Rozdział 8. Rozwiązywanie równań nieliniowych. Rozdział 9. Rozwiązywanie układów równań liniowych. Rozdział 10. Obliczanie wartości własnych i wektorów własnych macierzy.

Każdy z rozdziałów prezentuje dość duży zbiór metod obliczeniowych, a przejrzysty układ treści pozwala Czytelnikowi kierującemu się tylko nazwą rozdziału znaleźć materiał wystarczający do konstrukcji algorytmów rozwiązywania typowych zadań. Jedynym wyjątkiem jest rozdział 5, nie zawierający w zasadzie informacji o rozwiązywaniu numerycznym zadań brzegowych (informacje podane w punkcie 5. 9 są zniechęcające, a częściowo mylące) i lepiej byłoby go opatrzeć tytułem: „Rozwiązywanie numeryczne zadań początkowych dla równań różniczkowych zwyczajnych".

Opis formuł obliczeniowych, mimo że nie wykorzystuje języków algorytmicznych, jest przejrzysty i wprawnemu Czytelnikowi pozwala bez kłopotu tworzyć potrzebne algorytmy. Konsekwentne stosowanie techniki szacowania błędów metod same w sobie stanowią cenny kurs matematyki obliczeniowej.

Eksponowanie walorów praktycznych prezentowanych metod odbija się czasami na stronie matematycznej wykładu, który nie dość wyraźnie podkreśla idee matematyczne, na których opierają się konstruowane metody. Dotyczy to w szczególności rozdziału poświęconego równaniom różniczkowym zwyczajnym i rozdziału o rozwiązywaniu układów równań liniowych.

Szczególną zaletą omawianej książki są uwagi bibliograficzne do każdego rozdziału, stanowiące dla początkującego Czytelnika doskonały przewodnik po podstawowej literaturze, oraz zadania niezwykle starannie opracowane i starające się naświetlić dodatkowo pewne aspekty wyłożonego materiału.

Miłym obowiązkiem recenzenta jest wyrazić uznanie dla opracowania wydania polskiego, w którym nie tylko poprawiono błędy występujące w wydaniu angielskim, dostosowano i rozszerzono bibliografię do potrzeb Czytelnika polskiego, lecz także w kilku miejscach w sposób elegancki uzupełniono i uproszczono materiał omawianej książki.

Pewną wątpliwość budzi tytuł książki. Słowo *Wstęp* jest za skromne dla zatytułowania tej monografii i chyba nie odpowiada dokładnie angielskiemu: *A first course...*

Andrzej Wakulicz

J. Górski, *Elementy funkcji analitycznych wielu zmiennych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 1971, str. 130, cena zł 9.—

Swoje poczesne miejsce we współczesnej matematyce teoria funkcji analitycznych wielu zmiennych zespolonych zawdzięcza silnym związkom z takimi dziedzinami jak topologia algebraiczna, geometria algebraiczna, algebra homologiczna, analiza funkcjonalna, grupy Liego, równania różniczkowe, analiza różniczkowa itd. Niemałe znaczenie ma też fakt, że teoria ta znajduje interesujące i ważne zastosowania w fizyce teoretycznej, np. w kwantowej teorii pola.

Żaden z kilku istniejących obecnie w literaturze światowej podręczników poświęconych analizie zespolonej wielu zmiennych nie przedstawia wszystkich jej działów. Przyczyna tego jest co najmniej trojaka: 1° teoria funkcji wielu zmiennych zespolonych jest dziedziną stale się rozwijającą, 2° aparat matematyczny, stosowany w wielu jej działach, jest bardzo zaawansowany i różnorodny, 3° niektóre ważne i piękne wyniki wymagają uproszczeń i wygładzeń, zanim je będzie można zaadresować do czytelnika mniej wtajemniczonego.

Wobec istotnej roli, jaką we współczesnej matematyce odgrywa teoria funkcji analitycznych wielu zmiennych zespolonych, jej elementy powinny należeć do podstawowego wykształcenia każdego matematyka. W języku polskim nie ma dotychczas podręcznika poświęconego analizie zespolonej wielu zmiennych. Dlatego należy z uznaniem przyjąć każdą próbę, która ma na celu uzupełnienie tej przykrej luki.

Skrypt J. Górskiego, zgodnie ze swym tytułem, obejmuje bardzo mały ułamek całej teorii. Podstawą skryptu stał się wykład, wygłoszony przez autora w roku szkolnym 1969/70 dla studentów

matematyki Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach. Skrypt liczy 130 stron i jest podzielony na dziewięć następujących rozdziałów: I. Zasadnicze pojęcia i twierdzenia (str. 9–35), II. Przedłużenia analityczne (str. 36–51), III. Funkcje plurisubharmoniczne (str. 52–62), IV. Pseudowypukłość obszarów (str. 63–68), V. Obwiednie holomorficzności (str. 69–74), VI. Rozkład punktów osobliwych funkcji holomorficznych (str. 75–82), VII. Formy różniczkowe zewnętrzne (str. 83–106) VIII. Uzupełnienia (str. 107–110), IX. Wzory całkowe (str. 111–127).

