Wymienione rozdziały podają liczne przykłady operatorów całkowych, w szczególności dużo uwagi poświęcono operatorom z jądrem słabo osobliwym. Rozdział VI dotyczy operatorów liniowych nieograniczonych, zawiera teorię Friedrichsa rozszerzania operatorów symetrycznych ściśle dodatnich i dwa ważne zastosowania tej teorii: operatory różniczkowe Sturma–Liouville'a i operator Laplace'a w obszarze ograniczonym w E_m. Dalsze trzy rozdziały mają luźniejszy związek z poprzednimi. Najbardziej izolowany jest rozdział VII zawierający propedeutyczny kurs rachunku wariacyjnego. Rozdział VIII mówi o różniczkowaniu odwzorowań z przestrzeni Banacha w przestrzeń Banacha, a rozdział IX (ostatni) daje krótki przegląd metod przybliżonego rozwiązywania równań (w przestrzeniach Banacha i Hilberta): Galerkina, najmniejszych kwadratów, Rietza, Newtona i iteracyjna. Książkę kończą trzy apendiksy o twierdzeniach: Tietzego–Urysona, Weierstrassa o aproksymacji i Greena.

Układ materiału w całej książce jest konsekwentny i przejrzysty. Wszystkie rozumowania i dowody są zwięzłe, ale podane w sposób precyzyjny i kompletny. Należy sądzić, że nawet czytelnik mniej doświadczony nie powinien mieć trudności przy studiowaniu tej książki. Charakterystycznym rysem, zasługującym na najwyższą aprobatę, jest „konkretność" przedstawienia metod analizy funkcjonalnej. Rozważania teoretyczne są celowo zredukowane do rozsądnego minimum, a liczne przykłady i zastosowania od razu przekonują o „praktycznej" pożyteczności rozwijanej teorii. Dlatego książka W. Kołodzieja powinna być, zdaniem recenzenta, specjalnie polecana wszystkim tym, którzy nie traktują analizy funkcjonalnej jako głównego tematu swoich studiów, mam na myśli również niematematyków (fizyków, inżynierów itd.).

Książce noszącej tytuł *Wybrane rozdziały...* nie można oczywiście stawiać zarzutów co do doboru materiału. Sądzę zresztą, że został dobrze i interesująco zrobiony. Bardziej jednolitą całość stanowi pierwsza część książki, natomiast rozdziały VII–IX są już luźniej powiązane.

W omawianej książce daje się zauważyć pewien tradycjonalizm. Dotyczy to trochę terminologii (np. używa się terminu operator pełnociągły, chociaż bardziej popularny jest teraz — operator zwarty), a również przyjętego w książce stopnia ogólności w kwestiach teorii miary i całki. Autor konsekwentnie ogranicza się do miary Lebesgue'a w E_m, chociaż miary dowolne w „ogólnych" przestrzeniach są obecnie w powszechnym użyciu (niewątpliwy efekt szerokiego rozprzestrzenienia się koncepcji probabilistyczno-miarowych). Przykładem pewnego odchylenia od przyjętej terminologii jest mówienie o całce Lebesgue'a, gdy chodzi o całkę Bochnera względem miary Lebesgue'a.

Szczegółowych uwag krytycznych (w sprawach merytorycznych) recenzent nie zgłasza z wyjątkiem jednej. Mianowicie w twierdzeniu Borela–Lebesgue'a o pokryciu (str. 29) występuje zbędne założenie, że chodzi o zbiór zwarty w przestrzeni metrycznej *zupełnej*. Być może założenie zupełności nieco upraszcza dowód, ale moim zdaniem paczy sens tego ważnego twierdzenia.

Tekst został starannie przygotowany do druku, ilość omyłek zecerskich jest niewielka. Do krótkiej erraty chciałbym dorzucić tylko dwie dalsze pozycje: w żywej paginie w § 46 pojawiły się operatory półciągłe (zamiast pełnociągłych), a w zadaniu 2 (str. 312) zabrakło współczynników $(n!)^{-1}$ w szeregu Taylora.

Należy sądzić, że pożyteczna książka W. Kołodzieja będzie spełniała swoje zadania i będzie miała dalsze wydania.

Czesław Ryll-Nardzewski

Jacek Kudrewicz, *Częstotliwościowe metody w teorii nieliniowych układów dynamicznych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1970, str. 303, cena zł 57.—

Przez układ dynamiczny, stanowiący abstrakcyjny opis układów rozważanych w technice, rozumie się w tej książce odwzorowania określone w przestrzeni liniowej unormowanej (przestrzeni sygnałów wejściowych), przyjmujące wartości z innej przestrzeni unormowanej (przestrzeni sygnałów wyjściowych).

