Definicja znajdująca się na str. 44 powinna być przesunięta na początek § 8. Definicja zwartej powierzchni analitycznej (str. 46) nie jest precyzyjna. Dowód twierdzenia 22 jest niejasny, zaś dowód jego uogólnienia (str. 60) jest błędny

W rozdziale V, noszącym tytuł „Obwiednie holomorficzności", autor posługuje się pojęciem obszaru wielolistnego oraz funkcji holomorficznej w takim obszarze, ale nigdzie nie podaje ich definicji.

W przykładzie 2 na str. 71 oparto się na błędnym twierdzeniu, że osłona wypukła zbioru $B \subset R^n$ jest sumą odcinków $[x^1, x^2]$, gdzie x^1, x^2 przebiegają B. Kontrprzykład otrzymamy, gdy jako B weźmiemy w R^3 dostatecznie małe otoczenie sumy trzech odcinków: $[0, e_1]$, $[0, e_2]$, $[0, e_3]$, gdzie $0 = (0, 0, 0)$, $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$.

Pisanie na temat funkcji analitycznych wielu zmiennych zespolonych w języku polskim napotyka dość duże trudności terminologiczne. Polską terminologię w tej dziedzinie należy dopiero stworzyć. Tłumaczenie dosłowne obcych terminów na język polski nie zawsze jest możliwe. Sądzę, że wymownym tego przykładem jest twierdzenie Knesera, nazwane w skrypcie z rosyjska twierdzeniem o „włożonym żebrze". Brzmi to trochę dziwacznie. Może lepiej brzmiałoby: „twierdzenie Knesera o krawędzi osobliwej". Taka terminologia oddawałaby istotę rzeczy i byłaby zgodna z terminologią użytą przez samego Knesera.

Wzór, będący treścią twierdzenia 1 na str. 85, powinien nosić nazwę wzoru Cauchy'ego–Greena, a nie Cauchy'ego–Riemanna. Sądzę, że wobec twierdzenia 10, str. 95, przykład 1 na str. 107 jest zbyteczny. W dowodzie lematu 1 na str. 108 korzysta się bez uzasadnienia z tego, że funkcja globalnie określająca jest lokalnie określająca.

W dowodzie wzoru Weila (str. 123) korzysta się z wzoru Martinelli–Bochnera. W tym ostatnim wzorze zakłada się, że brzeg obszaru, po którym całkujemy, jest gładki. Natomiast brzeg obszaru Weila nie jest gładki. W skrypcie nie ma jednak żadnej wzmianki na temat możliwości uzupełnienia powstałej trudności.

Lista usterek, przytoczona powyżej, nie jest kompletna. Ale już z niej wynika, że czytelnik szukający w skrypcie pomocy może natrafić na niepotrzebne trudności, które wynikły, jak się wydaje, z niedostatecznej troskliwości zarówno ze strony autora, jak i wydawnictwa.

Należy mieć jednak nadzieję, że pojawią się w niezbyt odległej przyszłości kolejne ulepszone opracowania tak bardzo potrzebnego w Polsce podręcznika analizy zespolonej wielu zmiennych.

Oby ukazanie się skryptu J. Górskiego było pierwszym szczęśliwym krokiem szybko zbieżnego procesu kolejnych przybliżeń do podręcznika idealnego.

Józef Siciak

Adam Piskorek, *Równania całkowe, elementy teorii i zastosowania*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1971, str. 273, cena zł 52.—

Teoria równań całkowych jest teorią matematyczną ważną zarówno ze względu na powiązania z innymi działami analizy (równania różniczkowe cząstkowe, teoria spektralna operatorów w przestrzeni Hilberta, teoria Riesza równania liniowego z operatorem zwartym), jak też i ze względu na liczne zastosowania w zagadnieniach technicznych. Pomimo to w polskiej literaturze matematycznej nie było dotąd podręcznika, który by w sposób przystępny i zwięzły, a jednocześnie nowoczesny, wprowadzał czytelnika w główny nurt tej teorii (wydana wcześniej czterotomowa monografia W. Pogorzelskiego *Równania całkowe i ich zastosowania* jest przeznaczona raczej dla osób już znających elementarny zarys przedmiotu).