Żaden z tych rozdziałów nie omawia całości zagadnienia, któremu jest poświęcony. Ponadto niektóre twierdzenia albo są w ogóle pozostawione bez dowodu, albo dowód przeprowadzono tylko dla szczególnego przypadku.

Skrypt został wydany przez Uniwersytet Śląski w serii wydawnictw dydaktycznych. Niestety jego wartość, jako pomocy dydaktycznej, jest niepotrzebnie obniżona przez bardzo dużą liczbę usterek typograficznych i redakcyjnych. W wielu miejscach rzuca się w oczy brak staranności i dopracowania ze strony autora, wyrażający się w nie dość precyzyjnych lub nawet błędnych sformułowaniach. Poopuszczane lub poprzekręcane wskaźniki i wzory utrudniają czytanie i zrozumienie tekstu. O braku należytej staranności ze strony wydawnictwa świadczy chyba i to, że z ostatniej strony okładki skryptu dowiadujemy się, że skrypt, który właśnie trzymamy w ręce, znajduje się dopiero w druku.

W uwagach szczegółowych ograniczę się do tych usterek, które moim zdaniem mogą sprawić czytelnikowi najwięcej kłopotu.

Na str. 11 podano definicję funkcji analitycznej w sensie Cauchy'ego, ale w dalszym ciągu używa się wszędzie terminu funkcja holomorficzna. W twierdzeniu 3 na str. 13 oraz w definicji funkcji holomorficznej w sensie Weierstrassa na str. 20 (a także w kilku innych miejscach) mówi się o szeregu potęgowym n-krotnym zbieżnym w jakimś punkcie, ale nie precyzuje się, w jakim sensie należy tę zbieżność rozumieć. Na str. 19 autor opiera się na twierdzeniu o funkcjach podharmonicznych, lecz nie podaje wysłowienia tego twierdzenia, ani żadnych odnośników, gdzie by je można znaleźć. W dowodzie twierdzenia 9, str. 21, mówi się o tajemniczym różniczkowaniu szeregu potęgowego względem $x^k = x_1^{k_1} \dots x_n^{k_n}$. Czytelnik może się zdumieć, gdy spostrzeże, że w rozdziale I znajduje się paragraf 4, zatytułowany „Definicja" (str. 22), a w paragrafie tym twierdzenie Liouville'a mówiące, że funkcja całkowita i ograniczona jest stała oraz twierdzenie Weierstrassa o niemal jednostajnie zbieżnych ciągach funkcji holomorficznych.

W dowodzie przygotowawczego twierdzenia Weierstrassa (str. 25–26) należy skorzystać z tego, że współczynniki wielomianu wyrażają się jako wielomiany odpowiednich sum, a nie jako funkcje wymierne. Twierdzenie 14, str. 27, znajduje się w paragrafie zatytułowanym „przygotowawcze twierdzenie Weierstrassa", chociaż nie ma ono z tym ostatnim nic wspólnego. Uwaga na str. 29 jest niezrozumiała. Z kontekstu można się domyślić, że autor chciał w niej podać definicję obszaru Reinhardta. Ale definicja zasugerowana przez uwagę byłaby niepoprawna.

W twierdzeniu 19 na str. 32 operuje się pojęciem „pełnego obszaru Hartogsa z płaszczyzną symetrii $z_n = a_n$". Nie ma jednak w skrypcie definicji tego pojęcia. Twierdzenie 22 (str. 35) nie ma nic wspólnego z odwzorowaniami biholomorficznymi, więc nie wiadomo dlaczego umieszczono je w paragrafie zatytułowanym właśnie „Odwzorowania biholomorficzne".

W rozdziale II zatytułowanym „Przedłużenia analityczne" mówi się kilkakrotnie o tym, że „istnieje funkcja holomorficzna w obszarze D nieprzedłużalna holomorficznie przez żaden punkt $x \in \partial D$". Nigdzie jednak nie objaśniono, jak należy rozumieć tę nieprzedłużalność.

Definicja osłony wypukłej podana na str. 41 jest błędna. Jeśli bowiem M jest parabolą $\{x+iy \in C: y = x^2\}$, to jej osłona wypukła w sensie podanym w skrypcie byłaby równa całej płaszczyźnie. Płaszczyzna nie jest oczywiście najmniejszym zbiorem wypukłym zawierającym parabolę M.

Twierdzenie 11 (str. 43), w sformułowaniu podanym w skrypcie, jest fałszywe, na co wskazuje następujący przykład. Niech $D = C^n$, niech $\tilde{F}$ będzie rodziną, której jedynym elementem jest funkcja $\exp(z_1 + \dots + z_n)$ i wreszcie niech $K = \{0\}$. Wówczas D, $\tilde{F}$ spełniają założenia twierdzenia 11, lecz $K_{\tilde{F}}^* = \{z \in C^n : \operatorname{re} z_1 + \dots + \operatorname{re} z_n \leqslant 0\}$ nie jest zbiorem zwartym, więc D nie jest $\tilde{F}$-wypukły.

