, szkół: Aczéla i Gołąba. Skrypt ten jest napisany stylem raczej swobodnym. Najwidoczniej istotną rolę w tym względzie odegrał sposób, w jaki on powstawał. Część wprowadzająca zawiera bardzo bogaty materiał historyczno-informacyjny w zakresie zagadnień, których próżno by poszukiwać w formalnie ujętych książkach, pisanych pod wyraźnym wpływem metod topologicznych w geometrii. Autor skryptu, pisząc o problematach z lat dwudziestych bądź trzydziestych obecnego stulecia i cytując najważniejsze osiągnięcia geometrów z tamtych lat w zakresie podstaw teorii obiektów geometrycznych, utrzymuje język ówczesnych prac. Język dla początkującego dzisiaj matematyka-studenta pierwszego czy drugiego roku studiów matematycznych — może aż mylący. Skrypt ten — wolno tak sądzić — nie powstał z wykładów przeznaczonych dla takiego słuchacza. Aby jaśniej powiedzieć o jakiego typu nieścisłościach myślę, posłużę się cytatem z tekstu autora: „Np. funkcja $F(p^1, p^2, q^1, q^2) = p^1 \ldots$ (4. 4) jest oczywiście funkcją współrzędnych punktów p, q, której nie odpowiada żadna własność geometryczna pary punktów p, q. Natomiast funkcja $F(p^1, p^2, q^1, q^2) = \sqrt{(q^1-p^1)^2+(q^2-p^2)^2} \ldots$ (4. 5) jak łatwo sprawdzić, nie zmienia się przy zmianie prostokątnego układu współrzędnych na E^2." Otóż, formalnie rzecz biorąc — zgadzamy się tutaj z autorem — ani funkcja F określona wzorem (4. 4) ani funkcja F określona wzorem (4. 5) nie zmienia się przy zmianie prostokątnego czy jakiegokolwiek innego układu współrzędnych w E^2 i to z tej prostej przyczyny, że funkcja F określona wzorem (4. 4) przyporządkowuje każdemu układowi (p^1, p^2, q^1, q^2) czterech liczb rzeczywistych pierwszą z nich i nic ponadto. Rzecz jasna, że ten formalny, ignorujący pełny kontekst, sposób czytania nie oddaje intencji autora. Chodzić musi w tym miejscu nie o funkcję F rzeczywistą czterech zmiennych rzeczywistych, lecz o funkcję $F\colon E\times E\times U \to E$, gdzie E jest zbiorem wszystkich punktów płaszczyzny, U zaś jest zbiorem wszystkich prostokątnych układów współrzędnych w tej płaszczyźnie, określoną wzorem

$$F(p, q, u) = p^1(u) \quad \text{dla} \quad (p, q, u) \in E\times E\times U, \tag{1}$$

gdzie przez $p^1(u)$ oznaczam tutaj pierwszą współrzędną punktu p w układzie prostokątnym u. Z (1) widać od razu, że nie dla dowolnych prostokątnych układów $u, u' \in U$

$$F(p, q, u) = F(p, q, u'). \tag{2}$$

Przy podobnym przeformułowaniu wzoru (4.5) okaże się, że równość (2) dla odpowiedniej funkcji F zachodzi dla dowolnych dwu układów $u, u' \in U$. Na tym, ściśle rzecz biorąc, polega różnica sytuacji, do których opisu użył autor funkcji określonych wzorami (4. 4) i (4. 5). Przy zastosowaniu do tekstu takich rygorów za nieprecyzyjne należałoby uznać definicje własności geometrycznych,

np. Definicje 5. 1 i 5. 2 na str. 18. Rozdział 2 części I poświęca autor omówieniu pojęcia rozmaitości różniczkowej oraz kilku konkurujących między sobą sposobów wprowadzenia odpowiednika grupy przekształceń w programie Kleina. Strukturą różniczkową klasy C_r na rozmaitości nazywa autor zbiór atlasów równoważnych klasy C_r. Następnie, w definicji 3. 2 (str. 31) n-wymiarową rozmaitość różniczkową (u autora: różniczkowalną) definiuje autor jako rozmaitość topologiczną opatrzoną strukturą klasy C_r i w tej samej definicji czytamy: „układy współrzędnych należące do wyróżnionej struktury nazywamy dopuszczalnymi dla danej rozmaitości." Zgodnie jednak z definicją autora układy współrzędnych nie mogą należeć do struktury klasy C_r, gdyż elementami struktury są atlasy, nie zaś układy współrzędnych, które autor utożsamia z mapami. Łatwo można byłoby takiej formalnie niewygodnej sytuacji uniknąć, wprowadzając pojęcie struktury klasy C_r na danej rozmaitości topologicznej jako atlasu maksymalnego tej klasy.