Przedmiotem rozważań jest badanie własności sygnałów wyjściowych, takich jak stabilność, ograniczoność, istnienie sygnału okresowego itp. dla różnych klas układów (np. liniowych, nieliniowych, parametrycznych) i dla różnych klas sygnałów wejściowych.

Problemy te, mające podstawowe znaczenie dla techniki, są bardzo trudne i w wielu przypadkach dalekie od pełnego rozwiązania. Istnieje szereg praktycznych metod rozwiązywania tych zagadnień. Do nich należą tzw. metody częstotliwościowe. Celem Autora jest podanie uzasadnienia poprawności tych metod w przypadku, gdy układ dynamiczny jest opisywany równaniami całkowymi. Należy zaznaczyć, że w ostatnich czasach obserwuje się burzliwy rozwój metod częstotliwościowych zapoczątkowany przez prace W. M. Popowa, W. A. Jakubowicza, R. E. Kalmana i innych. Autor zalicza się do znanych specjalistów z tej dziedziny, co stanowi dodatkowy walor książki.

Oto spis rozdziałów książki: I. Podstawowe własności układów nieliniowych (Norma sygnału. Przestrzeń z iloczynem skalarnym. Funkcje o ograniczonym wahaniu. Charakterystyki układu nieliniowego. Sprzężenie zwrotne. Układy liniowe). II. Układy liniowe stacjonarne (Równanie układu liniowego stacjonarnego. Układ ze sprzężeniem zwrotnym. Równania różniczkowe układu. Przykłady. Układy z wieloma wejściami i wyjściami). III. Stabilność układów nieliniowych (Częstotliwościowe kryteria stabilności. Stabilność asymptotyczna i szybkość zanikania drgań. Twierdzenia porównawcze. Kryterium V. M. Popova i niektóre uogólnienia. Stabilność układów wielowymiarowych). IV. Drgania okresowe w układach nieliniowych (Istnienie i jednoznaczność rozwiązań. Równania drgań okresowych. Równania okresowe w układach nieautonomicznych. Metoda funkcji opisującej. Układy autonomiczne. Małe drgania w układach autonomicznych). V. Lokalne własności drgań okresowych. Układy parametryczne (Lokalna linearyzacja układu nieliniowego. Układy liniowe z okresowo zmiennym parametrem. Przybliżone metody określania stabilności).

Fakt, że książka jest adresowana do dosyć szerokiej grupy ludzi zajmujących się problemami automatyki, postawił Autora przed koniecznością liczenia się z ograniczonym zasobem wiedzy matematycznej u inżynierów po studiach technicznych. Autorowi udało się pomyślnie rozwiązać ten problem, książka jest napisana przystępnie, stanowi zwartą całość, dostarczając, poza nielicznymi wyjątkami, wszystkich informacji uzupełniających, niezbędnych do dalszego zrozumienia tekstu. Autor nie ustrzegł się pewnych niedociągnięć, z których najistotniejsze są następujące:

1. Brak systematycznego podania definicji pojęć najczęściej występujących. Pewne definicje są podawane „mimochodem" (np. pojęcie zbieżności w sensie normy (str. 14), definicje operacji (str. 38, 41), zbioru domkniętego (str. 49), uzupełnienia przestrzeni (str. 17)) innych brak (np. definicje całki Lebesgue'a, przekształcenia Laplace'a, Fouriera). W definicji zbioru funkcji prawie okresowych figuruje pojęcie uzupełnienia przestrzeni, którego trzeba szukać gdzieś 8 stron wcześniej. Przestrzeń wektorów (wektorowa? — str. 20) jest omawiana zupełnie niezależnie od pojęcia zbioru liniowego (czemu nie zastosowano terminu „przestrzeń liniowa (wektorowa)" powszechnie używanego w literaturze?), czytelnik musi się domyślać co oznacza termin $(n+m)$-wymiarowa przestrzeń $L^2(0, T)$ (str. 190). Określenie stabilności rozwiązania równania różniczkowego podano dwa razy (str. 136 i 159), brak natomiast definicji stabilności dla układów opisywanych równaniami całkowymi, mimo że prawie wyłącznie bada się stabilność tych ostatnich.

2. Literatura cytowana jest niekonsekwentnie. Uwagę o postaci funkcjonału liniowego na $C(0, T)$ (str. 34) podano bez żadnego komentarza, natomiast dwa bardzo proste lematy algebraiczne na str. 125 (dowodzone zresztą w paru linijkach) zaopatrzono aż w 2 pozycje bibliograficzne. Brak informacji, o jaką pracę Jakubowicza chodzi w uwadze na str. 195.