Książka A. Piskorka jest udaną próbą wypełnienia wspomnianej luki. Jak pisze autor w przedmowie, do zrozumienia książki wystarcza znajomość rachunku różniczkowego i całkowego w zakresie tradycyjnego wykładu politechnicznego. A oto jej treść:

W rozdziale I oprócz pewnych informacji o charakterze historycznym i terminologicznym podane są dwa przykłady zagadnień teorii sprężystości, prowadzących do równania całkowego.

Ostatni paragraf 4 tego rozdziału zawiera wykład podstawowych faktów teorii całki Lebesgue'a (bez wprowadzania pojęcia miary).

Rozdział II poświęcony jest metodzie kolejnych przybliżeń zastosowanej do równania Fredholma drugiego rodzaju w przypadku, gdy szereg Neumanna jest jednostajnie zbieżny, bądź też, gdy jest on zbieżny w normie przestrzeni L^2. Omówione jest również równanie Volterry drugiego rodzaju (traktowane jako szczególny przypadek równania Fredholma) oraz podana jest metoda sprowadzania równania Volterry pierwszego rodzaju do równania drugiego rodzaju.

Rozdział III zawiera pełny dowód alternatywy twierdzenia Fredholma dla równań o jądrze całkowalnym w drugiej potędze, oparty na aproksymacji tych jąder przez jądra zdegenerowane. W rozdziale tym podana jest również metoda Fredholma przedstawienia jądra rozwiązującego jako funkcji meromorficznej parametru λ. Jako ilustrację wyłożonej teorii autor podaje dyskusję zagadnienia Dirichleta i zagadnienia Neumanna na płaszczyźnie.

Rozdział IV zawiera teorię równań całkowych o jądrach symetrycznych i całkowalnych w drugiej potędze z wagą, o której zakłada się, że jest funkcją całkowalną, nieujemną i ograniczoną.

W rozdziale V, poświęconym równaniom o jądrach nieograniczonych, autor przenosi alternatywę Fredholma na przypadek jąder o słabej osobliwości. W tymże rozdziale podana jest definicja równania całkowego osobliwego wraz z przykładami wskazującymi, że twierdzenia Fredholma nie są prawdziwe w tej klasie równań. Następnie autor wprowadza w przestrzeni L^2 transformację Hilberta, aby po omówieniu jej podstawowych własności zastosować ją do badania równania całkowego profilu skrzydła samolotu (jak wiadomo jest to jednowymiarowe równanie osobliwe). Ostatni paragraf zawiera teorię równania osobliwego Carlemana.

Rozdział VI poświęcony jest pewnym typom równań całkowych nieliniowych. Najpierw omówiona jest metoda kolejnych przybliżeń w zastosowaniu do równania nieliniowego Volterry, która w szczególnym przypadku daje znane twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności zagadnienia początkowego dla równania zwyczajnego pierwszego rzędu. Następnie autor wykazuje istnienie i jednoznaczność rozwiązania pewnego równania nieliniowego teorii sprężystości (zwanego równaniem Hammersteina).

Wyłożona teoria równań całkowych ze słabą osobliwością została zastosowana w rozdziale VII do klasycznych problemów teorii równań różniczkowych cząstkowych: zagadnień Dirichleta i Neumanna dla równania Laplace'a, zagadnień mieszanych (tzw. zagadnień Fouriera) dla równania przewodnictwa cieplnego oraz zagadnienia początkowego dla równania falowego w ośrodku o dowolnej liczbie wymiarów.

Wreszcie ostatni VIII rozdział zawiera pewne dodatkowe informacje ułatwiające korzystanie z książki czytelnikowi mniej zaawansowanemu w matematyce. Są to: teoria liniowych układów równań algebraicznych, dowód nierówności Hadamarda dla wyznaczników oraz dowód twierdzenia Fouriera–Plancherela.

Jak widać z powyższego przeglądu, książka zawiera pełną teorię równań całkowych nie mających jąder osobliwych, ilustrowaną dużą ilością przykładów ważnych w zastosowaniach. Z właściwym sobie talentem dydaktycznym autor połączył przystępność wykładu z precyzją rozumowania matematycznego. Z tego względu książka może być polecona nie tylko osobom interesującym się zastosowaniami równań całkowych do zagadnień fizycznych i technicznych, ale również stanowi wartościowy podręcznik dla studentów wyższych lat matematyki.

Jak wiadomo, do obowiązków recenzenta należy wyszukiwanie usterek i błędów. Wobec tego podam kilka uwag, które nasunęły mi się przy czytaniu książki.

