$\varepsilon > 0$ takie, że rozwiązanie to zacieśnione do przedziału $[t, t+\varepsilon]$ jest argumentem ekstremum lokalnego odpowiedniego problemu wariacyjnego o ustalonych końcach.

Rozdział 8 zawiera sformułowanie warunków wystarczających z poprzedniego rozdziału dla przypadku n zmiennych zależnych, dla problemu ze swobodnym końcem, a także warunki wystarczające dla silnego ekstremum lokalnego. Wszystkie te wyniki są podane bez dowodów, ale za to ilustrowane są licznymi przykładami.

Następny rozdział zawiera sformułowania analogicznych wyników w odniesieniu do zagadnień parametrycznych. Także i tu głównie twierdzenia podane są bez dowodu.

Ostatni rozdział omawia związki rachunku wariacyjnego z mechaniką.

Dodatek historyczno-bibliograficzny zawiera obszerną listę podręczników i monografii z krótkimi komentarzami. W szczególności autor zadał sobie trud wyliczenia wszelkich pozycji książkowych w języku polskim, w których jest omawiany rachunek wariacyjny. Jak wynika z tego spisu, opracowanie autora jest pierwszym napisanym i wydanym w języku polskim podręcznikiem poświęconym wyłącznie rachunkowi wariacyjnemu. Istniało więc niewątpliwie zapotrzebowanie na tego rodzaju opracowanie i autor tę lukę wypełnił, dając podręcznik zawierający najbardziej podstawowe fakty z klasycznego rachunku wariacyjnego i dość dużą ilość przeliczonych przykładów.

Książka kończy się szczegółowo opracowanym skorowidzem terminów i pojawiających się w tekście nazwisk. Skorowidz ten, wśród nazwisk matematyków związanych z rachunkiem wariacyjnym, zawiera także nazwisko Adama Mickiewicza.

Pewną wadą omawianego podręcznika jest zbyt duża objętość w stosunku do zawartego materiału. Dla porównania podam, że materiał o podobnym zakresie jest omówiony w dwu rozdziałach opublikowanego w 1966 r. podręcznika *Calculus of Variations and optimal control theory* autora amerykańskiego M. R. Hestenesa i zajmuje niewiele ponad 100 stron druku, a 150 z wliczeniem rozdziału wprowadzającego, przy czym Hestenes dowodzi więcej i uzyskuje ogólniejsze wyniki (np. dowód warunków wystarczających dla silnego estremum lokalnego). Oczywiście układ obu podręczników jest różny i dlatego powyższe porównanie nie może być traktowane zbyt dosłownie, niemniej czytając omawiany podręcznik odniosłem wrażenie pewnej rozwlekłości. Np. uważam, że dziesięciostronicowy podrozdział 7. 8 zatytułowany „Ekstrema miejscowe" jest niemal zupełnie zbyteczny. Treściowo zawiera niewiele ponad dość oczywisty wniosek z warunków wystarczających, że rozwiązanie równania Eulera dla regularnego funkcjonału jest argumentem ekstremum lokalnego, o ile tylko zacieśnimy go do odpowiednio krótkiego przedziału. Dla sformułowania tego faktu autor wprowadza raczej sztuczne pojęcie argumentu ekstremum miejscowego, nie definiując zresztą terminu ekstremum miejscowego, użytego w tytule podrozdziału.

Czesław Olech

Witold Kołodziej, *Wybrane rozdziały analizy matematycznej*, Biblioteka Matematyczna, tom 36, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1970, str. 358, cena zł 45.—

Omawiana książka dotyczy kilku wybranych tematów z analizy funkcjonalnej oraz z dziedzin pokrewnych. Ma ona charakter podręcznika. Wymagany od czytelnika zasób wiadomości jest naprawdę niewielki, mniej niż program matematyki dla matematyków lub fizyków na dwóch pierwszych latach studiów akademickich.

Rozdział I to wiadomości wstępne z algebry, teorii mnogości oraz topologii, i to tylko w zakresie przestrzeni metrycznych z twierdzeniem Baire'a (o zbiorach drugiej kategorii) i podstawowymi faktami o zbiorach zwartych. Rozdziały II–V obejmują początki ogólnej teorii przestrzeni Banacha i przestrzeni Hilberta. Ukoronowaniem jest teoria równania liniowego — twierdzenia Riesza o operatorach pełnociągłych i twierdzenia o postaci operatorów samosprzężonych i pełnociągłych.