Literaturę pomocniczą należało zredukować do jednej lub dwóch pozycji łatwo dostępnych dla czytelnika (gdzie np. szukać [6], [11] ze str. 71?).

3. W pewnych miejscach Autor powołuje się na informacje podane wcześniej, bez zaznaczenia tego w tekście. W rezultacie pewne sformułowania są dość niejasne (np. na str. 77 dochodząc do wzoru (7) Autor opiera się na uwadze ze str. 34, podobnie zwrot „Jak wiadomo..." (str. 78) odnosi się zapewne do Twierdzenia 1. 4.)

Jeśli z Twierdzenia 2. 12 ma wynikać Twierdzenie 2. 11, to może lepiej było podać ten dowód, ograniczając się do podania bez dowodu tylko Twierdzenia 2. 12.

Poza tym książka zawiera pewną liczbę drobnych przeoczeń, łatwych do zauważenia przez czytelnika:

Są pomyłki we wzorze (66) na str. 110 i we wzorze na $\varphi(x)$ na str. 163.

Zamiast oznaczenia $(x, y) \in R$ wprowadzonego na str. 38 używa się symbolu $R(x, y)$. Pozycje [2] str. 197 i [11] str. 269 dotyczą tej samej książki, pozycja [5] str. 197 jest w przekładzie polskim. Lista błędów ortograficznych ze str. 71 zawarta w erracie jeszcze nie jest kompletna (natomiast errata „koryguje" jeden wyraz dobrze napisany na str. 71). Ilość i rodzaj błędów ortograficznych w tytułach prac rosyjskich na str. 71 wprawia w osłupienie.

Wspomniane niedociągnięcia nie zmieniają faktu, że książka jest świetnie napisana. Stanowi ona znakomite źródło wiadomości z zakresu badania układów nieliniowych metodami częstotliwościowymi. Szeroki zakres poruszanych problemów i liczne przykłady zastosowań podanych twierdzeń powodują, że jest ona pozycją cenną zarówno dla pracowników naukowych, jak i inżynierów. Polecam książkę wszystkim zajmującym się problemami jakościowymi teorii układów dynamicznych.

Stanisław Sędziwy

•

Roman Gutowski, *Równania różniczkowe zwyczajne*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1971, str. 597, cena zł 90.—

Przy pisaniu tej książki autor ustalił jasno cel, który zamierzał osiągnąć. Chodziło mu mianowicie o to, aby dać do rąk techników teoretyków dostatecznie wyczerpujące źródło informacji, z którego mogliby zorientować się w istniejących metodach teorii równań różniczkowych i w szczególności mogliby zdecydować, które informacje techniczne można uzyskać za pomocą danej metody, a których nie można.

Autor założył wskutek tego, że czytelnik jest już obznajomiony z trudną sztuką ujmowania zagadnień fizycznych we wzory i z konstrukcją równań różniczkowych, które opisują przebieg w czasie rozpatrywanego zjawiska.

W książce pominięty jest obszerny dział metod numerycznych, natomiast główny nacisk jest położony na te metody, które dostarczają ważnych z technicznego punktu widzenia informacji o zachowaniu się rozwiązań równań różniczkowych zwyczajnych bez rozwiązywania tych równań.

Stąd też w rozdziale 7 (str. 285–462) są podstawowe określenia teorii stateczności (stabilności) rozwiązań wraz z pierwszą i drugą metodą Lapunowa, a w rozdziale 8 (str. 463–527) topologiczne metody badania równań różniczkowych, przy czym wykład prowadzony jest od podstaw, tzn. od podstawowych twierdzeń z topologii powierzchni zamkniętych.

Rozdział 9 (str. 528–573) poświęcony jest metodom analitycznym i obejmuje metodę małego parametru, metodę uśredniania oraz metody Ritza i Galerkina.

Bardzo ciekawy jest rozdział 10 (str. 574–589), w którym autor omawia metodę nierówności całkowych i przedstawień asymptotycznych i jej zastosowanie do badania własności rozwiązań równań różniczkowych.

Rozdziały 1–6 (str. 11–284) zawierają twierdzenia z teorii równań różniczkowych zwyczajnych, które powinny wchodzić w zakres wykładu tego przedmiotu dla studentów uniwersytetów. W szczególności podane są tutaj twierdzenia o istnieniu, jednoznaczności, przedłużalności i ciągłej zależności rozwiązania od warunków początkowych i parametrów.

Wykład uzupełniają liczne przykłady.

Utrzymany w rozsądnych granicach spis literatury pozwala czytelnikowi na korzystanie w razie potrzeby również z prac oryginalnych.

Książka zapełnia niewątpliwie dotkliwą lukę w polskiej literaturze przedmiotu dotyczącej równań różniczkowych zwyczajnych.

Zbigniew Kowalski