Część II skryptu, poświęcona teorii obiektów geometrycznych, jest zredagowana tak, aby jej przestudiowanie nie wymagało uprzedniego przeczytania części I. Rozpoczyna ją autor podaniem definicji obiektu geometrycznego. Przyjęta za A. Wundheilerem definicja obiektu geometrycznego jest taka, że wektor styczny do rozmaitości różniczkowej w danym punkcie pod definicję tę nie podpada. Z tego właśnie powodu wydaje mi się, że Wundheiler po prostu nie zwrócił uwagi na to, że — eksponując zależność współrzędnych obiektu w jednym lokalnym układzie od współrzędnych w drugim i transformacji prowadzącej od jednego z nich do drugiego — należy także uwzględnić współrzędne punktu w jednym z tych układów. Uwaga Z. Mosznera dotycząca obiektu zaczepionego, o której pisze dalej autor, opublikowana w 1968 r., była — jak się wydaje — koniecznym sprostowaniem tego niedopatrzenia Wundheilera. Drugim najbardziej podstawowym pojęciem tej części skryptu jest pojęcie komitanty obiektu. Zgodnie z definicją 14. 1 (str. 88) obiekt σ nazywa się komitantą obiektu ω, jeżeli istnieje funkcja $\sigma = H(\omega)$, która odwzorowuje włókno obiektu ω na włókno obiektu σ. W definicji tej chodzi naprawdę nie o funkcję H, która przyporządkowuje obiektowi ω obiekt σ, lecz o funkcję H taką, że dla każdego lokalnego układu współrzędnych u dopuszczalnego dla obiektu ω układ u jest dopuszczalny dla obiektu σ i zachodzi równość $\sigma(u) = H(\omega(u))$, przy czym każdy układ u dopuszczalny dla obiektu σ jest dopuszczalny dla obiektu ω, tzn. $\sigma = H \circ \omega$ (kółko $\circ$ oznacza tutaj superpozycję funkcji). W skrypcie poza tym powszechnie używa się wymiennie funkcji i jej wartości w punkcie, co, rzecz jasna, dla dojrzałego czytelnika nie stanowi problemu. Dalsza część wykładu dotyczy w głównej mierze klasyfikacji obiektów geometrycznych prowadzonej metodą równań funkcyjnych z punktu widzenia teorii komitant. Nie informuję w tym miejscu szczegółowo o wynikach przedstawionych w dalszej części sktyptu, ani też o kilku potrzebnych mutacjach pojęcia obiektu czy komitanty w niej zawartych, proponując czytelnikowi tej recenzji przeczytanie bądź tylko przeglądnięcie tekstu, interesującego zwłaszcza dla matematyka pragnącego zapoznać się z dorobkiem krakowskiej szkoły teorii obiektów geometrycznych. Niektóre uwagi zamieszczone w I części, jak np. o przedmiocie geometrii, wydają się tak interesujące, że zachęcić mogą do przeczytania skryptu w całości.

Spostrzeżenia krytyczne, które poczyniłem, są natury raczej technicznej. Jeżeli nawet skrypt przedstawia nieco do życzenia właśnie od strony warsztatowej, to całkowicie wynagradza czytelnikowi te usterki jego syntetyzujący charakter szkicu do monografii dającej jeszcze jeden ślad dorobku badawczego dużego zespołu matematyków pracujących wspólnymi metodami.

Włodzimierz Waliszewski

Julian Musielak, *Wstęp do matematyki*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1970, str. 128, cena zł 18.—

Podręcznik ten, przeznaczony dla studentów pierwszego roku matematyki w uniwersytetach i wyższych szkołach pedagogicznych, jest rozszerzoną wersją skryptu wydanego pod tym samym tytułem w Poznaniu w 1967 r. przez Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Adama Mickiewicza.