W paragrafie 15 przy wprowadzaniu funkcji ϱ (zwanej wagą) należy założyć, że jej zbiór miejsc zerowych ma miarę Lebesgue'a zero. Bez tego równość $\int_a^b \varrho(x)|g(x)|^2 dx = 0$ nie pociąga za sobą znikania funkcji g prawie wszędzie w przedziale $[a, b]$ (oczywiście zwrot „prawie wszędzie" należy tu rozumieć tak, jak w paragrafie 4, tzn. w sensie miary Lebesgue'a).

Rozumowanie zawarte w wierszach 100^{13}-100^{16} i doprowadzające do twierdzenia 6 jest błędne, bowiem fakt, że jądro równe prawie wszędzie zeru nie ma wartości własnych, nie wynika z twierdzenia 4. Natomiast z jednostajnej zbieżności szeregu (16. 24) i z równości (16. 23) wynika,

że dla dowolnej funkcji $\varphi \in L^2_\varrho(a, b)$ funkcja $(K - \sum_{n=1}^{\infty} K)_\varrho^n \varphi$ znika prawie wszędzie. Wobec tego jądro $K - \sum_{n=1}^{\infty} K^n$ nie ma wartości własnych, a zatem wobec twierdzenia 4 jest prawie wszędzie równe zeru.

W paragrafie 25 autor nazywa przekształceniem Fouriera przekształcenie $f \to \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ixy} f(y)\,dy$ zaś przekształceniem odwrotnym Fouriera — przekształcenie $f \to \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ixy} f(y)\,dy$. Jest to niezgodne z ustaloną terminologią.

Ponadto należy żałować, że otrzymawszy w paragrafie 32 przedstawienie całkowe rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania falowego, autor nie wspomniał o zasadzie Huyghensa w ośrodku o nieparzystej liczbie wymiarów oraz o dyfuzji fali w ośrodku o wymiarze parzystym.

Na zakończenie wymienię zauważone błędy drukarskie:

strona, wiersz	jest	powinno być
25^6	nierówności	nierównościami
41_{17}	$\int_b$	$\int_a^b$
88_9	ematem	lematem
88_6	$d < 1$	$0 < d < 1$
132_{10}	podkształcenia	odkształcenia
142^3	θ	Θ
246^8 (w symbolu całki)	ds	dS
252_8	M^n	M^m

H. Marcinkowska

Felix Hausdorff, *Nachgelassene Schriften, Studien und Referate*; herausgegeben von Prof. dr. Günther Bergmann, Münster; B. G. Teubner, Stuttgart 1969; Band I, str. 538; Band II, str. 570; z przedmową Günthera Bergmanna.

Ocalone z wojny rękopisy Feliksa Hausdorffa zawierające notatki do jego wykładów (pierwsze są z 1896 r.) i komentarze do studiowanych prac, przeważnie nie przeznaczone do druku, zostały przez prof. Günthera Bergmanna zebrane i przygotowane do publikacji. Ukazały się dwa tomy i zapowiedziane są dalsze cztery.

Nie jest to publikacja zwykła: rękopisy odfotografowano z zastosowaniem jedynie najniezbędniejszej korekty (opuszczanie miejsc całkowicie zakreślonych, łączenie w jedną nie całkiem zapisanych stronic, numerowanie stronic). Było to celowe i ze względów technicznych, a pozwalała na to niemal idealna forma rękopisów: pismo jest równe, nie ma prawie skreśleń i dopisków na marginesach i między wierszami, jednakowe w ciągu wielu lat. Jednak sentyment wydawcy do dzieła Hausdorffa był tu bardziej decydujący.

Feliks Hausdorff, urodzony w 1868 r. był profesorem w Lipsku (od 1902), Greifswaldzie (tam zostały napisane w 1913 r. jego *Grundzüge der Mengenlehre*) i od 1921 r. w Bonn. W 1935 r. przeszedł na emeryturę. Prześladowany, zginął tragicznie w 1942 r. Jego dzieło przenika wszystko, co było zrobione w teorii mnogości, topologii, teorii funkcji rzeczywistych i teorii miary w pierwszych dziesiątkach naszego stulecia. W przedmowie prof. Bergmann bardzo sugestywnie szkicuje osobowość Hausdorffa. Najpierw widzianą oczami studenta. Nuta sympatii miesza się tu ze wspomnie-