Definicja znajdująca się na str. 44 powinna być przesunięta na początek § 8. Definicja zwartej powierzchni analitycznej (str. 46) nie jest precyzyjna. Dowód twierdzenia 22 jest niejasny, zaś dowód jego uogólnienia (str. 60) jest błędny

W rozdziale V, noszącym tytuł „Obwiednie holomorficzności", autor posługuje się pojęciem obszaru wielolistnego oraz funkcji holomorficznej w takim obszarze, ale nigdzie nie podaje ich definicji.

W przykładzie 2 na str. 71 oparto się na błędnym twierdzeniu, że osłona wypukła zbioru $B \subset R^n$ jest sumą odcinków $[x^1, x^2]$, gdzie x^1, x^2 przebiegają B. Kontrprzykład otrzymamy, gdy jako B weźmiemy w R^3 dostatecznie małe otoczenie sumy trzech odcinków: $[0, e_1]$, $[0, e_2]$, $[0, e_3]$, gdzie $0 = (0, 0, 0)$, $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$.

Pisanie na temat funkcji analitycznych wielu zmiennych zespolonych w języku polskim napotyka dość duże trudności terminologiczne. Polską terminologię w tej dziedzinie należy dopiero stworzyć. Tłumaczenie dosłowne obcych terminów na język polski nie zawsze jest możliwe. Sądzę, że wymownym tego przykładem jest twierdzenie Knesera, nazwane w skrypcie z rosyjska twierdzeniem o „włożonym żebrze". Brzmi to trochę dziwacznie. Może lepiej brzmiałoby: „twierdzenie Knesera o krawędzi osobliwej". Taka terminologia oddawałaby istotę rzeczy i byłaby zgodna z terminologią użytą przez samego Knesera.

Wzór, będący treścią twierdzenia 1 na str. 85, powinien nosić nazwę wzoru Cauchy'ego–Greena, a nie Cauchy'ego–Riemanna. Sądzę, że wobec twierdzenia 10, str. 95, przykład 1 na str. 107 jest zbyteczny. W dowodzie lematu 1 na str. 108 korzysta się bez uzasadnienia z tego, że funkcja globalnie określająca jest lokalnie określająca.

W dowodzie wzoru Weila (str. 123) korzysta się z wzoru Martinelli–Bochnera. W tym ostatnim wzorze zakłada się, że brzeg obszaru, po którym całkujemy, jest gładki. Natomiast brzeg obszaru Weila nie jest gładki. W skrypcie nie ma jednak żadnej wzmianki na temat możliwości uzupełnienia powstałej trudności.

Lista usterek, przytoczona powyżej, nie jest kompletna. Ale już z niej wynika, że czytelnik szukający w skrypcie pomocy może natrafić na niepotrzebne trudności, które wynikły, jak się wydaje, z niedostatecznej troskliwości zarówno ze strony autora, jak i wydawnictwa.

Należy mieć jednak nadzieję, że pojawią się w niezbyt odległej przyszłości kolejne ulepszone opracowania tak bardzo potrzebnego w Polsce podręcznika analizy zespolonej wielu zmiennych.

Oby ukazanie się skryptu J. Górskiego było pierwszym szczęśliwym krokiem szybko zbieżnego procesu kolejnych przybliżeń do podręcznika idealnego.

Józef Siciak

Adam Piskorek, *Równania całkowe, elementy teorii i zastosowania*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1971, str. 273, cena zł 52.—

Teoria równań całkowych jest teorią matematyczną ważną zarówno ze względu na powiązania z innymi działami analizy (równania różniczkowe cząstkowe, teoria spektralna operatorów w przestrzeni Hilberta, teoria Riesza równania liniowego z operatorem zwartym), jak też i ze względu na liczne zastosowania w zagadnieniach technicznych. Pomimo to w polskiej literaturze matematycznej nie było dotąd podręcznika, który by w sposób przystępny i zwięzły, a jednocześnie nowoczesny, wprowadzał czytelnika w główny nurt tej teorii (wydana wcześniej czterotomowa monografia W. Pogorzelskiego *Równania całkowe i ich zastosowania* jest przeznaczona raczej dla osób już znających elementarny zarys przedmiotu).

Książka A. Piskorka jest udaną próbą wypełnienia wspomnianej luki. Jak pisze autor w przedmowie, do zrozumienia książki wystarcza znajomość rachunku różniczkowego i całkowego w zakresie tradycyjnego wykładu politechnicznego. A oto jej treść:

W rozdziale I oprócz pewnych informacji o charakterze historycznym i terminologicznym podane są dwa przykłady zagadnień teorii sprężystości, prowadzących do równania całkowego.