Wymienione rozdziały podają liczne przykłady operatorów całkowych, w szczególności dużo uwagi poświęcono operatorom z jądrem słabo osobliwym. Rozdział VI dotyczy operatorów liniowych nieograniczonych, zawiera teorię Friedrichsa rozszerzania operatorów symetrycznych ściśle dodatnich i dwa ważne zastosowania tej teorii: operatory różniczkowe Sturma–Liouville'a i operator Laplace'a w obszarze ograniczonym w E_m. Dalsze trzy rozdziały mają luźniejszy związek z poprzednimi. Najbardziej izolowany jest rozdział VII zawierający propedeutyczny kurs rachunku wariacyjnego. Rozdział VIII mówi o różniczkowaniu odwzorowań z przestrzeni Banacha w przestrzeń Banacha, a rozdział IX (ostatni) daje krótki przegląd metod przybliżonego rozwiązywania równań (w przestrzeniach Banacha i Hilberta): Galerkina, najmniejszych kwadratów, Rietza, Newtona i iteracyjna. Książkę kończą trzy apendiksy o twierdzeniach: Tietzego–Urysona, Weierstrassa o aproksymacji i Greena.

Układ materiału w całej książce jest konsekwentny i przejrzysty. Wszystkie rozumowania i dowody są zwięzłe, ale podane w sposób precyzyjny i kompletny. Należy sądzić, że nawet czytelnik mniej doświadczony nie powinien mieć trudności przy studiowaniu tej książki. Charakterystycznym rysem, zasługującym na najwyższą aprobatę, jest „konkretność" przedstawienia metod analizy funkcjonalnej. Rozważania teoretyczne są celowo zredukowane do rozsądnego minimum, a liczne przykłady i zastosowania od razu przekonują o „praktycznej" pożyteczności rozwijanej teorii. Dlatego książka W. Kołodzieja powinna być, zdaniem recenzenta, specjalnie polecana wszystkim tym, którzy nie traktują analizy funkcjonalnej jako głównego tematu swoich studiów, mam na myśli również niematematyków (fizyków, inżynierów itd.).

Książce noszącej tytuł *Wybrane rozdziały...* nie można oczywiście stawiać zarzutów co do doboru materiału. Sądzę zresztą, że został dobrze i interesująco zrobiony. Bardziej jednolitą całość stanowi pierwsza część książki, natomiast rozdziały VII–IX są już luźniej powiązane.

W omawianej książce daje się zauważyć pewien tradycjonalizm. Dotyczy to trochę terminologii (np. używa się terminu operator pełnociągły, chociaż bardziej popularny jest teraz — operator zwarty), a również przyjętego w książce stopnia ogólności w kwestiach teorii miary i całki. Autor konsekwentnie ogranicza się do miary Lebesgue'a w E_m, chociaż miary dowolne w „ogólnych" przestrzeniach są obecnie w powszechnym użyciu (niewątpliwy efekt szerokiego rozprzestrzenienia się koncepcji probabilistyczno-miarowych). Przykładem pewnego odchylenia od przyjętej terminologii jest mówienie o całce Lebesgue'a, gdy chodzi o całkę Bochnera względem miary Lebesgue'a.

Szczegółowych uwag krytycznych (w sprawach merytorycznych) recenzent nie zgłasza z wyjątkiem jednej. Mianowicie w twierdzeniu Borela–Lebesgue'a o pokryciu (str. 29) występuje zbędne założenie, że chodzi o zbiór zwarty w przestrzeni metrycznej *zupełnej*. Być może założenie zupełności nieco upraszcza dowód, ale moim zdaniem paczy sens tego ważnego twierdzenia.

Tekst został starannie przygotowany do druku, ilość omyłek zecerskich jest niewielka. Do krótkiej erraty chciałbym dorzucić tylko dwie dalsze pozycje: w żywej paginie w § 46 pojawiły się operatory półciągłe (zamiast pełnociągłych), a w zadaniu 2 (str. 312) zabrakło współczynników $(n!)^{-1}$ w szeregu Taylora.

Należy sądzić, że pożyteczna książka W. Kołodzieja będzie spełniała swoje zadania i będzie miała dalsze wydania.

Czesław Ryll-Nardzewski

Jacek Kudrewicz, *Częstotliwościowe metody w teorii nieliniowych układów dynamicznych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1970, str. 303, cena zł 57.—

Przez układ dynamiczny, stanowiący abstrakcyjny opis układów rozważanych w technice, rozumie się w tej książce odwzorowania określone w przestrzeni liniowej unormowanej (przestrzeni sygnałów wejściowych), przyjmujące wartości z innej przestrzeni unormowanej (przestrzeni sygnałów wyjściowych).